

電気アナログ法について (第1報)

田 辺 四 郎
斉 藤 二 郎
内 藤 和 章

概 要

電気アナログ法とは、通常の工学問題を解く方法として、工学問題におけるシステムのエレメント回路を電気回路にアナログさせ、極めて簡便かつ、迅速に解く方法である。電気アナログ法による解析の最大の利点は、簡便さにあり、筆者らは、この方法によって土木建築分野における重要な問題である、土中の滲透水の解析、粘土地盤の圧密問題の解析、シールドやケーソン工事における地盤中の空気流の解析、コンクリートや地盤中の熱伝播の解析、振動問題の解析等を行ない、電気アナログ法が有力な手段であることを確認すると共に、解析装置の開発を行ってきた。本報告は、これまで実施した解析例のうち、主に、土中の滲透水流および、空気流に関するものをまとめ、その結果について検討を加えたものである。

1. まえがき

工学問題において、2つのシステムの各エレメントまたは、システム全体の励起(原因)と、応答(結果)の関数の間に、1対1の対応がある場合、これをアナログであるという。たとえば、相似律を考慮した模型実験による解析は、一つのアナログ法である。電気アナログ法とは、与えられた工学問題のシステムを、これにアナログな電気の流れのシステムを用いて解く方法である。

2つのシステム間のアナログは、それぞれのシステムの特性方程式の間の相似性から導かれることが多い。種々のアナログ法のうちで、特に電気アナログ法を用いる理由は、

- (1) 与えられた問題にアナログなシステムを、容易につくることができる。特に、重力等の外部の場から独立しているので、問題を、容易にアナログできる。
- (2) システムに与える励起と、システム中の応答を容易に測定し、記録することができる。
- (3) 種々の電気系の組合せにより、種々の問題を解くことができる。

等の利点による。

しかし一般的な問題を解く場合に、常に、電気アナログ法によるのが最適であるとは限らない。問題の特性方程式が、工学問題において、最も代表的な、

- (1) ラプラス式
- (2) 拡散式
- (3) 波動式
- (3) 弾性式

等である場合に、電気アナログ法が最適なのである。これらの特性方程式を有する土木、建築分野の問題としては、

- (1) 地盤中の滲透水流
- (2) シールドや、ケーソン工事における地盤中の空気流
- (3) 粘性土地盤の圧密
- (4) コンクリートや地盤中の熱伝播
- (5) 振動、波動

等がある。

これらの問題を、電気アナログ法によって解析する方法の利点はつぎに列記するとくである。

- (1) 計算が早い。
- (2) 安価である。
- (3) 使用法が、誰にでもわかりやすい。
- (4) 計算過程において使用者が、常に解答をチェックすることができ、必要に応じて、励起を、いち早く変更することができる。
- (5) 精度は、通常の工学問題の計算を行なうには十分である。

電気アナログ法に必要な知識は、オームの法則と、キルヒホッフの法則だけであり、極めて平易なものではあるが、これの運用に当っては、種々のテクニックが必要であり、所望の精度に応じて、アナログ装置の作製に、工夫と注意を払わなくてはならない。

電気アナログ装置に用いる導電材料には、つぎのよういものがある。

- (1) 導電性の紙=均質な導電性を有する紙で、二次元問題に適用される。非均質性が要求される場合は、穿孔を行なう。励起と応答の測定に使用

する装置の作製が、極めて容易である。

- (2) 食塩含有の寒天=均質あるいは、非均質の三次元問題に適用される。食塩の含有量によって導電性を、数十倍に変化させることができる。モデルの作製、取扱いに、熟練が必要である。
- (3) 電気抵抗器によるネットワーク=均質、非均質の三次元問題に適用できるか、実際には、かなり取り扱にくいので、均質なネットワークを用いることが多い。基本的には、差分されたアナログである。
- (4) 食塩などの溶液タンク=均質の三次元問題に適用できる。

2. 電気アナログ法の基本的な考え方

既述のごとく、電気アナログ法は、与えられた問題にアナログなシステムを導電材料を用いて作製して解析するものである。

システム間のアナログの例は、つぎのごとくである。

図-1の力学系の特性方程式は、

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + D \frac{dx}{dt} + Kx = F(t) \quad \dots\dots\dots(1)$$

