

電気アナログ法について (第2報)

齋藤二郎
内藤和章
若松雍継
西林清茂

概要

第1報では電気アナログ法の基礎理論を中心に、幾つかの代表例を紹介しながらこの実験解析法の建設工学的問題への適用方法について論じた。本報告ではその後行なった数多くの実施例のうちから、2例だけを取りあげ、詳細な解析方法について述べる。その1は大ケーソン工事における自然地下水圧1 kg/cm²低下を目的としたディープ・ウェル設置問題であり、その2は現場揚水試験における地盤の透水係数の決定あるいは降雨などの表面水処理を地中排水とする場合の井戸使用の決定問題に関するものである。両者とも地下水処理を対象としたもので、電気タンク(導電物質……寒天)を使用した三次元的電気アナログ実験解析法としては最も多用される代表例である。

1. まえがき

ここにあげた2つの実施例と電気アナログ法解析の基本原理は同一である。すなわち、土中の地下水の流れと、導電物質中の電気の流れが数学的に相似であるという原理に基づいている。土中の地下水のポテンシャルを ϕ 、導電性物質中の電圧を E とすれば、

$$\begin{aligned} \text{地下水の場合} \quad \nabla^2 \phi &= 0 \\ \text{電気の場合} \quad \nabla^2 E &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots(1)$$

ここに

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$$

と ϕ と E に関する Laplace の基礎方程式が成立する。したがって、地下水の流量を Q 、電流を I 、地盤の透水係数を k 、導電性物質の電気伝導度を x とし、 ϕ と E を対応させれば、

$$\frac{Q}{I} = \frac{k}{x} \cdot \frac{\phi}{E} \quad \dots\dots(2)$$

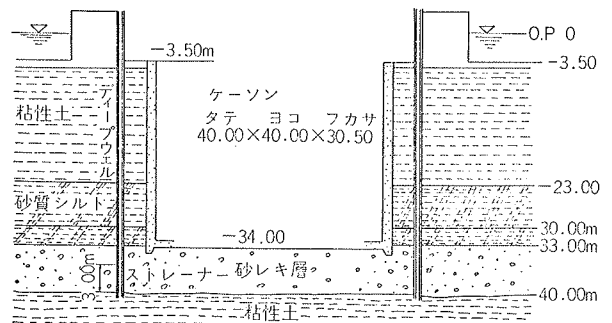
となり、実際の地下水の流れにおける境界条件と相似な導電性物質の模型を作成し、電気計測を行なえば、実際の地下水のポテンシャル、流量を求めることができる。三次元解析の場合、模型縮尺を α とすれば、実際と模型の相似律および(2)式から次式が成立する。

$$\frac{Q_p}{I_m} = \alpha \cdot \frac{k_p}{x_m} \cdot \frac{\phi_p}{E_m} \quad \dots\dots(3)$$

ここにサフィックス p は実際の地盤、 m は模型に対するものである。

2. 実施例—1 某橋脚基礎潜函工事のディープウェル設置計画への適用例

ディープウェル設置計画における地下水の解析に関しては数学的解析、水理学的模型実験法などが一般的であるが、次元的、相似法などに問題を含み、実際に近い解析を行なうことは非常に困難である。当ディープウェルは図—1に示すごとくタテ40m×ヨコ40m×フカサ30.5mのケーソンを海水面下—34.00mに沈設する際、圧気圧によって処理できる2.5 kg/cm²以上の残留自然水圧1 kg/cm²を地下水揚水によって処理しようとするものであって、その設置計画に当たっては正確性を極力必要とする。そのため実験法も確立し、正確性については実績のある三次元的電気アナログ解析法を採用したものである。



図—1 ケーソン工事概略図

この模型実験および解析の基本方針は海水面下—33m～—40mに分布する準被圧地下水を含んだ砂層内にケーソン底部が到達した際、砂層内地下水圧を1 kg/cm²低下させるに必要なディープウェルの揚水量を実験によって求め、適切かつ経済的なディープウェルの本数、ピッチ、位置などの設置条件を決定することである。

