

高層ビル耐震設計プログラムの開発研究 (第2報)

——曲げ降伏型による弾塑性応答の精密解——

武田 寿一
岡田 宏
表 佑太郎

概 要

高層ビルの地震応答解析に当たっては、従来建物を曲げ・せん断系として扱い、その弾塑性性状は、各層の層せん断力降伏に着目して計算を行なう方法が一般的であった。しかし、フレームを構成する各部材応力（特に部材端での曲げモーメント）にそれぞれ着目し、部材剛性の修正を加えながら、適正な入力に対してフレーム全体の地震応答を行なうことにより、理論的にはより精密な解を得ることができる。すなわち塑性にはいつからとも、曲げモーメント分布と、ヒンジの発生状況を詳細に知ることができる。われわれはさきに、本所報 No. 4 で、「層せん断力降伏型フレーム」の解析方法を示したが、本報告では、フレームの各部材端に理想化された $M-\theta$ の関係を組み入れた、「曲げ降伏型フレーム」の解析方法を示した。後半は、若干の計算例によって、従来のせん断降伏型との応答比較を行なった結果を示した。

1. 序

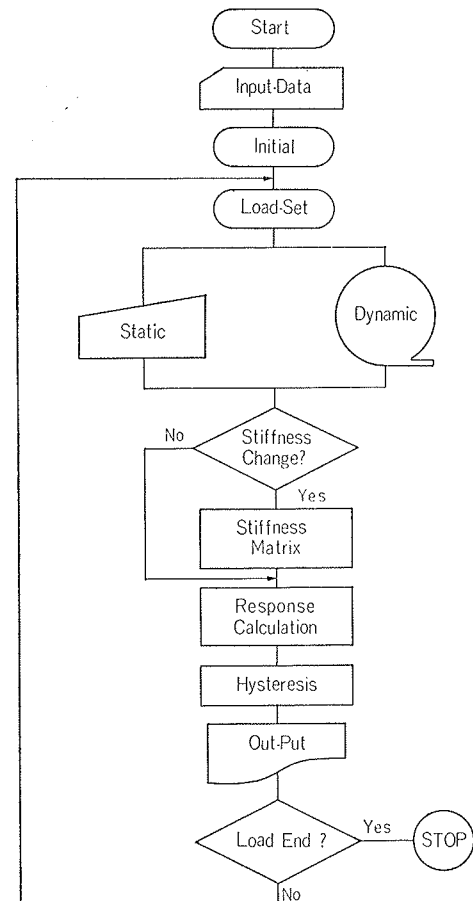
本報告は、前報の結びで今後の課題として残した問題点のうち、部材の曲げ降伏を考慮した弾塑性解析法について述べたものである。すなわち、前報においては、フレームの弾塑性挙動を任意層の層せん断力に対して考慮し、水平剛性のみを変化させることによって塑性化すると考えた。これは、フレームを全体としてとらえる設計的な立場からは一つの有効な手段であり、計算上も簡便な方法である。しかし、前報の計算例や、文献(3)に示した計算例にもあるとおり、高層ビルで、特に独立耐震壁の要素の強い建物では、せん断変形の全体に占める割合は小さく、境界での曲げ効果が大きい。そこで、フレームを構成する各部材応力（部材端での曲げモーメント、パネルなど）にそれぞれ着目し部材剛性の修正を加えながら、適正な入力に対してフレーム全体の地震応答を行なえば、理論的にはより精密な解を得ることができる。

本報告ではフレームを構成する各柱、はりの部材端に実験などによって得られた理想化された $M-\theta$ の関係や、部材のせん断変形、パネルのせん断変形に関する履歴特性を解析に組み入れ、ある部材の降伏後は、その部材の剛性を低下させることによって、フレーム全体の剛性を順次修正しながら、弾塑性性状を時間的に追跡しようとしたものである。

なお、柱については軸方向変形を考慮するが、軸方向圧縮降伏、および軸力の変化に伴う曲げ強度の増減については、今回は考慮していない。また、はりについては軸方向変形を無視した。

2. プログラムの流れ

本プログラムは基本的には前報で示した一貫プログラム(STEP-05)にそのまま接続することを意図したから、フレームの基本的構成要素、剛性の評価と組立手法などは、前報に同一であるので、以下に剛性が変更された場合の全体の流れを簡単に示した。



