

PC不静定ラーメンのクリープ応力略算法

竹本 靖

概 要

コンクリートのクリープおよび乾燥収縮によって、プレストレストコンクリート不静定（剛接）ラーメンに生ずる、2次応力の簡便な計算法を提案した。基本式のほか、柱脚の回転の影響、スラブによる変形拘束の影響および、柱ひびわれのとり扱いについても、あわせて述べた。さらに、この方法による各種想定ケースの計算例を示し、その結果にもとづいて、略算法の手順、2次応力のレベル、2次応力チェックを必要とする条件などについて論じた。

1. まえがき

プレストレストコンクリート（以下、PCと略記）はりを剛接合したラーメンでは、時がたつにつれ、PC材のクリープと乾燥収縮により、2次不静定応力が発生する。この2次応力は、ときには、柱にとって過大な曲げモーメントに、PCはりにとって過大な引張力すなわちプレストレス減退力になる。

しかし、時間の要素を考慮した応力計算が面倒であるため、これまでは、構造計画上の配慮、たとえば、適当な間隔で構造継手を設けるなどの工夫とともに、はり単材としての一定のプレストレス減退率のみを考えればよいことになっていた。ところが、近年PC構造の普及ともななって、特に長いスパンあるいは、多層多スパンの例が増えつつあり、これらに対しては、クリープ2次応力を避けて通る従来の方法では、構造設計上困難を来したり、安全性の欠除に気づかないままとなる場合が生じてきている。

このような状況の下で、PCラーメンの構造設計過程にあって、ごく簡便な手順で、ラーメンのクリープ2次応力をチェックし、部材の断面算定や、施工計画などにフィードバックさせる方法を提案するのが、この報告の骨子である。

2. 略算法の提案

2.1. 略算法の基本式

2.1.1. 仮定 クリープの取扱いについて

(a) クリープひずみ量は、断面応力に比例し、その比率すなわちクリープ係数は、圧縮・引張とも同じである。(Davis-Glanville の法則¹⁾)

(b) ある断面応力のもとでのクリープひずみの時間的变化は、クリープが始まる時期に応じて、常に同じ経過をたどる。(Whitney の法則¹⁾)

(c) 乾燥収縮ひずみの進行はクリープに比例。

この略算法の場合、さらに、

(d) クリープの進行によって、時間的に断面応力が緩和されていくことに対しては、その時期までのクリープひずみの1/2だけ弾性ひずみが増す、と考えた等価剛性を各断面に適用することで、処理する。²⁾

(e) 導入プレストレス力の偏心によるクリープ曲げ変形は、影響が小さいので、無視する。

2.1.2. 自由クリープ変形 この略算法では、PCはりの、他からの拘束を全く受けない状態での、クリープおよび乾燥収縮による軸方向変形、すなわち自由クリープ変形 Δ_0 の計算から出発するが、これは下式によって求める：

$$\Delta_0 = l \cdot \left(\frac{\sigma_{0c}}{E_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_n - \varphi_t) \frac{1}{1 + n \cdot p} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 l ：PCはり長さ

σ_{0c} ：導入時平均プレストレス

E_c ：コンクリート弾性係数

S_n ：乾燥収縮最終値

φ_n ：クリープ係数最終値

φ_t ：クリープ開始時のクリープ係数

n ：鉄筋（PC鋼材を含む）とコンクリートの弾性係数比

p ：全断面に対する鉄筋比

式中、最終項は、鋼材による拘束効果を表わすが、通常、 $n \cdot p$ が0.1前後なので無視してもよい。

2.1.3. 1次近似 各スパンのPCはりが、自由クリープ変形を起こしたとして、それによるラーメンの不静定応力分布を計算し、柱の曲げ抵抗による、はりの変形量の減少を無視したものが、1次の近似解である。これには、以下の手順を踏む。

まず、柱・はりの等価剛性を求めておく。

次に、各スパンの Δ_0 の累加値を、各柱頭に強制変形として与え、ラーメン計算を行う。この計算は、いわゆる固定法などの、慣用の方法によればよいが、剛

比の算出には、等価剛性を用いなければならない。

Δ_0 の累加値 ($\sum \Delta_0$) は、多スパンラーメンの場合、PCはりのクリープ変形を、ラーメンの剛性の中心から両側へ、順に加えていったもので、端スパンほど大きくなる。

柱頭の強制変形による柱固定端モーメントは、

$$C_C = -\frac{6K_C}{h} \cdot \sum \Delta_0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