2.1. 実験の方法および実験の種類

上記の方針に基づいて解析を行なうために次のような2種類の実験を行なった。

(実験-1) ケーソン底部およびその周囲の詳細な水圧ポテンシャル分布を測定するために、それらの部分の大きな模型を作成できる縮尺1/50の模型実験である。

(実験-2) 所要水圧低下 1 kg/cm^2 を得ることのできるディープウェルの揚水量を求めることを主目的とした実験で、影響半径を大きくとることができるように模型縮尺を1/150とした。ただし、(実験-1)の水圧ポテンシャル分布解析に使用するためにケーソン外部のポテンシャルも測定する。

実験槽は大きさタテ1.50m×ヨコ1.50m×フカサ0.20mの木製で、絶縁性、水密性を保つために内面をエナメルペイント仕上げしたもので、(実験-1)、(実験-2)とも同一のものを使用する。問題となる砂レキ層は上下を不透水性の粘性土にはさまれているので、模型地盤はこの砂レキ層だけを作成すればよい。砂レキ層の模型地盤は比電導度 $\alpha=0.0128$ (NaCl 3%) をもった濃度3%の寒天で作成し、地下水流入境界(影響半径)に当たる実験槽の周囲、半径1.50mの円弧上には銅板を設置する。ディープウェルの模型はストレーナー以外の部分を絶縁した銅棒とする。なお、地盤、ケーソン、ディープウェル配置ともケーソン中心点に対して対称であるので模型は1/4円であり。各実験条件を一括して表-1に、また、実験装置の1例を図-2に示す。

地盤・構造物の名称	模型使用材料	大きさおよび寸法		
		実 際	模 型	
		(m)	(%)	(%)
砂レキ層 層 厚	3%濃度寒天 (NaCl3%)	7.80	43	130
ケーソン 大 き さ 深 さ	空気	タテ ヨコ 40.00×40.00	タテ ヨコ 133×133	タテ ヨコ 400×400
		30.50	砂レキ地盤から 7%下がり	20%
ディープウェル 径 ピ ッ チ ストレーナー長 壁との距離	銅棒	$\phi 0.60$ 5, 6, 7	$\phi 4$ 33, 40, 47	$\phi 12$ 100, 120, 140
流入境界 影 響 半 径	銅板	実験-1...75 実験-2...225	R=1,500	R=1,500

砂レキ地盤の透水係数 $K=2.70 \times 10^{-1} \text{ cm/sec}$

表-1 実験条件

実験に当たっては図のように配線した後、地下水流入源に当たる銅板とディープウェルに相当する銅棒にある一定の電圧を与え、その間の電流値を測定して(3)式より揚水量を求める。また、寒天地盤内の電圧ポテンシャルを測定すれば砂レキ層内地下水の水圧を求めることができる。なお、実際には砂レキ層の上部と下部

の水圧は異なっているわけだが(上部 3.4 kg/cm^2 , 下部 3.7 kg/cm^2)、揚水量算定およびケーソン付近のポテンシャルに及ぼす影響は少ないので実験では同一電圧とした。

2.2. ポテンシャル分布解析結果

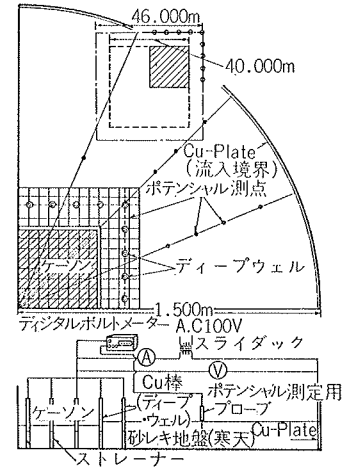


図-2 実験装置の1例(実験-1)

ケーソン周辺に設置したディープウェルによって地下水を揚水した場合、砂レキ層内地下水圧ポテンシャルはディープウェル位置で最も大きく低下し、ディープウェル位置から遠ざかるに従って低下の程度は減少する。ディープウェルで囲まれているケーソン部分は群井戸の内部になるので、中心付近のポテンシャルだけ若干高めの傾向を示すが、全体的にはディープウェルからの距離にあまり影響されず大きく低下する。