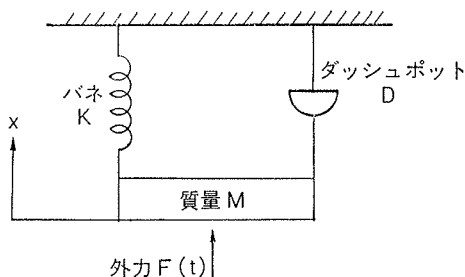


図-1 力学系モデル

で与えられ、これにアナログな電気系のシステムは、図-2のごとくであり、この特性方程式は、

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e(t) \quad \dots\dots\dots(2)$$

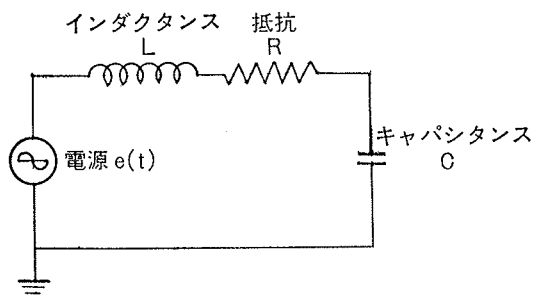


図-2 電気系モデル

で与えられる。

(1)式と(2)式を比較すると、 x と q 、 M と L 、 D と R 、 K と $1/C$ 、 $F(t)$ と $e(t)$ を対応させることにより、図-1の力学系を、図-2の電気系にアナログさせるこ

とができる。

また、図-3のごとき砂中の地下水の定常な流れを電気アナログ法によって解析するには、図-4に示すごとき、アナログシステムを作ればよい。そして、流量 Q と電流 I 、透水係数 k と電気伝導度 χ 、水頭 ϕ と電圧 E を対応させればよく、相似律は、次式で与えられる。

$$\frac{k\phi}{\chi E} = \frac{Q}{I} \quad \dots\dots\dots(3)$$

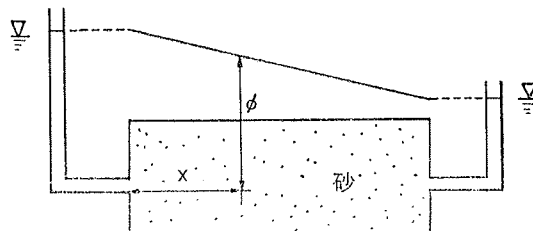


図-3 砂中の滲透水流

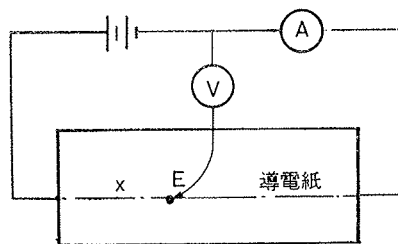


図-4 図-3にアナログなシステム

つぎに、地盤中の、空気のように圧縮性流体の流れの特性方程式は、空気の絶対圧を P とすると、

$$\nabla^2 P^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

で与えられるので、砂中の滲透水流と同様のアナログシステムを作り、空気量 Q と電流 I 、透気係数 k_l と電気伝導度 χ 、 $P^2 - P_0^2$ (P_0 は大気圧)と E を対応させればよいことになり、相似律は、次式で与えられる。

$$Q = \frac{k_l}{\chi} \frac{P^2 - P_0^2}{2P_0} \frac{I}{E} \quad \dots\dots\dots(5)$$

