

R. C. 超高煙突の弾塑性応答に関する研究 (第1報)

—地震応答解析法について—

武田 寿一

表 佑太郎

概要

R. C. 造超高煙突の弾塑性地震応答解析法と計算例について述べたものである。すなわち、従来からの弾性応答解析法を拡張して、鉄筋コンクリート特有の性質であるコンクリートのひびわれや、鉄筋の降伏から終局に至る過程を解析にとり入れ、実際の強震時にどのような応答性状を示すかを知ることによってより一層実状に近い解析法を見出し、そこから逆に安全かつ経済的な設計への検討資料を得ようと試みたものである。

1. 序

最近問題となっている公害のひとつに、工場等の排煙処理の問題があり、その対策として煙突の超高化が強く要望されている。当社においてもBYGGING-UNGERN社との技術提携によって、SVETHO-SYSTEM工法が導入され、200Mを超えるR. C. 造超高煙突の施工が、短期間に精度よく経済的にできるようになった。

一方、設計的な立場(特に地震応答)で考えると、今まで煙突の水平力に対する計算は、震度法や、弾性地震応答で扱ってきたが、R. C. 造の超高煙突をそのまま弾性計算することは、場合によっては過度の安全率を見込むことにもなるし、実際に強震時にはコンクリートにひびわれが入ったり、鉄筋が降伏して倒壊に至ることは十分に予想されることであり、過去には福井地震での震害例もある。

そこで本研究は、R. C. 造超高煙突の強震時における挙動が実際にはどうかを知ることによって、より実状に近い解析法を見出そうと試みたものである。

本報告(第1報)では、従来からの弾性地震応答解析法を拡張してR. C. 造特有の性質であるコンクリートのひびわれ、鉄筋の降伏から終局時に至る過程をとり入れた弾塑性地震応答解析法について述べ、例題の計算例によってその特性を検討したものである。

勿論、煙突は通常のラーメン骨組などとは異って、静定構造物であるから、これを弾塑性的に設計することには異論もあろうが、強震時における実際の挙動がどうかを知ることには必要なことであり、そこから逆に安全かつ経済的な設計につながるものと考えている。

2. 解析方法

2.1. 煙突のモデル化

ここで扱う煙突の形状は図-1(a)の二種類としていずれも図-1(b)に示したような基礎にRocking, Swayを考慮した質点系に置換して、各質点間での変形応力を図-1(c)のようにあらわす。

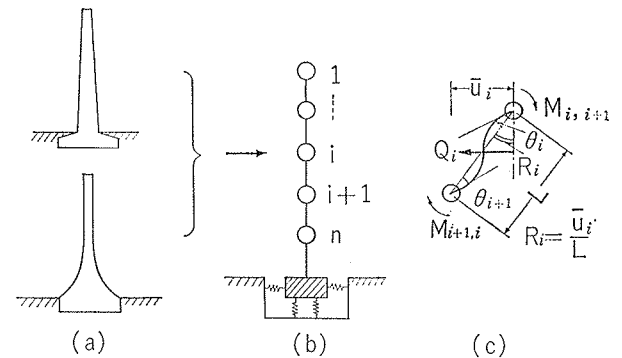


図-1 煙突のモデル化

2.2. 剛性の評価

質点 $i \sim i+1$ での力と変位の関係は、図-1(c)を参照して、この間に変断面たわみ角法を適用すれば式-(1)となる。

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ M_{i+1} \\ Q_i \end{Bmatrix} = 2EK_i \cdot \begin{Bmatrix} a & b & c \\ b & a' & c' \\ c & c' & d \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_{i+1} \\ R_i \end{Bmatrix} \dots (1)$$

(但し係数 a, a', b, c, c', d は3.1節参照)

式-(1)を簡単にマトリックス表示すれば、式-(1)となり、 K_i が、 i 材の部材剛性となる。

$$P_i = K_i \cdot D_i \quad \text{--- (1')}$$

この部材剛性 K_i を各質点ごとに作り、煙突全体の剛性に組み立てる手順は、一般のStiffness Matrix Methodに従えばよいので、ここでは省略して、最終

的に外力と変形のつりあい式は、式(2)のようにあらわされて、 K_T が以下に用いる水平剛性となる。3.節で示す弾塑性を扱うときには、上記の部材剛性 K_i が逐次変更され、従って全体剛性 K_T も次々と変更される。