図-3は模型縮尺1/150(実験-2)におけるポテンシャル分布の1例である(水圧ポテンシャルの低減量を百分率で表わしたもの)。

これによると、ケーソン位置から離れた周辺砂レキ地盤内地下水圧ポテンシャル分布はケーソン中央を中心点とした円を描くが、ケーソンに近づくに従ってデ

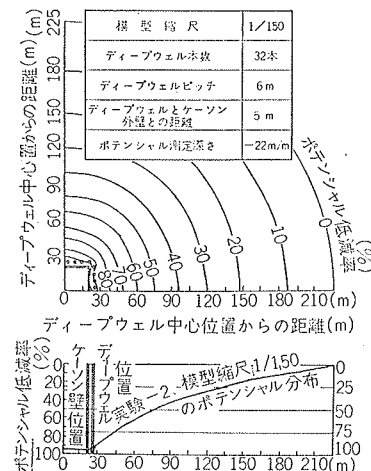


図-3 ケーソン外のポテンシャル分布

イーブウェルに影響されて円形がくずれ、ディーブウェル設置ライン形状に近づく。

ケーソン内部および周辺の詳細なポテンシャル分布を図-4（実験-1）に示す。ケーソン内部のポテンシャル分布が明らかである。()内数字は影響半径を225mに修正した場合のポテンシャル値である。このときのケーソン中心点におけるポテンシャル低下率は95%に及ぶ。ディーブウェルの設置条件（ピッチ、位置）がポテンシャルに及ぼす影響を記すれば、

- (1)ディーブウェルピッチが変われば、ポテンシャルも変化する。しかし、その変化の割合は非常に小さく、ピッチが2m程度変わっても数%である。
- (2)ディーブウェルとケーソン外壁との距離が変われば当然ポテンシャルも変化する。しかし、その変化の割合は(1)よりも小さい。
- (3)砂レキ層内の深さ方向のポテンシャル変化は電圧の与え方にも問題はあがあるが、若干である。

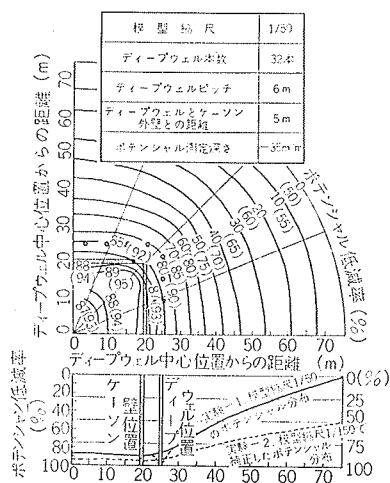


図-4 ケーソン付近のポテンシャル分布

2.3. ディーブウェル揚水量解析結果

2.2. で述べたごとく、ケーソン内部のポテンシャル分布は周囲の刃口付近が低く、中心部で高くなる。したがって、ケーソン底部の中心点における地下水圧を 1kg/cm^2 を低下させるため必要なディーブウェルの総揚水量算定方法は、まずケーソン中心点において水圧 1kg/cm^2 を低下させるために必要なディーブウェル位置での所要水圧低下量を2.2. のポテンシャル分布から求め、測定電圧 V 、電流 I を(3)式に代入する。

表-3はディーブウェル設置各条件に対する揚水量である。この値を見るとディーブウェルのピッチ、ディーブウェルとケーソン外壁との距離が変化しても総揚水量に大きな差はない。この関係は図-5を見ると明らかである。