3. 地盤中の滲透水流の解析例

3.1. 止水矢板の下をまわる滲透水流

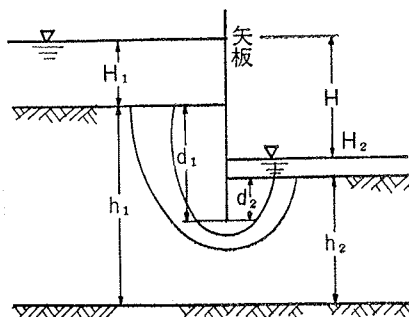


図-5 掘削をともなつた矢板の下をまわる浸透流の模式図

図-5に示すように水矢板の下をまわる滲透水流の

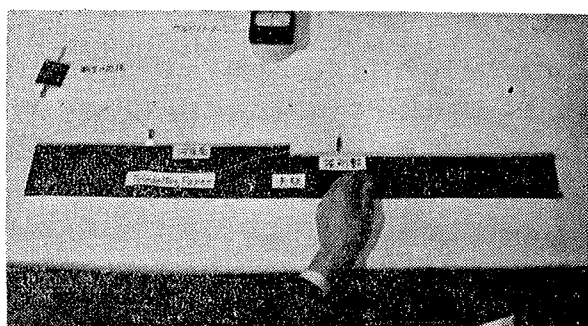


図-6 止水矢板の下をまわる浸透水流解析のためのアナログ装置

解析は、図-6に示すようなアナログ装置により解析できる。二次元問題であるから、導電材料としては、Teledeltos Paperを使用した。計測器は、単位の抵抗と、ポテンシオメーターと、ガルバノメーターだけである。(図-6参照)

図-5において、 h_1 を10cmとして、 d_1 を2, 4, 6, 8cm, $\frac{d_1-d_2}{d_1}$ を0, 1/2, 1に変化させて、 Q/kH (k : 透水係数, Q : 流量) を求めた結果を、図-7に示す。

Muskat は、ダ円関数を用いて理論計算を行ない、 d_1/h_1 と、 Q/kH の関係を求めて図示しているが、これによると、図-7に併記したごとくなり、電気アナログ解析結果と比較して、大略10%以内の差異であり、地下水流量の算定に対しては、十分な精度であるといえる。

d_1	$\frac{d_1-d_2}{d_1}$	Q/kH		②-① ②
		電気アナログ解析	Muskat 計算	
cm	0	0.76	0.78	0.026
	1/2	0.81	0.87	0.069
	1	1.05	1.13	0.093
4	0	0.52	0.57	0.088
	1/2	0.62	0.65	0.046
	1	0.80	0.87	0.080
6	0	0.41	0.43	0.047
	1/2	0.45	0.47	0.043
	1	0.64	0.70	0.086
8	0	0.28	0.31	0.097
	1/2	0.32	0.35	0.086
	1	0.47	0.52	0.096

図-7 矢板の下をまわる浸透流の解析結果

3.2. 大阪府安治川大水門下部ケーソン工事におけるディープウェル地下水低下工法の検討

本ケーソン工事は、図-8に示すごとく極めて大規模なものであり、第2砂レキ層の 4 kg/cm^2 に及ぶ圧力を有する地下水の処理が問題となった。ケーソン内気圧を、最大 2.9 kg/cm^2 に押さえるには、水圧を約 1 kg/cm^2 低下させる必要がある。この水圧低下を、ディープウェルにより行なうこととなり、その所要本数、径、ストレーナー長、揚水量、ケーソン下における水圧の低下状況を推定するために、電気アナログ解