図一 全体の流れ図

3. 弾塑性の扱い

3.1. 部材端での曲げ降伏を考慮する場合

部材端での曲げ降伏を考慮する解析方法として、ここでは2種類の解法を採用した。

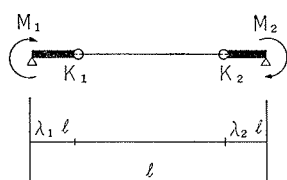
3.1.1. 解法—1 構造設計段階での基本姿勢として、特にはりで降伏させるといった場合も想定して、本解法では降伏する部材を限定して、柱降伏、はり降伏、両方のいずれかを選択する。このようにチェックする部材をきめた後は、その部材端であらかじめ仮定した塑性履歴に基づいて弾塑性判定を行ない、修正すべき部材剛性は修正して、フレーム全体の剛性を変更する。

いま、ある部材について、塑性時に材軸にそって曲率が複雑に変化する部材を取り扱う場合、各荷重段階ごとに曲率を積分して材端回転角を求めるのは非常に複雑であるから、塑性挙動が、材端に設けた弾塑性バネで表わしうる場合を考える。図—2で M_1, M_2 をこの弾塑性バネに単位の回転角 θ_1, θ_2 を与えるのに必要な、その位置でのモーメントとすれば、バネ剛性 K_1, K_2 は、 $K_1=M_1/\theta_1, K_2=M_2/\theta_2$ となり、つりあい式は、変断面たわみ角法公式に従って、式—(1)のようになる。

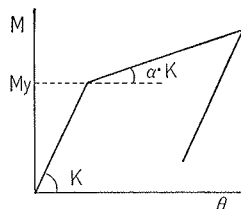
$$\begin{cases} M_1 \\ M_2 \end{cases} = \frac{6EK\alpha}{(\alpha\lambda + \gamma)(\alpha\delta + \gamma) - (\alpha\lambda\delta - \gamma)^2} \begin{cases} (\alpha\delta + \gamma)(\alpha\lambda\delta - \gamma) - c \\ (\alpha\lambda\delta - \gamma)(\alpha\delta + \gamma) - c' \end{cases} \begin{cases} \theta_1 \\ \theta_2 \end{cases} \quad (1)$$

但し $\alpha\lambda = 2\{ (1-\lambda_1)^2 - \lambda_2^2 \} + \{ (1-\lambda_1)^2 S_1 + \lambda_2^2 S_2 \}$
 $\alpha\delta = \{ 1 - 3(\lambda^2 + \lambda_2^2) + 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \} + \{ \lambda_1(1-\lambda_1)S_1 + \lambda_2(1-\lambda_2)S_2 \}$
 $\alpha\delta' = 2\{ (1-\lambda_2)^2 - \lambda_1^2 \} + \{ (1-\lambda_2)^2 S_2 + \lambda_1^2 S_1 \}$
 $C = (\alpha\delta + \alpha\delta'), C' = (\alpha\lambda + \alpha\lambda')$
 $S_1 = 6EK\alpha k_1, S_2 = 6EK\alpha k_2$
 $\gamma = 6EK\alpha k (1 - \lambda_1 - \lambda_2) / \beta GA I$
 β : セン断剛性低下率

したがって、曲げに関する塑性剛性の低下は、上記のバネ K_1, K_2 で操作すればよく、剛塑性、すなわち、 $K_1, K_2 = \infty (S_1, S_2 \rightarrow 0)$ で弾性範囲を表わし、 $K_1, K_2 \approx 0$ で、Bi-linear (完全弾塑性) 型の塑性変形を適切に示すことができる。もちろん、 K_1, K_2 を各荷重段階ごとに変えれば、Multi-linear な履歴を表わしうるが、本解法では簡単のために、図—3に示した通常の



図—2



図—3

Bi-linear 型を用いた。

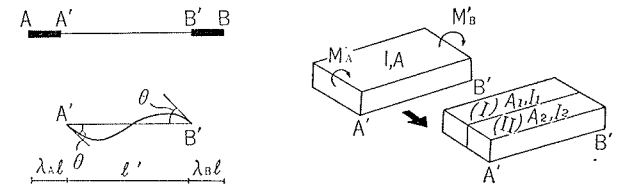
3.1.2. 解法—2 本解法は Dr. Clough によって文献(1)に示された方法である。

いま、図—4に示す逆対称曲げを受ける部材A—Bの剛域端をA'—B'として、A'—B'間は等断面、弾性とするが、危険断面、A', B'では相異なる塑性性状を有する材の特性を下記の方法で考慮する。