図-5はディーブウェルのピッチおよびディーブウ

実験 番号	ディーブウェル設置条件			ケーソン中心位置C水圧 1kg/cm^2 を低下させるに 必要なディーブウェル部 分の水圧低下量	ディーブウェル揚水量	
	ピッチ	ケーソン外壁 からの距離	本数		全揚水量	ディーブウェル1本 当りの揚水量
1	5m	4m	40	1.071 kg/cm^2	23.4 m^3/min	0.73 m^3/min
2	5	5	40	1.067	23.7	0.74
3	5	6	40	1.068	30.0	0.75
4	6	4	32	1.074	28.7	0.90
5	6	5	32	1.071	29.0	0.91
6	6	6	32	1.075	29.5	0.93
7	7	4	28	1.034	28.7	1.03
8	7	5	28	1.103	29.4	1.05
9	7	6	28	1.100	29.7	1.06

表-2 ディーブウェル揚水量算定結果

エルとケーソン外壁との距離を変化させた場合の揚水量の変化を示したものであるが、たとえば、ディーブウェルのピッチが5mから7mに変化した場合、全揚水量は $0.7\text{m}^3/\text{min}$ ときわめてわずかである。しかし、ディーブウェル1本当たりの揚水量は $28.4\text{m}^3/\text{min}$ から $31.5\text{m}^3/\text{min}$ ($d=5\text{m}$ のとき)へと大きく変化する。このことはディーブウェル1本当たりの揚水能力が大きければ、ディーブウェルの本数を減らし経済効果を増大させることができることを意味している。

また、同一の図において、ディーブウェルとケーソン外壁との距離を一定とし、ディーブウェルのピッチを変化させた場合の揚水量の変化を見ると、全揚水量および1本当たりの揚水量ともこの程度の変化に対しては大きな差を認めることができない。したがって、ディーブウェルの設置位置が他工事への支障をきたすおそれがあるときには、その位置を若干変更してもさしつかえないといえる。このことは井戸の径をかなり増減させて井戸集水面積を変化させても揚水量の増減はさほど大きくないといわれている理論の実験的裏付けともなる。

ディーブウェルのストレーナー位置とケーソン刃口位置の深さ関係は漏気の問題において非常に重要であ

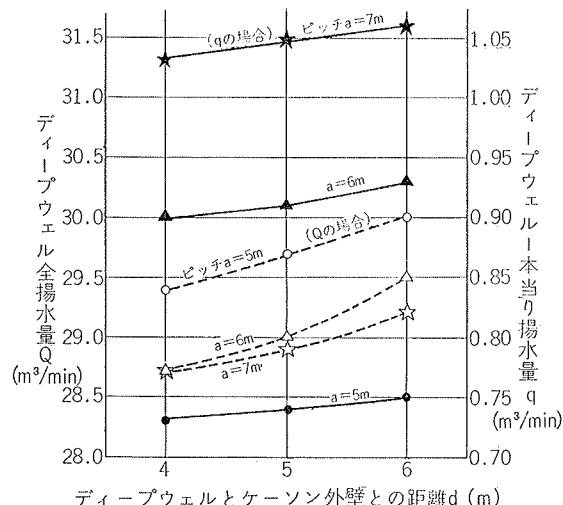


図-5 ディーブウェルとケーソン外壁との距離と揚水量の関係

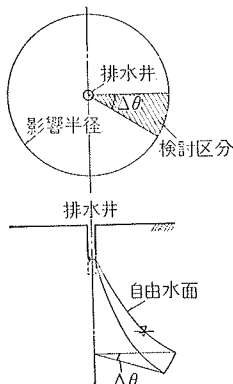
る。ディープウェルからの漏気を防止するにはケーソン内圧気圧の値をディープウェル位置における残留地下水圧の値より常に低くすることが必要である。