また、基礎に Rocking Sway を考慮するときには K_T の逆マトリックスにその影響を加えればよい。

$$F = K_T \cdot Y \quad \dots\dots(2)$$

但し F は水平外力ベクトル

K_T は水平剛性マトリックス

Y は水平変位ベクトル

2.3. 自由振動

式(2)の水平外力 F を慣性力 $-M\ddot{Y}$ に置きかえれば、そのまま式(3)のような減衰なしの自由振動方程式が得られる。勿論、Rocking Sway を考慮するときには、質量マトリックス M にその影響を加味する。

$$-M\ddot{Y} = K_T \cdot Y \quad \dots\dots(3)$$

但し M は質量マトリックス

式(3)を固有値問題として解けば、固有周期、振動モード、刺激関係などが求まるが、ここでは、Jacobi法によって求めた。

2.4. 強制振動

式(3)であらわされる M 、 K_T を用いて、地動加速度 \ddot{y}_0 が作用したときの振動方程式は、内部減衰 C_I を考慮して式(4)のようになる。後述の弾塑性計算を行なうために、これを増分式による線形加速度法で解いた。

$$M \cdot \Delta\ddot{Y} + C_I \cdot K_T \cdot \Delta\dot{Y} + K_T \cdot \Delta Y = -M \cdot \Delta\ddot{y}_0 \quad \dots\dots(4)$$

3. 弾塑性の扱い

3.1. 弾塑性剛性の評価

本節では、式(1)の変断面たわみ角法係数 a , a' , b などの計算法を示した。即ち、図-1(c)に示した任意の i 材を更に分割して、各区分要素 j ($j=1 \sim n$) とする。 i 材の標準曲げ剛性を EI_0 、各区分要素 j での曲げ剛性を EI_j として、 $e = EI_j/EI_0$ とする。

i と $i+1$ 質点にそれぞれ M_i , M_{i+1} の曲げ応力が作用したときの各区分要素での応力は、図-2(a)に示したような階段状の曲げ応力分布(区分間の平均値)を仮定して、 M_j とする。 n 分割された i 材の長さに関する分割距離係数 p_j , q_j を図-2(b)のようにとれば、式(1)中のたわみ角法係数 a , a' , b , c , c' , d は、式(5)であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} a &= (\sum p_j q_j^2 / e_j) / T \\ b &= (\sum p_j q_j / e_j - \sum p_i q_i^2 / e_j) / T \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a' &= (\sum p_j / e_j - 2 \sum p_j q_j / e_j + \sum p_j q_j^2 / e_j) / T \\ T &= 2 \{ \sum p_j / e_j \times \sum p_j q_j^2 / e_j - (\sum p_j q_j / e_j)^2 \} \\ c &= -(a + b) \\ c' &= -(a' + b) \\ d &= -(c + c') \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

但し $e_j = EI_j / EI_0$

そこで、次節3.2.で示した各区分要素でのモーメント～曲率 ($M \sim \theta$) 履歴に従ってその要素の剛性が変更されたときは、式(5)中の e_j で操作すればよい。勿論、適正な履歴形にもとずいて、分割数を細かくすれば精解に近づくはずであり、またフレームの場合とは違って材端での弾塑性性状が扱えず、変断面の場合にはこの方法によるのが最もよい。また、部材のせん断変形を考慮することもできるが、係数がやや複雑になるのでここでは無視した。

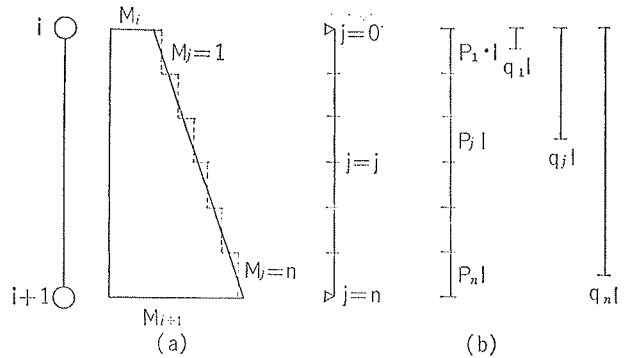


図-2 区分要素の分割

3.2. 履歴特性の仮定

前節で示した各区分要素 j 点について、それぞれのモーメント～曲率関係は R. C. 造が対象であるから、ここでは図-3に示したような二種類の Degrading TriLinear (以下 Tri-1, Tri-2 と略記) を仮定した。