まず、断面がA'である長さl'の仮想部材を考え、この部材の逆対称変形を想定する。仮定により両端の曲げ回転角は等しく、 $M \sim \theta$ の関係を図—3と同様な、Bi-linear 型として降伏モーメントは、実験、計算等より仮定する。図—4に示すように、部材A'—B' (断面積A, 二次モーメントI)の両端に材端モーメント M'_A, M'_B が加わるとして、計算上、この部材を2つに分割し、断面積、二次モーメントがそれぞれ、(I)材は A_1, I_1 , (II)材は A_2, I_2 の性質をもち、A', B'端での剛性低下率を α_A, α_B として、 $\alpha_A > \alpha_B$ とすれば、

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 & A &= A_1 + A_2 \\ I_1 &= (1 - \alpha_A) \cdot I & A_1 &= (1 - \alpha_A) A \\ I_2 &= \alpha_A \cdot I & A_2 &= \alpha_A A \end{aligned}$$

(I)材は完全弾塑性材、(II)材は弾性材として、A', B'端のヒンジの発生状況により材の剛性は下記の4種類のいずれかに決定される。



図—4

- CASE—1 $IK = IK'$ 両端弾性
- CASE—2 $IK = (1 - \alpha_B) IK'_B + \alpha_B IK'$ B端ヒンジ
- CASE—3 $IK = (1 - \alpha_A) IK'_A + \alpha_A IK'$ A端ヒンジ
- CASE—4 $IK = (\alpha_A - \alpha_B) IK'_A + \alpha_B IK' (\alpha_A \geq \alpha_B)$ 両端ヒンジ
 $(\alpha_B - \alpha_A) IK'_B + \alpha_A IK' (\alpha_B \geq \alpha_A)$

ここに $IK' = \frac{6EK}{(\alpha\lambda + \gamma)(\alpha\delta + \gamma) - (\alpha\lambda\delta - \gamma)^2} \begin{cases} (\alpha\delta + \gamma)(\alpha\lambda\delta - \gamma) \\ (\alpha\lambda\delta - \gamma)(\alpha\delta + \gamma) \end{cases}$
 $IK'_A = \frac{6EK}{\alpha' + \gamma} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1(1-\lambda_1) \\ \lambda_1(1-\lambda_1) & (1-\lambda_1)^2 \end{bmatrix}$
 $IK'_B = \frac{6EK}{\alpha' + \gamma} \begin{bmatrix} (1-\lambda_2)^2 & \lambda_2(1-\lambda_2) \\ \lambda_2(1-\lambda_2) & \lambda_2^2 \end{bmatrix}$
 $\alpha\lambda, \alpha\lambda_B, \alpha\delta, \gamma$ などは変断面たわみ角法係数

3.2. 部材のせん断降伏を考慮する場合

部材のせん断変形を考慮する場合には式—(1)中の γ を考えればよく、ある材がせん断降伏したときは、その材のせん断剛性低下率 β で操作する。もちろん $\beta=1$ で弾性が表わされる。

ただし部材のせん断降伏が特に問題となるのは、壁や丈の低い柱などを対象にした場合に有効にきく要素であり、その復元力特性は Positive-Bi-linear ではなくて、Negative-Bi-linear になることも考えられるので、将来的にはこの方向で改良できるように配慮した。

3.3. パネルのせん断降伏を考慮する場合

パネルのせん断剛性低下についてはいろいろな考え方があがるが、図-5のパネル変形を考えれば、弾性では、式-(2)のようになる。

$$M_P = G_P \cdot \gamma \quad (\text{ただし } G_P = 4BDtG) \quad \dots\dots\dots(2)$$

そこで、パネル応力～せん断変形角の関係に弾塑性を考慮するときは、せん断剛性 G_P が低下すると考えてもよい。すなわちパネル応力がある限度をこえたら、増分式で

$$\Delta M_P = \beta_P \cdot G_P \cdot \Delta \gamma \quad \text{として}$$

剛性低下率 β_P で操作すればよい。

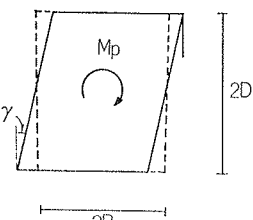


図-5

ただし、パネルの中心点まわりのモーメント M_P が、一般の物理的概念からは考えにくいことを考慮して、本プログラムではパネルのせん断応力度 τ_P を計算して、弾塑性の判定基準とした。