析を行なった。

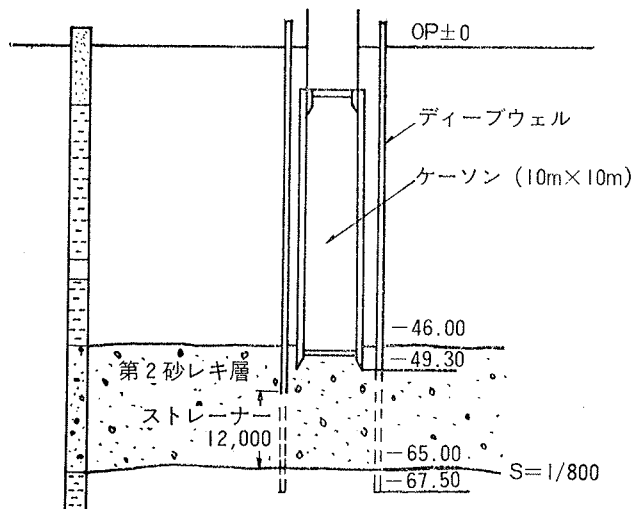


図-8 ケーソンおよびディープウェル概要

この問題は、三次元問題ゆえ、導電材料として、食塩含有の寒天を使用して、図-9および図-10に示すごとく、縮尺1/150のモデルを製作した。

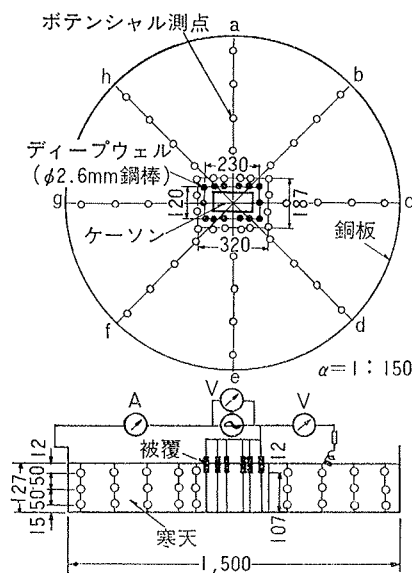


図-9 アナログ装置

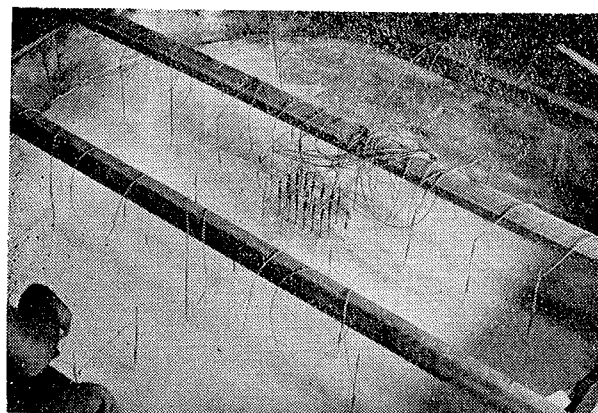


図-10 アナログ装置概要

相似律としては、(3)式に、模型縮尺を考慮したもの

を使用した。

解析は、ディープウェル本数、直径、ストレーナ長を種々変化させて行ったが、ディープウェル本数14本、直径400mm、ストレーナ長16mの場合の水圧低下状態は、図-11のごとくなり、揚水量は、2,360 l/min/本となった。

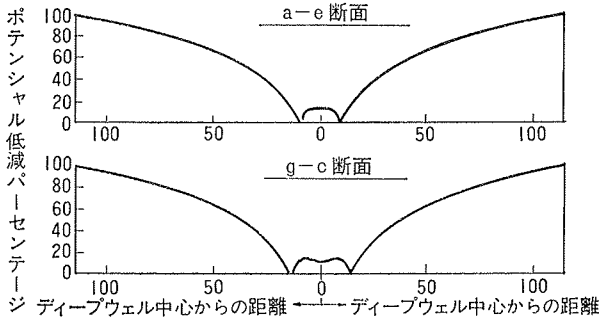


図-11 地下水水圧低下量計測結果

ディープウェルを計画通り設置した後（ただし、ストレーナ長は12mに変更）ケーソン中央部に、観測孔を訪けて、現場揚水試験を実施した。これによると、揚水量 1,700 l/min/本で定常状態になり、観測孔内の水圧低下量は、1.2kg/cm² となり、電気アナログ解析結果が、ほぼ妥当であることが実証された。