3. 地中注水試験の解析例

台地内窪地にたまる降雨等の地表水や、下水や、工事中に生ずる湧水の処理が困難な場合に、水を地中に注水する地中排水工法を採用する場合がある。地中注水工法は、地層に透水性がよく、また地下水の存在しない領域すなわち玉石混り砂レキ層（以下被注水層とする）があった場合に、この層に達する排水井を設置して、水をこれに導き、自然あるいは圧力注水することにより排水するものである。この排水工法において問題となるのは、所定の排水量を確保するために必要な排水井の直径、深さ、本数、配置、注水圧などである。これらはすべて被注水層の透水性と地下水位の位置によって決定されるものであるから、これを十分正確に把握する必要がある。まず、被注水層の透水性を把握するには、現位置において排水井を設置して注水試験を行なうのが最も正確である。この試験は通常の揚水試験と異なって、地下水の存在しない層の透水性を推定するものであり、類似した試験法に米国内務省開拓局で採用している方法があるが、この試験法を採用するには、幾多の問題がある。そこで大口径の試験排水井をベントナイトを使用しないで、深礎工法あるいは山井戸工法によって設置して注水試験するのがよい。また、井底が不透水層に達していないような場合で、さらに鉛直方向流れが水平方向流れに対して卓越しているような場合には、試験結果の解析に通常の井戸理論を適用することはできない。このような場合には、電気アナログ法による解析が最も簡便である。以下に電気アナログ解析方法および現地排水試験結果とその解析結果を述べる。

3.1. 電気アナログ解析方法

水の流れは軸対称流であるから、図一六に示すごと



図一六 円筒座標に対する検討区分説明図

く円筒座標のうち $\Delta\theta$ を取り出して、三次元の問題として取り扱うことにした。

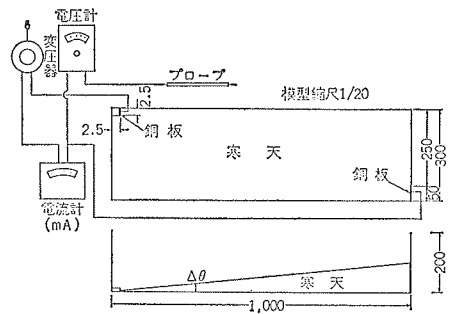
すなわち、実際の電流 I_m は $\Delta\theta$ の部分に対する電流 ΔI_m より

$$I_m = \frac{2\pi}{\Delta\theta} \Delta I_m \quad \dots\dots\dots(4)$$

として求めることができる。したがって、(3)、(4)式より

$$Q_p \cdot \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \alpha \cdot \frac{K_p}{x_m} \cdot \frac{\Delta I_m}{E_m} \cdot h_p \quad \dots\dots\dots(5)$$

解析装置の概要を図一七に示す。導電性媒質としては、0.5%の食塩を含有した4%濃度の寒天を使用する。

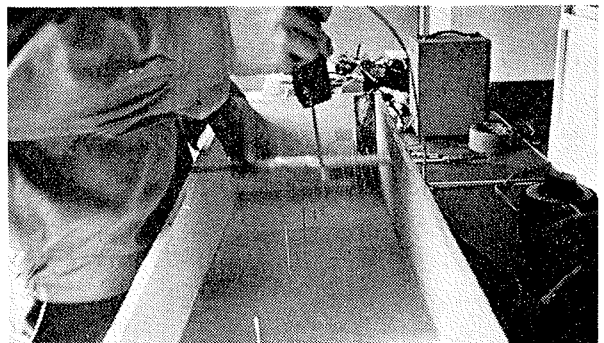


図一七 電気アナログ解析装置概要

この解析において注意すべきことは、自由水面の形成である。すなわち実際の地下水の流れにおいては、自由水面なる境界条件が存在するので、電気アナログ法においても、これを作る必要がある。この自由水面の求め方は、自由水面上では、水頭は位置の水頭だけで圧力水頭は、0であるという原理による。すなわち基準面より Z の高さの水頭 $h_p = Z_p$ であるから相似基準として、

$$h_p = aE_m \quad (a; \text{定数}) \quad \dots\dots\dots(6)$$

としたならば自由水面上では電圧 $E_m = \frac{Z_p}{a}$ になっていなくてはならない。そこで、任意の高さ Z_p において電圧が $\frac{Z_p}{a}$ になっている点を見つけて、これを結び、それより上部の寒天を切り取れば自由水面の第一次近似解が得られる。以下同様の操作を繰り返してトライアル法によって真の自由水面を求めることができる〔図一八参照〕。以上のごとくして自由水面を求めたの