4. 剛性の扱い

前節に述べた要領で、弾塑性を考慮した各部材のたわみ角法係数が算出されれば、柱、はり、パネルの各要素に対して、個材マトリックスは式-(3)のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} & \text{(柱)} \\ & \begin{Bmatrix} M_c^e \\ M_c^b \\ Q_c \\ N_c \end{Bmatrix}_{ij} = 2EKok_{ij} \begin{Bmatrix} a_c & b_c & c_c & o \\ b_c & a_c & c_c & o \\ c_c & c_c & d_c & o \\ o & o & o & e_c \end{Bmatrix}_{ij} * \begin{Bmatrix} \theta_c^e \\ \theta_c^b \\ u \\ \epsilon \end{Bmatrix}_{ij} \\ & \text{(はり)} \\ & \begin{Bmatrix} M_h^e \\ M_h^b \\ Q_h \\ N_h \end{Bmatrix}_{ij} = 2EKok_{ij} \begin{Bmatrix} a_h & b_h & c_h \\ b_h & a_h & c_h \\ c_h & c_h & d_h \end{Bmatrix}_{ij} * \begin{Bmatrix} \theta_h^e \\ \theta_h^b \\ \lambda \end{Bmatrix}_{ij} \\ & \text{(パネル)} \\ & \{ M_P \}_{ij} = \{ 4BDtG \}_{ij} \{ \gamma \}_{ij} \end{aligned} \right\} \text{---(3)}$$

これを各層ごとにまとめて、フレーム全体に組み立てていく過程は、前報に示したとおりであるから、ここでは省略して、最終的に外力と変形のつりあい式は式-(4)のようになる。

$$\begin{Bmatrix} P \\ P_H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^T & K_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d \\ d_H \end{Bmatrix} \quad \text{---(4)}$$

式-(4)で、水平外力のみを考え他をすべて0とすれば $\{P\} = 0$ より $\{P_H\} = [K_T] \{d_H\}$ となり、 $[K_T]$ がフレーム全体の水平剛性となる。

$$\text{ただし } [K_T] = [K_{22}] - [K_{12}]^T [K_{11}^{-1}] [K_{12}] \quad \dots(5)$$

5. 荷重の扱い

フレームに加わる水平外力は、図-1の流れ図に示したとおり、高さ方向に任意分布をもつ静的な水平繰返し荷重と、地震外力とを考えた。

5.1. 静的水平荷重

フレームに加わる水平外力は、上層より下層まで、任意の分布をとるものとして、荷重段階は所定の増分荷重を上記の分布に従って増減し、あらかじめ設定した各段階での最大荷重に到達した後は、必要なら除荷し、さらに負荷重、正荷重と、数回の繰返し加力を行なう。

いま、各層に加わる荷重分布を $P_{mode}(i)$ とすれば各層での増分荷重は

$$\Delta P_H(i) = P_{mode}(i) \cdot \Delta P \cdot (-1)^{K_P+1} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに ΔP は荷重きざみ、 K_P は荷重の正負繰返し回数したがって、応力、変形計算は、式-(5)の水平剛性、 $[K_T]$ を用いると、増分式で

$\{\Delta P_H\} = [K_T] \cdot \{\Delta d_H\}$ のつりあい式を解くことになる。

5.2. 動的地震荷重

地震応答計算は各時刻ごとに増分外力に対して、増分式による線形加速度法に従えば、振動方程式は、下式のようになる。

$$\begin{aligned} & \left[\left\{ 1 + \frac{3 \cdot C_i}{\Delta t} \right\} [K_T] + \left\{ \frac{6}{\Delta t^2} + \frac{3 \cdot C_e}{\Delta t} \right\} (M) \right] \{ \Delta X \} \\ & = - (M) \left\{ [C_A] + C_e [C_B] + [\Delta \ddot{y}_o] \right\} - C_i [C_B] [K_T] \\ \text{ただし } & [C_A] = - \left(\frac{6}{\Delta t} [\dot{X}_o] + 3 [\ddot{X}_o] \right) \\ & [C_B] = - \left(3 [\dot{X}_o] + \frac{\Delta t}{2} [\ddot{X}_o] \right) \\ & C_e = \text{外部減衰} \quad C_i = \text{内部減衰} \\ & X_o, \dot{X}_o, \ddot{X}_o = \text{前回の変位、速度、加速度} \\ & (K^*) = \left[1 + \frac{3 \cdot C_i}{\Delta t} [K_T] + \frac{6}{\Delta t^2} + \frac{6 \cdot C_e}{\Delta t} \right] (M) \\ & (\Delta R^*) = - (M) \left\{ [C_A] + C_e [C_B] + [\Delta \ddot{y}_o] \right\} - C_i [C_B] [K_T] \\ & \text{とすれば} \\ & (\Delta R^*) = (K^*) \{ \Delta X \} \end{aligned}$$