3.3. 盛土内の降雨の浸透水流

盛土内の降雨の浸透水流を、数学的に解析することは、容易ではないが、電気アナログ法によると、極めて簡単に解析することができる。

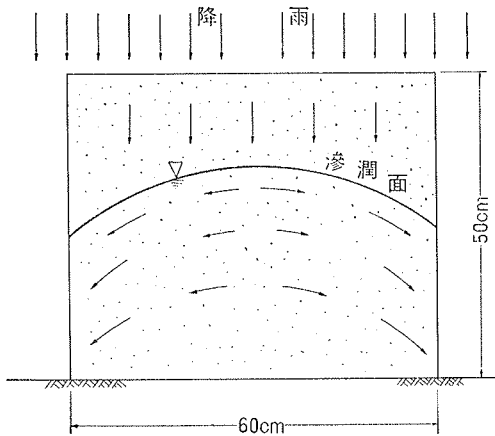


図-12 盛土内の降雨の浸透水流問題

たとえば、図-12に示すように鉛直盛土内に、降雨による浸透水流が生じる場合の解析は、図-13に示すアナログシステムによればよい。

解析結果を、図-14に示す。Dupuit-Forchheimerの準一様流の仮定によって算定した結果（ただし、浸出面の高さは決定できないので、電気アナログ解析結

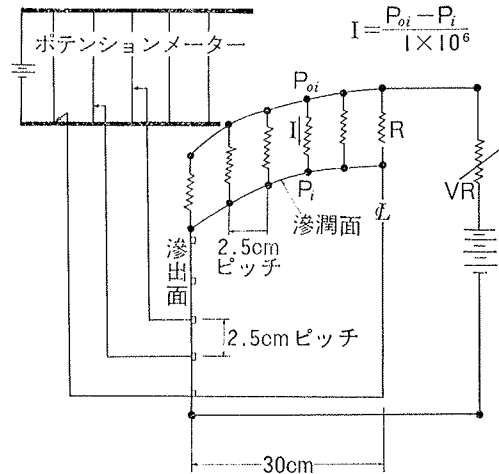


図-13 盛土内の降雨の浸透水流解析のためのアナログシステム

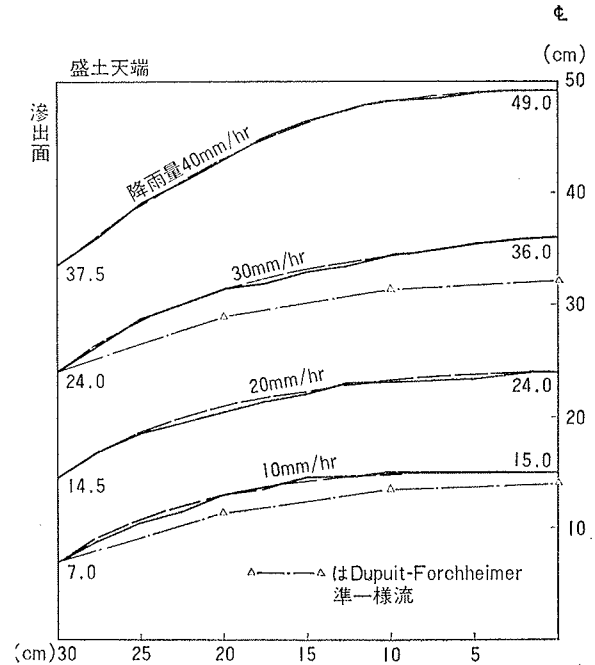


図-14 降雨量に対する浸潤面解析結果

果から決定した)を、同図に併記したが、これによると、Dupuit-Forchheimerの仮定を用いると、自由水面こう配が、ゆるくなることわかる。

なお、この問題のように、自由水面（浸潤面）ができる場合には、これを数学的に求めることは容易ではないが、電気アナログ法によると、極めて簡単に求めることができる。すなわち、自由水面上では、全水頭は位置の水頭だけであるという条件のもとに、トライアル法によればよく、通常4～5回で収れんする。

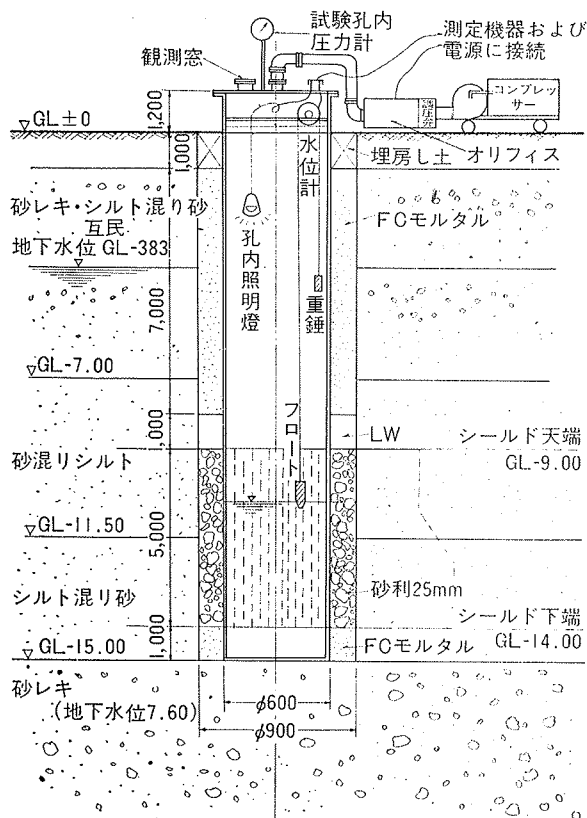
4. 地盤中の空気流の解析例

シールドやケーソン工事においては、地下水の湧出を阻止するために、圧気を作用させるが、この場合、地盤を通る漏気の状態を把握することは、極めて重要なことである。また、適正圧気圧の決定、噴発や漏気