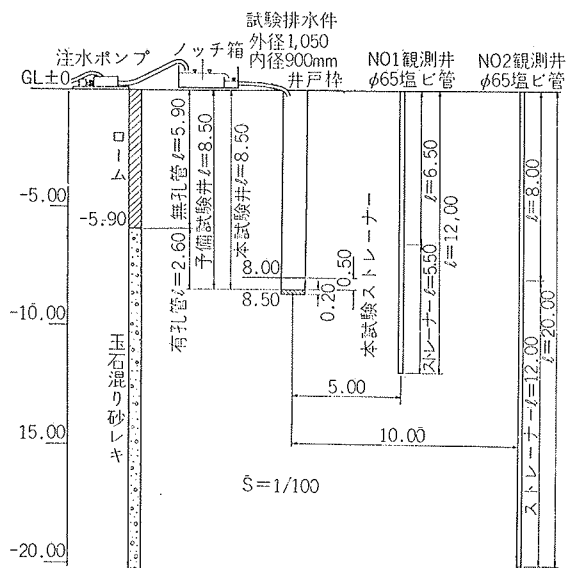


図一八 実験状況（自由水面の追求）

ち、電流を測定すれば、排水試験結果と(5)式より透水係数を求めることができる。

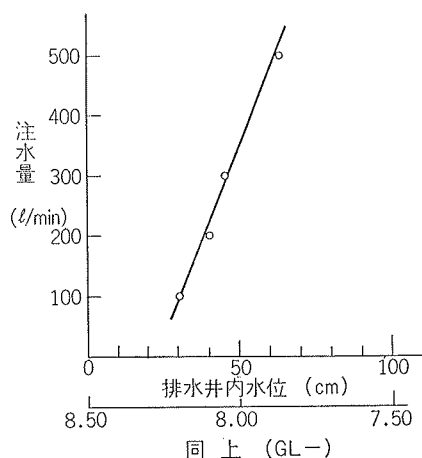
3.2. 現場試験例

3.2.1. 東京川越道路の場合 地中排水試験は、図一9に示す装置にて実施した。地層は地表からGL-60mまでは通称関東ロームであり、その下部は玉石混り砂レキ(被注水層)となっている。



図一9 排水試験設備概要図

試験は、目標注水量を $Q=500, 300, 200, 100$ l/minの4段階とし、このときの目標注水量に対する実際注水量、排水井内水位および観測井内水位の経時変化を測定した。定常状態における排水井内水位と注水量の関係を図示すると図一10のごとくなる。



図一10 注水量と排水井内水位の関係

これによると、排水井内水位と注水量の間には、直線関係があり、排水内水位は注水量を大きく左右することがわかる。

電気アナログ解析は次の4 case について行なった。

case I 影響半径 $R_p=15m$ ($R_m=75cm$), $\Delta\theta = \frac{6.8}{75}$

case II 影響半径 $R_p=20m$ ($R_m=100cm$), $\Delta\theta = \frac{5}{100}$

case III 影響半径 $R_p=20m$ ($R_m=100cm$), $\Delta\theta = \frac{10}{100}$

case IV 排水井近辺の詳細解析

本解析において(6)式における a を $100 \left(\frac{cm}{V} \right)$ すなわち

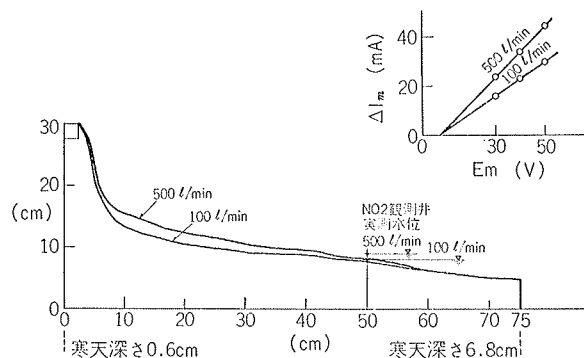
$$E_m = \frac{h_p}{100} = \frac{20 \times h_m}{100} = 0.2 h_m$$