上式のつりあい式は原理的には静的解法の場合と全く同一であり、これを解けば、増分変形が計算され、順次、増分速度、加速度、モーメント、せん断力などが計算される。

5.1. または5.2. により計算された、 $M \sim \theta$ などの関係を弾塑性判定し、修正の必要がある部材については

3. にもどって修正し、以下同様の操作を繰り返す。

6. 計算例

以上により開発されたプログラムを用いて、以下の計算例を行なった。(使用計算機 NEAC 2200—500)

6.1. 例題 1

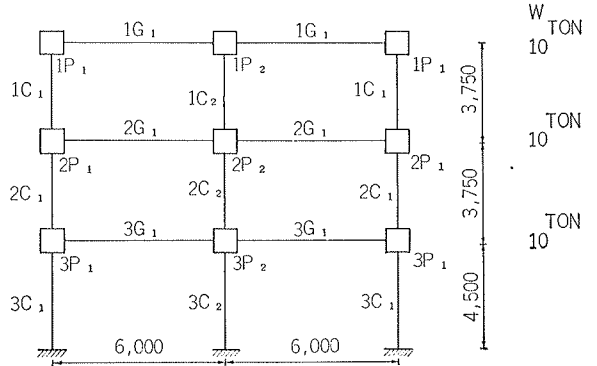
6.1.1. 静的水平荷重の場合

- i) 対象骨組 図—6 に示したような 3 層 2 スパン S 造で、表—1 に材料の諸性質を示す。
- ii) 荷重 各階均等分布とし、増分荷重 1 t で正方向に 20 t まで加力する。
- iii) 計算種別 以下の 5—CASE について行なった。
 CASE—1 柱・はりともに曲げ降伏型
 CASE—2 柱のみ曲げ降伏型
 CASE—3 はりのみ曲げ降伏型
 CASE—4 柱・はりともにせん断降伏型
 CASE—5 パネルのせん断降伏型

iv) 計算結果 荷重と最上層の変形の関係を、各 CASE について比較して図—7 に示した。図中には、各 CASE についての降伏状態をあわせて示し、そのときの荷重を数字で示した。

図—8 には、CASE—3 の場合の各はり端でのモーメント～回転角の関係を示した。

v) 結果の考察 この骨組は柱、はりの剛性が比較的良好にバランスしているが、はり端にヒンジができて全体の変形が急激に増大することはない。当然のことながら、柱にヒンジができると変形は急激に増大し、特に柱脚にできた場合に著しい。CASE—4 では材の降伏は起こるが、全体変形への影響はわずかである。パネルの降伏は、降伏設定値をやや高く仮定したために、かなり遅れた降伏が始まり、降伏後の変形の伸びも少ない。このことは、降伏後の剛性を初期の 5% としたことに起因すると考えられる。



図—6 例題 1 骨組

部 材	A (cm)	B (cm)	t ₁ (cm)	t ₂ (cm)	M _y (t·cm)	α _{MY}	Q _y (t)	α _{QY}
1C ₁ , 2C ₁	19.6	19.9	0.65	1.0	1176.	0.05	6.27	0.05
1C ₂ , 2C ₂	20.0	20.0	0.80	1.2	1416.	0.05	7.55	0.05
3C ₁	29.4	20.0	0.80	1.2	2313.	0.05	10.28	0.05
3C ₂	29.8	29.9	0.90	1.4	3810.	0.05	16.18	0.05
1G ₁ , 2G ₁	30.0	15.0	0.65	0.9	1443.	0.05	4.81	0.05
3G ₁	35.0	17.5	0.70	1.1	2325.	0.05	7.75	0.05

パネ ル	2 B (cm)	2 D (cm)	t (cm)	τ _y (t/cm ²)	α _{TY}
1P ₁ , 2P ₁	20.	30.	1.	3.76	0.05
1P ₂ , 2P ₂	20.	30.	1.	4.56	0.05
3P ₁	30.	35.	1.	4.18	0.05
3P ₂	30.	35.	1.	4.21	0.05

但し

・柱、はり 部材はH型鋼とし、上記のA、B、t₁、t₂は下図の各寸法とする。

・降伏応力は下記算定式による。

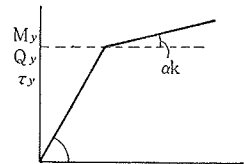
$$M_y = \sigma_y \cdot Z \quad (\sigma_y = 3000 \text{ kg/cm}^2)$$