の検討、所要空気量の決定のために、ボーリング孔による地盤漏気試験を実施することが多いが、この結果を、数学的に解析することは困難である。

地盤中の、空気のように圧縮性流体の流れの特性方程式は、(4)式で与えられるが、一般的には、地層が複雑である上に、地下水が共存するので、これを、数学的に解くことは不可能である。ところが、電気アナログ法によると、このような複雑な条件があっても、簡便に解析することができる。

現場漏気試験結果を、電気アナログ法によって解析した例は、大林組技術研究所報 No. 3 (1969)「圧気シールド工事のための漏気試験方法と実施例」と題して一部報告したが、ここでは、非均質な地層における例として、大阪市曾根崎における実施例を示す。



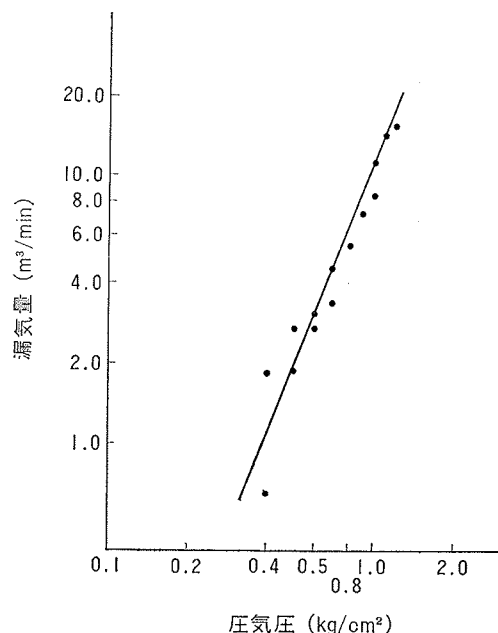
図一五 地盤漏気試験孔概要図

これは、関西電力の $\phi 5,000\text{mm}$ 洞道シールド工事のためのものであり、試験孔の状態を図一15に示す。試験は、試験孔内を圧気して、圧気圧と漏気量の関係を求めるものであり、ここでは、圧気圧を、 $0.1\sim 1.2\text{ kg/cm}^2$ の範囲で、12段階に変えて実験した。実測した圧気圧と漏気量の関係を両対数紙上にプロットすると図一16に示すごとく、直線関係が得られた。

この漏気試験結果を解析するためのアナログ装置を図一17に示す。導電材料としては、食塩含有の寒

天を使用した。漏気試験における空気の流れは軸対称ゆえ、微小角 $\Delta\theta$ について解析した。

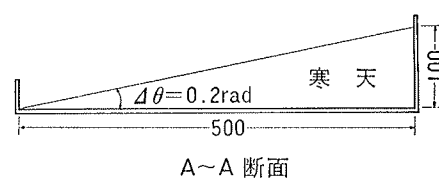
図一15からわかるとおり、GL-7.00m~11.50mの砂混りシルト層は、他の層に比して透気性が小さいので、この層に相当する部分は、導電材料の電気伝導