で求める。ここに：

K_C ：柱等価剛性 $\frac{EI}{h\phi}$

h ：柱高

ϕ ：応力緩和係数

$$1 + \frac{\phi_n - \phi_t}{2} \cdot \frac{1}{1 + np} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ラーメン計算の結果、得られた柱のせん断力の累加値が、PCはりのプレストレス減退力に相当する。この場合、外スパンから順に加えるので、内側スパンのはりほど、大きくなる。

2.1.4. 補正 柱の曲げ抵抗により、はりにプレストレス減退が起こると、柱頭変位が減り、ラーメン応力も緩和される。上記の計算には、このことが考慮されていない。補正は、次の方法による。

さきの計算結果から、各PCはりの引張力（プレストレス減退力）による自由変形（この場合、伸び） δ を算出する。この δ の内側スパンからの累加値を用いて、応力補正用の係数 μ を求める。

$$\mu = \frac{\sum \Delta_0}{\sum \Delta_0 + \sum \delta} \quad \dots\dots\dots(4)$$

これを、さきのラーメン応力（曲げモーメントとせん断力）に乗じたものが、補正された応力である。これによる柱せん断力の（外からの）累加値が、PCはりの補正減退力となる。

2.2. 基礎が回転する場合

基礎につながる最下階の柱では、柱脚の固定度をどう評価するかが問題となる。クリープ変形のように、長期間にわたって緩慢に進行する作用に対しては、基礎を完全固定と考えることは合理的でない。この略算法では、ラーメン計算に当って、次のような方法で、基礎の回転を考慮する。

柱脚部に、基礎の代りにある仮想部材を接続してラーメン計算をするが、その剛性としては、基礎底面の2次モーメント I_F に地盤係数 K_E を乗じた値を用いる。 K_E のディメンジョンには、地盤の深さの要素も入っているので、 $K_E \cdot I_F$ が、仮想部材の剛性である $E \cdot I/l$ に相当する。地盤係数の値は、載荷試験や標準貫入試験の結果から、変形が長期にわたることを考慮

に入れて決めればよい。

2.3. スラブが拘束する場合

PCはりの上面に現場打ちスラブまたは、プレキャストスラブが乗り、両者間の相対的なずれがないものとする、はりのクリープ変形は、スラブによって、拘束される。ここでは、その拘束効果の略算的取扱方法方法を述べる。まず、以下の仮定を設ける：

(a) スラブの、はりへの固定は、はりのストレス導入および柱との剛接直後とする（導入前に、スラブがはりに固定されていれば、これは両者一体のT型ばりとして処理すべきである。導入後も、スラブとはりが一体化されていなければ、はりの変形は、スラブに拘束されない）。

(b) 乾燥収縮による変形は、はり・スラブとも同等とみなして、これの差による拘束効果を無視する。

（コンクリートの材令、調合、養生条件がそれぞれ異なるので、乾燥収縮についても、スラブとはりでは挙動が違わずであるが、その差額が、クリープ変形に比べて小さいこと、および、一般にスラブの方が収縮量が大きくて、はりに対する変形拘束効果の無視が安全側になること、などが、その根拠である）。

スラブの拘束を考慮する場合の基本的な考え方は、ラーメン計算に当って、はりは、スラブとの合成断面（T型ばり）として扱うこと、自由クリープ変形を、クリープによるものと、乾燥収縮によるものとに分けて扱うこと、および、柱頭に与える固定端モーメントは、はりの縮みによる C_C （2式参照）と、スラブがはりの縮みを、はりの重心から外れた位置で拘束するために生ずる偏心モーメント C_T との和とすること、などである。

手順としては、まず、合成ばりとしての等価剛性を出しておき、クリープのみによるはり（単材）の自由変形から、合成ばりのクリープ変形を算出する：

$$\Delta_T = \frac{R_B}{R_B + R_S} \cdot \Delta_{0C} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに： Δ_T ：PCはりのクリープによる合成ばりとしての変形（軸方向）

Δ_{0C} ：PCはりのクリープのみによる変形

R_B ：PCはりの軸方向等価剛性

R_S ：スラブの軸方向等価剛性

次に、スラブの拘束による偏心モーメントを計算：

$$C_T = j \cdot \Delta_T \cdot R_S \quad \text{または} \\ = j \cdot (\Delta_{0C} - \Delta_T) R_B \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに： j ：スラブとはりの重心間距離

これに、はりの縮み（柱頭の強制変形）による固定

端モーメントを加えて、ラーメン計算を行う。

$$C_G = -\frac{6K_G}{h} (\sum \Delta_T + \sum \Delta_{0S}) \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに： $\sum \Delta_{0S}$ ： はりの乾燥収縮による変形累加値
 以上の結果が、スラブ拘束を考えた場合の一次近似で、これの補正は、前節で述べた方法によればよい。