$$(Z: \text{断面係数})$$

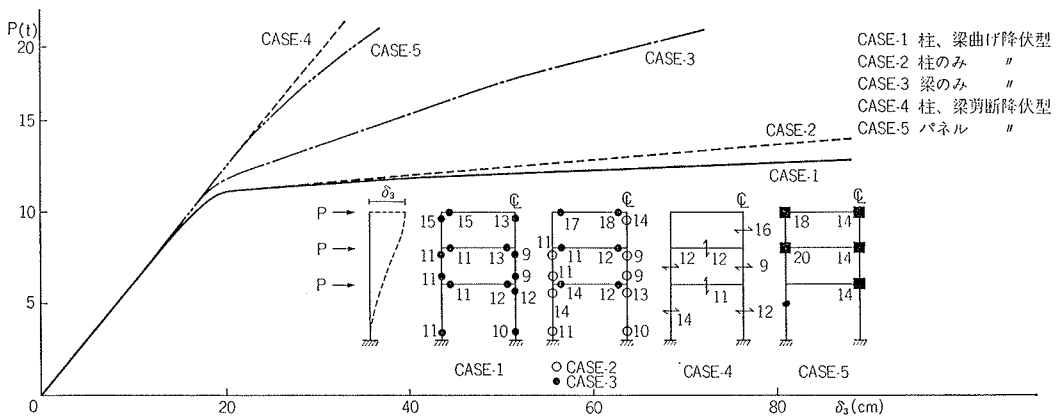
Q_y = 2 M_y/h (h: 階高又はスパン長)

$$\tau_y = (-2 M_y^c + 2 Q_y^c \cdot B) / 4 B D t \quad (\text{一般層})$$

・履歴はBi-linear型として剛性低下率αはα_{MY}、α_{QY}、α_{TY}のそれぞれについて右図の通りとする。



表—1 例題 1 の諸係数



図—7 例題 1—静的荷重の各 CASE の P—δ (最上層) 関係および降伏状態

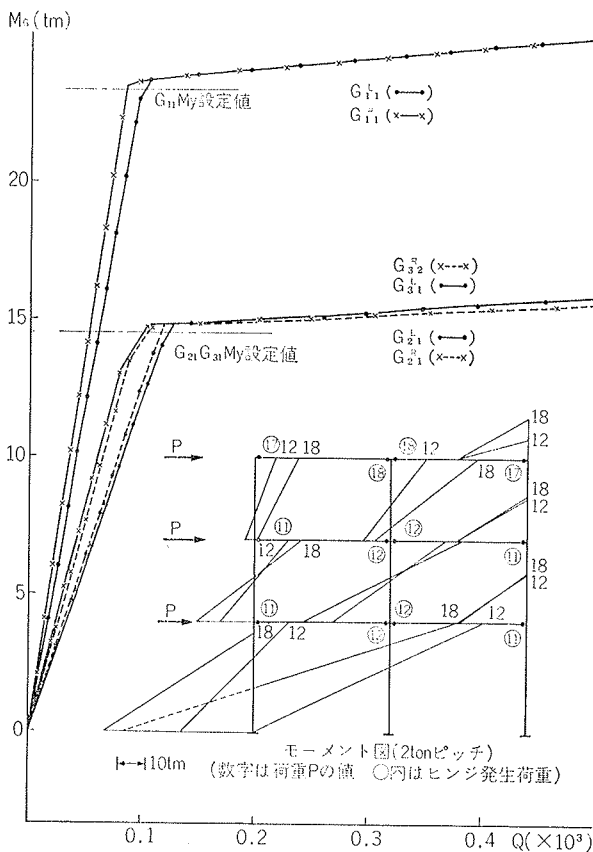


図-8 例題1 CASE-3 はり端 $M \sim \theta$

6.1.2. 動的地震荷重

- i) 対象骨組 6.1.1. に同じ
- ii) 地動 El-Centro 1940 NS 900 GAL
- iii) 減衰 内部, 外部ともに0
- vi) 計算種別 柱, はりともに曲げ降伏型, 解法-1
- v) 計算結果 図-10に各層の変位とヒンジ発生位置, 時刻を示した。なお図中に点線で, 従来の層せん断力降伏型による応答結果をあわせて記入した。本例題では, 比較的せん断降伏型に似ているが, 周期の伸びが大きく, 応答値はやや小さめにでている。

6.2. 例題 2

- i) 対象骨組 図-9に示した2層1スパンS造
- ii) 地動 El-Centro 1940 NS 330 GAL
- iii) 減衰 $h=0.05$
- iv) 弾塑性 柱, はりともに曲げ降伏型, 解法-2ただし降伏応力は柱は上, 下端で同一とし, はりは, 左, 右端で異なるものとした。
- v) 計算結果 図-11に各層の変位を弾性応答と比