とした。したがって排水井の付加電圧は、図一10より表一3のごとくなる。

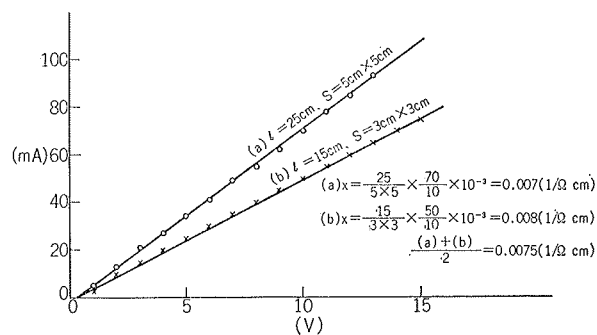
注水量(l/min)	500	300	200	100
排水井内水頭 (m)	5.065	4.82	4.78	4.67
附加電圧 (V)	5.065	4.82	4.78	4.67

表一3 排水井の付加電圧

以上4 caseのうち本報告書では case I の解析結果を述べる。解析は、排水試験における最大注水量500 l/minの場合と最小注水量100 l/minの場合について行なった。以上4 caseのうち、case I、注水量 $Q=500$ l/minの場合の解析結果は次のごとくである。トライアル法によって追求した自由水面の形および $E_m \sim \Delta I_m$ の関係を図一11に示す。また寒天の電気伝導度の計測結果を図一12に示す。



図一11 Case Iにおける計測結果



図一12 Case Iにおける電気伝導度

さて、図一11においてNo. 2観測井位置における自由水面の位置と実測水位を比較すると、ほぼ一致していることがわかる。このことは、影響半径 $R_m=75cm$

($R_p=15m$)が妥当であることを示している。次に(5)式から透水係数 K_p が次のようにして求められる。

注水量 $Q_p=500 \text{ l/min}$ の場合

$$K_p = \frac{Q_p \cdot x_m}{a \cdot h_p} \cdot \frac{E_m}{\Delta I_m} \cdot \frac{\Delta \theta}{2\pi}$$

$$= \frac{0.5 \times 0.75}{2.0 \times 5.065} \times \frac{1}{1.03 \times 10^{-3}} \times \frac{6.8}{75}$$

$$= 5.18 \times 10^{-2} \text{ m/min}$$

$$= 8.64 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$$

同様にして Case I ~ Case IV において求めた透水係数 K_p をまとめて図示すると図-13のごとくなる。これによると透水係数は $3 \times 10^{-2} \sim 2 \times 10^{-1} \text{ cm/sec}$ の範囲にあり平均 $K_p = 1 \times 10^{-1} \text{ cm/sec}$ である。

また、この透水係数を用いて、電気アナログ法により実際の排水井戸の設計を行ない、すでに施工が終了している。

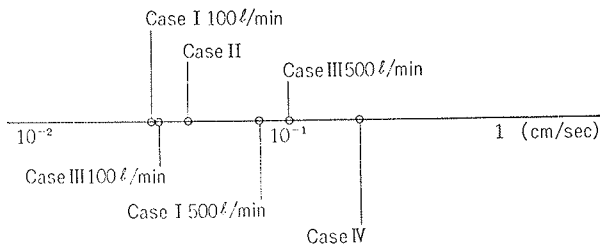


図-13 透水係数総括図

3.2.2. 東北高速道路西那須野地区の場合 排水試験の地層は、地表から GL-4m までは通称関東ロームであり、その下部は玉石混り砂レキ（被注水層）となっている。排水井は外径 1.20m の有孔深礎用型枠を用いて、深礎工法により設置した。このときのストレーナーは図-14に示すごとく開口率 3% である。その他の設備、排水試験方法は、3.2.1. の場合と同じである。