なお、これらの計算によって得たはり部分軸力（柱せん断力の累加値）は、合成ばりとしてのものでありPCばりのプレストレス減退力は、さらに、合成ばり曲げモーメントによる軸力増減分を考慮しなければならない。すなわち：

$$P_1 = \frac{R_B}{R_B + R_S} \cdot \sum Q + \frac{M_a}{j} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここに： P_1 ： PCばりプレストレス減退力

$\sum Q$ ： 柱せん断力累加値

M_a ： はり両端曲げモーメントの平均

2.4. 柱ひび割れの扱い

これまで述べてきたラーメン2次応力計算の方法は、等価剛性を採用しているとはいえ、弾性計算である。柱頭の強制変形量が大きく、柱に生ずる2次曲げモーメントがそのひび割れモーメントを上回る場合には、弾性計算は成立しない。柱応力がひび割れモーメントに達したところで、部材剛性の再評価を行って、以後のモーメント再分配を計算する必要があるが、面倒である。この柱ひび割れによるモーメント再分配の影響をとり入れ、略算法の簡便さに沿った、ラーメン応力修正法を以下に示す。

ラーメン応力は一応、等価剛性による弾性計算で求めておき、柱曲げモーメントが、ひび割れモーメント（別に計算しておく）を越す値となったとき、次式で修正する：

$$M_1 = M_{cr} + \alpha(M_0 - M_{cr}) \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここに： M_1 ： ひび割れを考慮した柱の、クリープ応力としての曲げモーメント

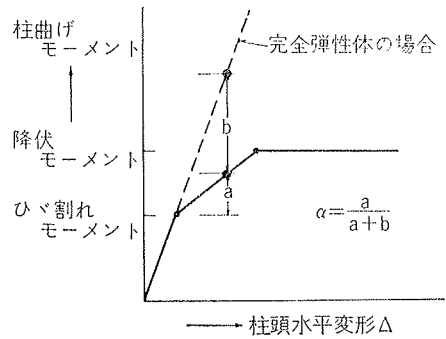
M_{cr} ： 柱ひび割れモーメント

M_0 ： 弾性計算による柱曲げモーメント（一次近似または補正值）

α ： ひび割れによる柱曲げ剛性低下率

すなわち、大きな強制変形を受けた柱は、等価剛性に依じて、まずひび割れモーメントに達し、以後は、 α という比率で剛性を落して、やはり、弾性体として挙動する、というような扱い方である。

これは、柱の、応力（トータルモーメント）—変形曲線を、ひび割れ発生点で折れる、バイリニア（さらに、鉄筋降伏以後を考えればトリリニア）とみなしたことに相当する。この場合、柱の剛性が変化した