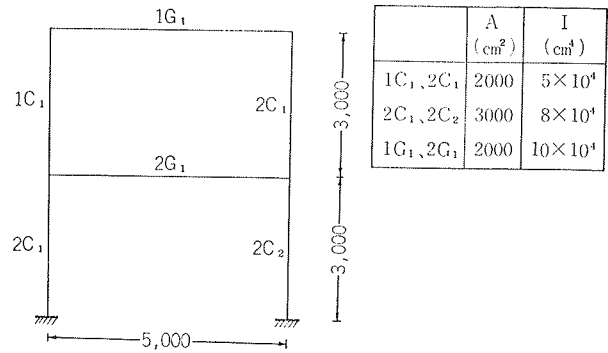


図-9 例題2の骨組

較し, 図-12は, せん断降伏型との比較を行った。曲げ降伏型変位応答は, 弾性応答に対してはもちろん大きく, せん断降伏型との比較では, 周期の伸びは例題1と同様の傾向を示しているが, 変位の差異に着目したい。

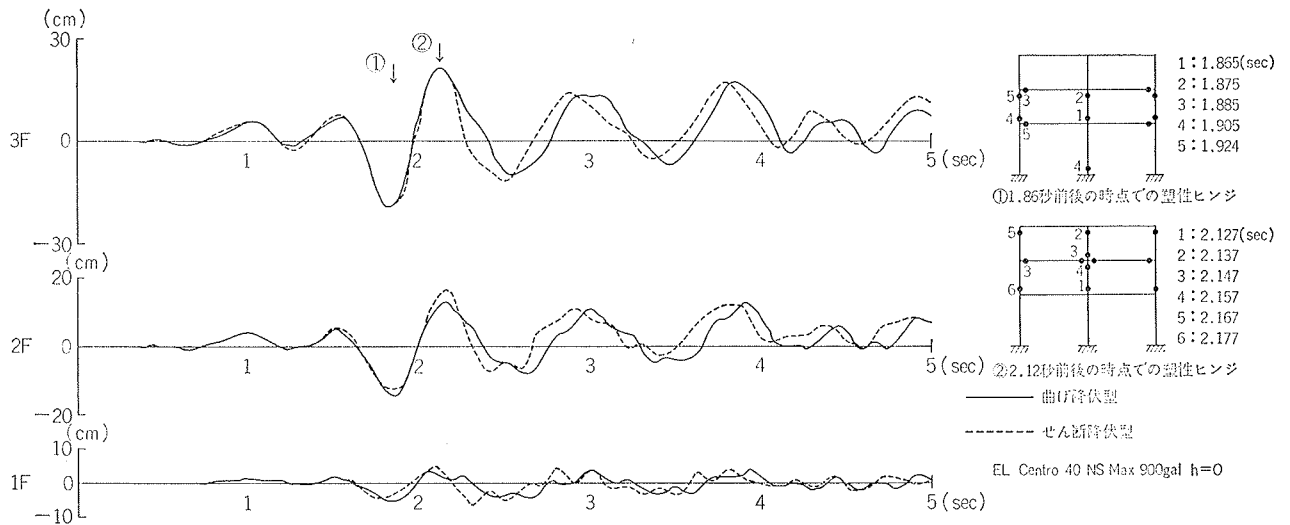
7. 結 び

本報告では主眼をフレームの各材端における $M-\theta$ 関係においた, 曲げ降伏型弾塑性解析法について述べ, 静的外力および動的外力を受けるフレームの例題についてその挙動を示した。在来の高層フレーム解析法の1つとしての質点系せん断降伏型応答解析法との比較によれば, 例題の範囲内でかなりの相違がみられた。今後さらに例題を重ねて, せん断降伏型解析法を含む他の解析法との比較を進めなければならない。一方, 壁を含むラーメンフレームの弾塑性応答性状についても本解析法による吟味を進める必要があるだろう。