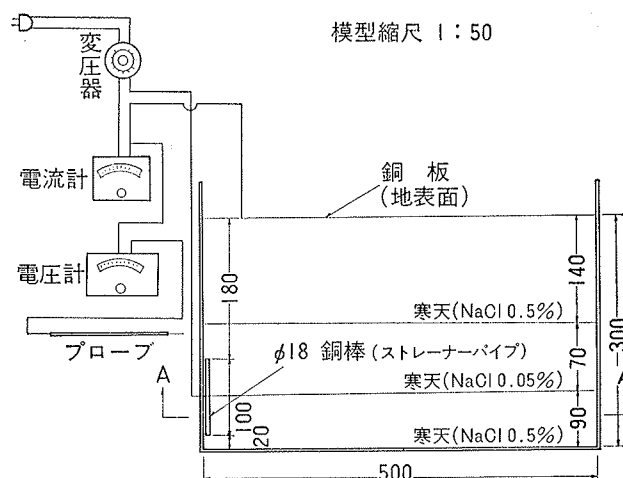
図一16 漏気試験より得られた圧気圧と漏気量の関係

度を、食塩濃度により、透気係数(透水係数に比例)に比例させた。

解析結果を、図一18、図一19に示す。図一18は空気の流域と地下水の領域の境界面を示すものであり、地



模型縮尺 1 : 50



図一17 漏気試験結果解析のためのアナログ装置

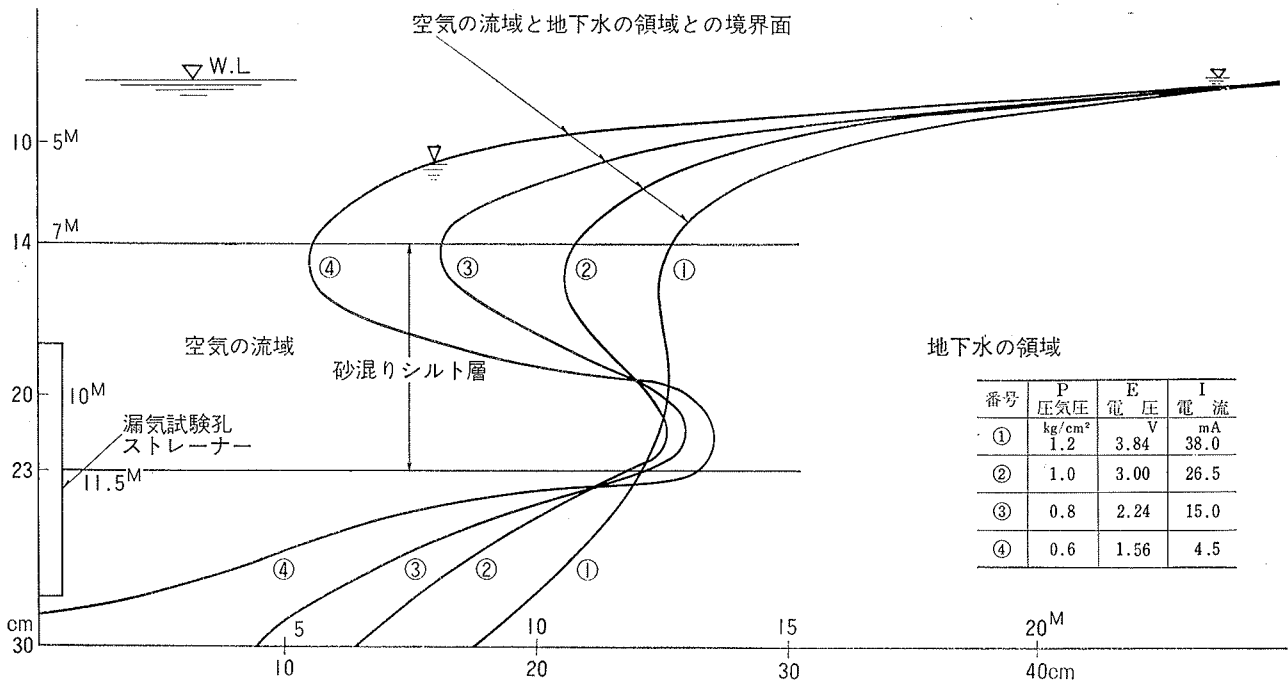


図-18 漏気試験における空気の流域解析結果

層変化の影響がはっきり表れ、また、圧気圧が高い程空気の流域が拡大していることがわかる。

図-19は、相似律(5)式を考慮して圧気圧 P_p と、 $(P_p^2 - P_0^2) \cdot \frac{I_m}{E_m}$ の関係を両対数紙上にプロットしたものであり、直線関係にあることがわかる。(添字Pは実大に対する値、mはモデルに対する値である)この図に、図-16の空気量 Q_p の値を併記してみると、 $(P_p^2 - P_0^2) \times \frac{I_m}{E_m}$ と平行になる。これは、(7)式からわかるとおり、透気係数 k_l が、圧気圧に関係なく一定値として求まることを示しており、実験値が理論どおりであったといえる。