Tri-1 では、第2剛性勾配(II)からの戻り剛性および、第3剛性勾配(III)からの戻り剛性が共に初期剛性(I)に対してある割合で剛性低下した剛性勾配で戻るのに対して、Tri-2 では(II)からの戻りは原点を指向し、(III)からの戻りは原点と降伏点を結ぶ降伏点剛性に対して、ある割合で剛性低下した剛性勾配で戻るものとした。(但し、上記でのある割合とは、図-3中の戻り剛性係数 γ で、任意にかえることができる)従って、大変形後は、Tri-1よりはTri-2の方が、応答変形が大きくなる性質があると考えられる。

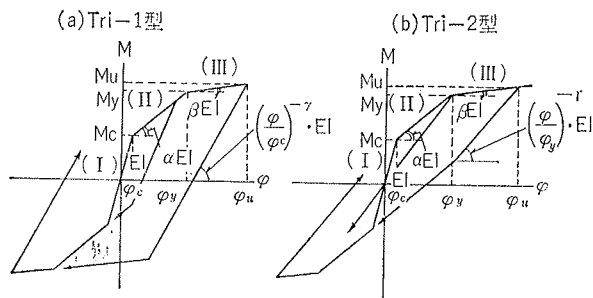


図-3 M~φ 履歴特性

3.3. R. C. 中空円筒の弾塑性性状

本節では、3.2.節で述べた履歴形状を決定する上で問題となるひびわれ、降伏、終局時のモーメント (M_c , M_y , M_u) と曲率 (ϕ_c , ϕ_y , ϕ_u) および、第2, 第3勾配の剛性低下率 α , β をどのようにするかを述べたものである。但し、以下の計算を各質点位置で手計算することは非常に困難であるから、すべてプログラム中で自動計算した。

3.3.1. ひびわれ応力と曲率の算定 ひびわれ発生時の M_c , ϕ_c は、円筒形断面のものではないが、鉄筋の効果を考慮にいたした式(6)の実験式²⁾によった。

$$\left. \begin{aligned} M_c &= (2\sqrt{F_c} + N/A) \cdot Z \\ \phi_c &= M_c / (E_c I) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

但し、 F_c ; コンクリートの圧縮強度
 E_c ; コンクリートのヤング係数
 N ; 軸力 A ; 断面積 Z ; 断面係数
 I ; 全断面コンクリート断面二次モーメント

3.3.2. 降伏応力と曲率の算定 降伏時の M_y , ϕ_y は以下の仮定のもとに、学会 R. C. 規準15条に従って計算した。

- 仮定 1. 平面保持
- 2. 圧縮側コンクリートは弾性を保つ
- 3. 引張側の最末端鉄筋のみ降伏する
- 4. 配筋は等価なシングル等分布配筋に換算

そこで、今中空円筒断面での長さに関する記号を、図-4(a)のようにとれば、まず中立軸位置 x_n に相当する角度 θ を適当に仮定して式-7を計算する。

$$\left. \begin{aligned} S_n &= 2(\sin \theta - \theta \cos \theta - n p_g \pi \cos \theta) \cdot t r^2 \\ I_n &= 2\{\theta/2 + \theta \cos^2 \theta - 3 \sin 2\theta/4 + n p_g \pi (\cos^2 \theta + 0.5)\} \cdot t r^3 \\ x_n &= r(1 - \cos \theta) + t/2 \end{aligned} \right\} (7)$$