図—1 柱、モーメント—変形曲線

ことによる、PCばりの、軸方向変形への影響は無視している。

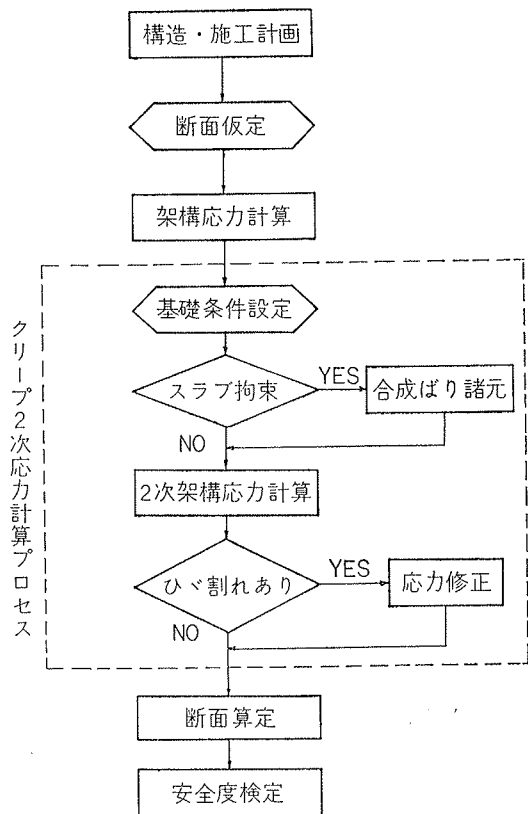
PCばりのストレス減退力は、この修正式で得た柱の応力から改めて算出すればよい。

なお、柱の剛性低下率 α は、適宜、仮定をすればよいが、通常 $1/3 \sim 1/4$ 程度である。

3. 計算例

3.1. 計算手順

PC不静定ラーメン設計過程のうち、クリープ2次応力チェック部分の計算手順を下図に示す。



図—2 クリープ応力計算流れ図

3.2. 設計条件と仮定

スパン数, スパン長さ, 柱脚固定条件およびスラブ拘束の有無についての組合せを表一に示す。

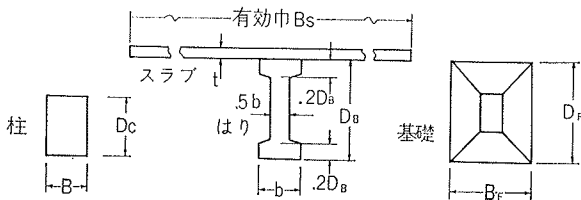
スパン	柱脚	スパン数									
		1		2		3		4		5	
		スラブなし	なしあり	なしあり	なしあり	なしあり	なしあり	なし	なし		
15m	固定		○		○		○		○		○
	回転		○		○		○	○	○		○
20	固定		○		○		○				
	回転		○		○	○	○				
30	固定	○	○								
	回転	○	○	○							

表一 設計条件の組合せ

部材の仮定寸法を表二に, 断面形状を図一に示す。なお, ラーメンはすべて1層, かつ柱高5mとする。各部材の材料特性, プレストレスおよびクリープ係数を表三に示す。

スパン	柱		PCはり		基礎		スラブ	
	B	Dc	b	DB	B _F	D _F	B _s	t
15m	40	60	40	90	160	300	400	15
20	50	80	50	120	200			
30	80	120	80	180	320			

表二 仮定部材寸法 (単位: cm)



図一 部材断面形状

	コンクリート					鋼材	
	F ₂₈	E _c	σ _{oc}	φ _n	S _n	p	E _s
はり	350	3×10 ⁵	75	2	2×10 ⁻⁴	0.012	2×10 ⁶
柱	210	2.4×10 ⁵	—	3	—	0.005	2.1×10 ⁶
スラブ	210	2.4×10 ⁵	—	3	—	0.005	2.1×10 ⁶

表三 材料特性 (単位: kg/cm²)

各部材のクリープ係数式および, クリープ開始の時期は, 以下のように仮定した:

$$\text{はり } \varphi_t = \frac{0.5t}{1.5 + 0.25t} \quad t=4\text{週}$$

$$\text{柱 } \varphi_t = \frac{0.75t}{1.5 + 0.25t} \quad t=4\text{週}$$

$$\text{スラブ } \varphi_t = \frac{0.75t}{1.5 + 0.25t} \quad t=0$$

柱脚回転の場合の, 地盤係数は, K_E=3kg/cm³と仮定した。

3.3. 計算結果

計算結果 (柱頭・柱脚曲げモーメントおよびPCはりプレストレス減退力) を, 表一四, 表一五に示す。

表中, ケースI: 柱脚固定, スラブなし, ケースII: 柱脚回転, スラブなし, ケースIII: 柱脚回転, スラブあり, で, いずれも一回補正済み, かつ, 柱のひび割れによる修正 (α=1/3) を施した値である。また, 柱の曲げモーメントは, はり下面と基礎上面でとっている。

スパンm	15			20			30		
Mc _r	11			23			86		
ケース スパン数	I	II	III	I	II	III	I	II	III
1	頭脚	—	—	—	—	—	36 92	34 40	—
2	頭脚	6 9	6 8	—	22 26	18 21	—	97 130	92 69
3	外	頭脚 10 12	9 11	—	26 32	25 37	30 26	—	—
	内	頭脚 5 5	5 4	—	18 19	16 13	8 8	—	—
4	外	頭脚 12 13	12 12	13 12	30 37	28 30	—	—	—
	内	頭脚 9 10	9 8	6 6	26 27	25 24	—	—	—
5	外	頭脚 13 15	13 14	—	—	—	—	—	—
	中	頭脚 12 13	12 12	—	—	—	—	—	—
	内	頭脚 5 6	3 4	—	—	—	—	—	—

表一四 柱頭・柱脚曲げモーメント (単位: t·m)

スパンm	15			20			30		
導入力t	180			300			720		
ケース スパン数	I	II	III	I	II	III	I	II	III
1	—	—	—	—	—	—	34	20	—
2	4	3	—	12	9	—	67	46	154
3	外	6	5	—	15	13	83	—	—
	内	8	7	—	24	20	86	—	—
4	外	6	5	58	17	15	—	—	—
	内	11	9	60	30	28	—	—	—
5	外	7	6	—	—	—	—	—	—
	中	13	12	—	—	—	—	—	—
	内	15	14	—	—	—	—	—	—