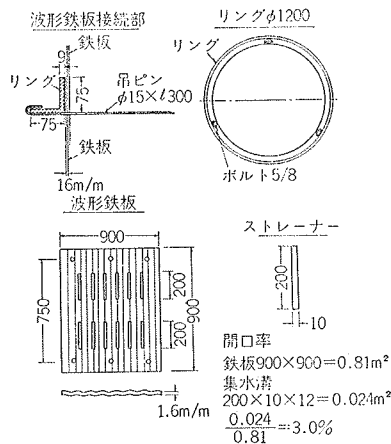


図-14 深礎用型枠詳細図

排水試験は、目標注水量を $Q=900, 620, 280, 100$

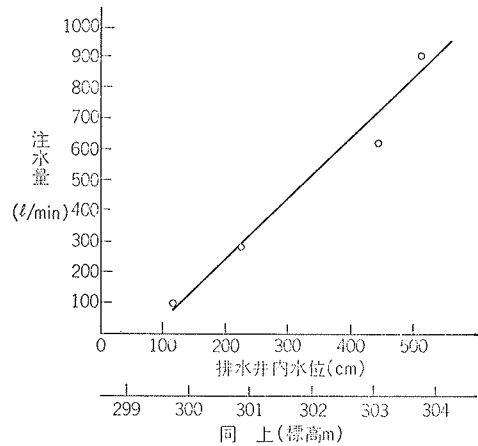


図-15 注水量と排水井内水位の関係

l/min とした。定常状態における排水井内水位と注水量の関係を図示すると図-15のごとくなる。

アナログ解析は、影響半径、 $\Delta \theta$ 、地下水位をささえて 5 case について行なった。解析方法は 3.2.1. と全く同様である。Case I ~ V において求めた透水係数をまとめて図示すると、図-16のごとくなる。

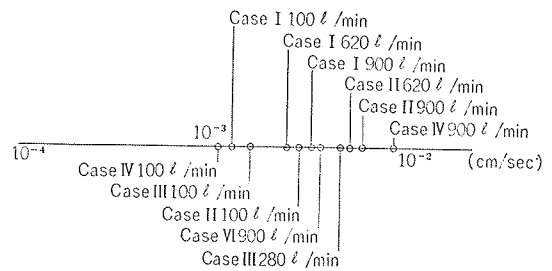


図-16 透水係数総括図

これによると透水係数は $1 \times 10^{-3} \sim 8.3 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の範囲にあり、平均して、

$$K_p = 3.84 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$$

となった。この透水係数を用いて、電気アナログ法により実際の排水井戸の設計を行なった。

4. あとがき

上述のような問題を従来の方で解析する場合には往々にして解析結果と実際の間大きな誤差が生じやすい傾向にあったが、電気アナログ法を採用することによって精度を飛躍的に上昇させることが可能となった。ここでは揚水と注水という相反する地下浸透流問題の解析法に限り述べてきたが、浸透流に限らず、地盤中の空気流、振動・波動、熱伝播問題などの解析とその応用範囲は非常に広い。

また、今回は実験装置にも改良を加え、一段と解析を簡便化した。

なお、(実施例-1)の実験解析に当たっては福田

修次職員の協力を得たことを付記し感謝の意を表す
しだいであります。

参考文献

1. 浸透水流の電氣的相似実験法に関する研究：大林組技術研究所報, No. 2 1968, 福住, 西林
2. 電気アナログ法について(第1報)：大林組技術研究所報, No.4 1970, 田辺, 斎藤, 内藤
3. Earth Manual: U.S. Bureau of Reclamation, May 1968
4. Ground Water Flow Studies by Resistance Networks; Geotechnique 16:1
5. 東京川越道路地中排水試験結果報告書：斎藤, 内藤, 若松, 大林組技術研究所内報
6. 東北高速道路西那須野地区地中排水試験結果：斎藤, 内藤, 若松, 大林組技術研究所内報
7. 阪神高速道路公団南港連絡橋梁基礎潜函工事ディープウェル設置に関する電気アナログ模型実験報告：斎藤, 西林, 大林組技術研究所内報