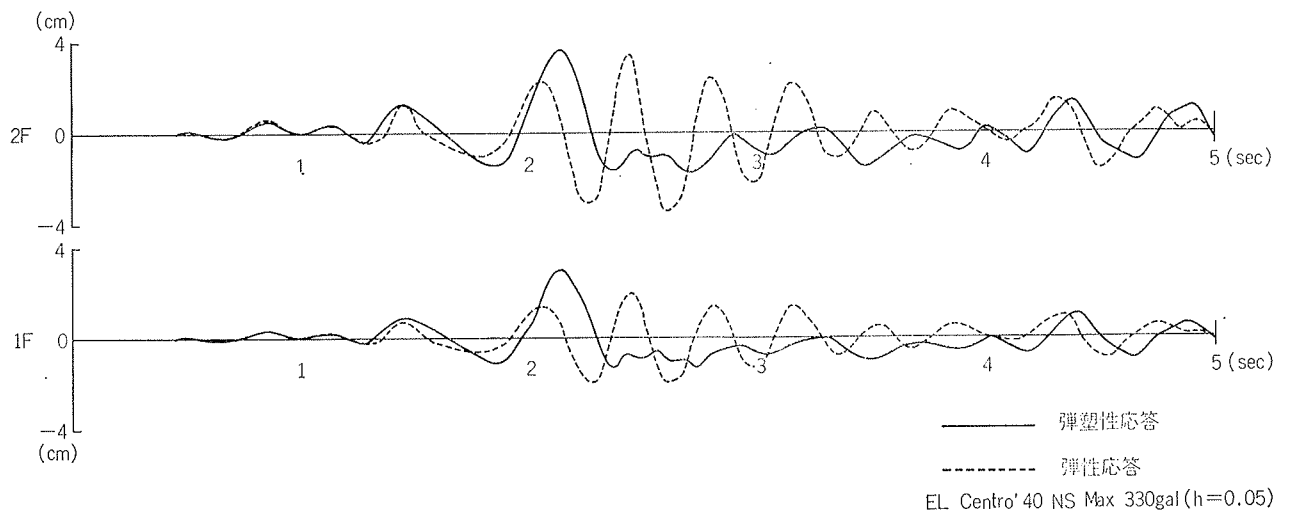
なお本報告の解析法の演算に際し当社機械計算部開発課, 松岡進士郎課長, 内山武司元職員(現北海道大学助教授), 板橋瑩二職員, 前山佳一職員に, ご助言, ご協力をいただきました。ここに深謝いたします。

参考文献

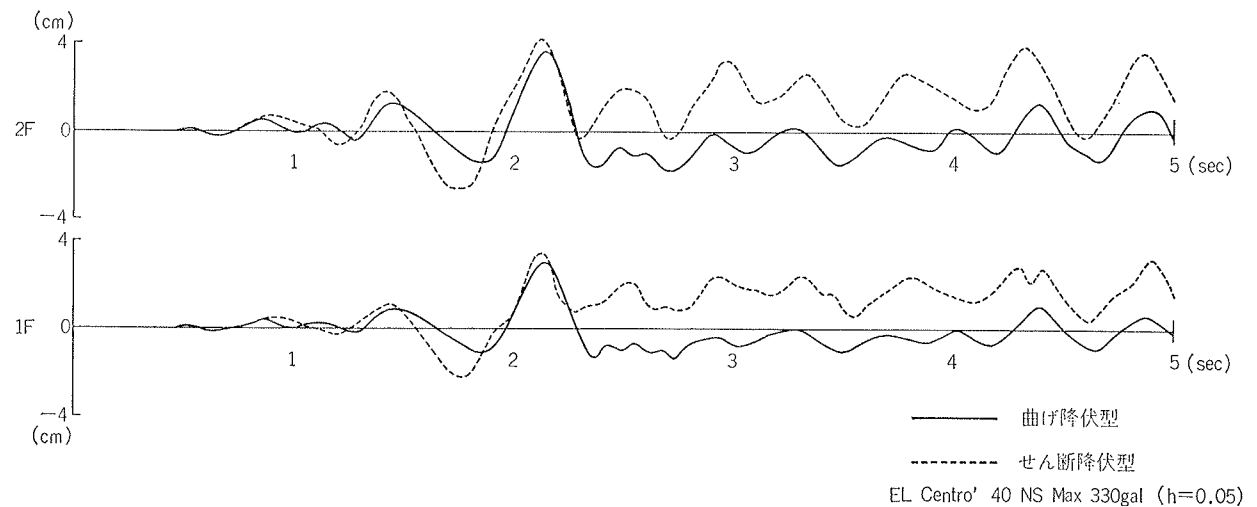
- 1) Ray W. Clough: Inelastic Earthquake Response of tall-Buildings, Proc of World Conf. on Earthquake Engineering Vol. II
- 2) G.V. Berg: Response of Multi-story Structures of Earthquake, ASCE
- 3) 松岡他: 建物の総合的構造解析法について(その1~その3) 建築学会論報号外 昭45. 9
- 4) 松岡他: 高層ビル耐震設計プログラムの開発研究, 大林組技研報, No. 4, (1970)



図一10 変位応答曲線 (例題1, 曲げ降伏型とせん断降伏型との比較)



図一11 変位応答曲線 (例題2, 弾塑性応答と弾性応答との比較)



図一12 変位応答曲線 (例題2, 曲げ降伏型とせん断降伏型との比較)