表一五 はりプレストレス減退力 (単位: t)

4. 考察

4.1. 計算法について

4.1.1. 鋼材の影響 (1)式および(3)式中の、鋼材(PC鋼材と鉄筋)の効果を示す $1/1+np$ は、通常 0.9~0.95という値をとるが、(2)式において Δ_0 と ϕ とで相殺される関係にあるので、結局 C_c への影響は、2~5%程度、かつ増加側(すなわち安全側)の誤差となり、省略することができる。誤差が大きくなるのは、鉄筋比 P が大きい(2%程度)場合、または、コンクリートの弾性係数が特に低い場合($n \geq 10$)である。

4.1.2. 応力補正係数 μ 計算例での μ の分布を見ると、 $\mu=0.89\sim 0.98$ で、多スパンラーメンの中央近く、または、スパンが長い場合に、小さな値を示している。今、 μ を $\sum K_C/R_B$ (そのスパンから外側全柱の曲げ剛性のトータル/はりの伸び剛性)の値と対比させてみると、たとえば、 $\sum K_C/R_B$ が 2×10^3 より小さいとき、 $\mu \geq 0.92$ である。といったことがわかる。したがって、はじめに、柱とはりの等価剛性を比較すれば、適宜、 μ による応力補正を省略することが可能となる。

4.2. 各種クリープ応力

4.2.1. 柱の曲げモーメント 表-4を見るとこの計算例の場合、大部分の柱が、ひび割れモーメントに達していることがわかる。通常の部材断面プロポーションで、スパン15mなら3スパン、20mなら2スパン程度まで、30mでは1スパンのみが、どの柱にもひび割れの起こらない限界と考えられる。ただし、多スパンラーメンでも、内柱は、ずっと楽になる。

計算例の範囲を越えて、たとえば30m×3スパンとすれば、柱曲げモーメントは、降伏モーメントにまで達することになり、このような場合は、設計断面あるいは構造計画を変更しなければならぬ。

4.2.2. プレストレス減退力 ラーメン2次応力としてのプレストレス減退力の許容値を、仮に、導入力の10%とすると、スラブ拘束のない場合は、柱脚固定条件の違いにかかわらず、計算例程度のスパンおよびスパン数では、すべてこの範囲に納まっている。

ただし、表-5に見るとおり、15mスパンで5スパン、20mで4スパン、30mで2スパンが、それぞれ限界に近い。

スラブの拘束があると、事情は一変し、比較的影響

の小さい30mスパンでも、減退力が導入力の20%、15mスパンでは30%以上にも達するが、合成ばりとしての効果を考えれば、それほど心配はいらない。

5. まとめ

PC不静定ラーメンの、クリープによる2次応力の略算法を提案し、若干の計算例を以って論じてきた諸点をまとめると：

(1) 計算手順 柱脚の固定条件を決め、スラブの拘束の有無を確かめ、モーメント分配法を用いて2次架構応力を計算する。次いで、柱のひび割れをチェックして応力修正を施し、その結果を、構造設計の流れに取込む。

(2) 基礎の回転 地盤係数を仮定し、仮想部材を柱脚に接続して応力計算に進めばよい。

(3) スラブの拘束 スラブとPCばりを合せた合成構造を考え、等価剛性を算出し、応力計算する。

(4) 柱のひび割れ これによる架構応力の変化に対しては、柱の曲げモーメント—変形曲線を、トリリニアに仮定した簡便な方法で、応力修正すればよい。

(5) 柱の曲げモーメント およむね、トータルスパンで、40~50m程度から、柱曲げモーメントがひび割れモーメントを越す可能性が高い。

(6) プレストレス減退 PCばりのプレストレス減退力は、導入力の10%程度以下の場合が多いが、スラブの拘束があると、かなりの値になる。

(7) 2次応力のチェックの必要性 PC不静定ラーメンにおいて、クリープなどによる架構2次応力を計算し、断面算定の要素として取入れなければならないのは、トータルスパンが50~60m以上の場合、柱の曲げ剛性がはりの伸び剛性に比べて相対的に高い場合、および、スラブがPCばりの変形を拘束する場合である。

参考文献

- 1) 坂静雄：鉄筋コンクリート学教程
- 2) 六車照：講座—プレストレストコンクリート不静定架構のクリープ応力解析 プレストレストコンクリート Vol.7 No.5~Vol.8 No.2
- 3) 六車照，竹本靖：PC不静定ラーメンのクリープ応力略算法 セメント技術年報 42年