この実験から求められた地盤の透気係数は 0.105 cm/sec となった。

この結果を用いて、φ5.000mm の実際のシールドの

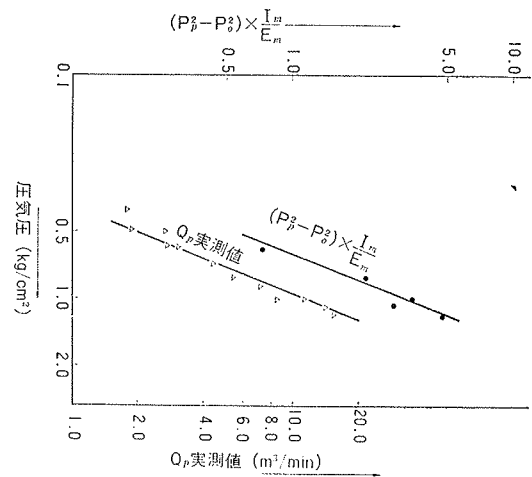


図-19 圧気圧と $(P_p^2 - P_0^2) \times \frac{I_m}{E_m}$ および Q_p 実測値との関係

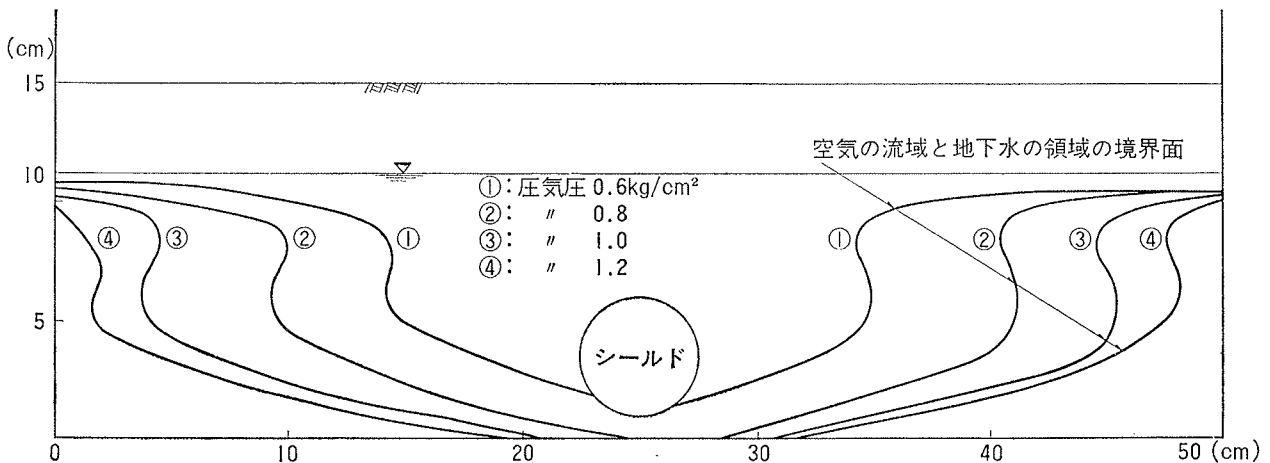


図-20 シールド坑内圧気による空気の流域解析結果

消費空気量を同様にして電気アナログ法により算定した結果、たとえば、圧気圧 0.8 kg/cm^2 の場合で $40.5 \text{ m}^3/\text{min}$ となった。なお、空気の流域と地下水の領域の境界面は、図—20のようになった。

5. 結 び

以上、電気アナログ法による地盤中の滲透水流および空気流の解析について述べたが、この方法は、これらの問題の解析には、極めて簡便で、十分な結果が得られることがわかった。

まえがきでも述べたごとく、この他に、電気アナログ法の応用範囲は広く、著者らは、数多くの適用を試み実用化しているが、これらについては、次の機会に報告する。

本報告ではごく概要のみ述べたが、詳細については、当研究所内報を参照されたい。

参考文献

Walter J. Karplus, Ph. D; Analog Simulation, McGRAW-HILL

斎藤, 内藤, 西林, 鈴木; 電気アナログ法による土中の流体の流れの解法に関する研究, 第23回土木学会年次学術講演概要

赤井, 福住, 内藤, 西林; 滲透水流の電氣的相似実験法に関する研究, 第13回土質工学シンポジウム

斎藤, 内藤; 電気アナログ法による土中の流体の流れの解法 (その1) (その2) (その3), 大林組技術研究所内報