但し $P_g = (\text{主筋全断面積}) / (\text{コンクリート断面積})$
 偏心荷重を受けるときの柱の許容軸方向力は、鉄筋が降伏する場合は式(8)で与えられる。

$$P_3 = \frac{S_n}{n(D - d_t - x_n)} \cdot s f_t \dots\dots\dots (8)$$

但し n ; ヤング係数比

式(8)で計算した P_3 が、その点での実際の軸方向力に等しければ仮定した θ は適正值であるから、このまま計算を進めてよいが、もし等しくない場合は、 θ を仮定しなおして以上の計算を繰返し、適当な θ がみつかるまで行なう。適当な θ がみつかったら、その時の S_n , I_n , x_n を使って偏心距離 e は、

$$e = I_n / S_n - x_n + D/2$$

で計算されるから、降伏モーメント M_y は、

$$M_y = P_3 \cdot e \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここで、コンクリートの圧縮に対する許容軸力 P_1 と鉄筋の圧縮側に対する許容軸力 P_2 はそれぞれ、式(10)で与えられるが、 P_1 , P_2 がいずれも P_3 よりも大きいことをチェックして、もし不適當なら断面、配筋を変更する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= S_n / x_n \cdot c f_c \\ P_2 &= S_n / n(x_n - d_c) \cdot s f_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

つぎに、この時の応力、歪分布を図-4(b)のように仮定すると、降伏時の曲率 ϕ_y は

$$\phi_y = (\epsilon_c + \epsilon_y) / d \dots\dots\dots (11)$$

となり、図-3における第2勾配剛性低下率 α は、初期剛性に対して、式(6), (9), (11)を使って

$$\alpha = \frac{M_y - M_c}{\phi_y - \phi_c} / EI \dots\dots\dots (12)$$

となる。

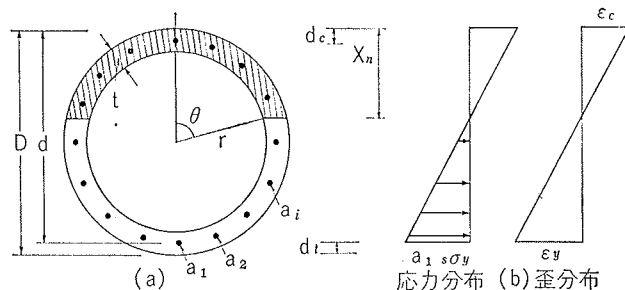


図-4 降伏時の応力・歪分布

3.3.3. 終局応力と曲率の算定 初期剛性に対する第3勾配の剛性低下率 β を求めるためには、終局時の M_u , ϕ_u を計算する必要がある。この場合の計算上の仮定はつぎのようにした。

- 仮定 1. 平面保持
- 2. 鉄筋は完全弾塑性型の降伏とする。
- 3. コンクリートの終局歪は $\epsilon_s u = 0.4\%$ として、応力-歪曲線には e 函数を仮定。
- 4. 配筋は等価なシングル等分布配筋に換算

以上の仮定のもとで、終局時の断面、応力、歪分布を図-5のようにする。前項と同じように、まず中立軸 X_n を適当に仮定すると、力のつりあいより式-(13)がなり立つ。

$$P_u = -\sum T + \sum C_s + C_c \quad \dots\dots(13)$$

x_n と $c\epsilon_u$ が仮定してあるから、引張鉄筋、圧縮鉄筋の本数が計算され、各鉄筋位置での歪度も計算されるから、引張鉄筋合力 ($\sum T = \sum a_i \cdot \sigma_i$)、圧縮鉄筋合力 ($\sum C_s = \sum a'_i \cdot \sigma_i$) を計算すれば、式-(13)より、みかけのコンクリート圧縮合力 (C_c) が算出される。

一方、仮定3よりコンクリートの応力-歪関係を e 関数であらわすと

$$\eta = 6.75(e^{-0.812\xi} - e^{-1.218\xi})$$

即ち、応力度は歪度の関数 $\sigma = f(\epsilon)$ とかける。

そこで、仮定した中立軸に対応する角度 θ までのコンクリートの圧縮合力を積分計算すれば

$$C'_c = (\text{扇形(OAB)の応力} - \text{扇形(OCD)の応力}) \\ = \int \sigma dA \quad \dots\dots(14)$$

となる。これが式-(13)より計算した C_c に等しければ仮定した中立軸は適正である。従ってこのまま計算を進めてよいが、もし異なるときは適正な中立軸が見つかるまで同様の計算を繰り返す。

適正な中立軸が決まれば、中立軸に関するモーメントのつりあいより、偏心距離を e_u 、圧縮合力作用位置を y_0 として、終局モーメント M_u は式-(15)で算出できる。

$$M_u = P_u \cdot e_u = C_c \cdot y_0 + \int a_{ti} \cdot \sigma_i \cdot l_i + \int a_{ci} \cdot \sigma_i \cdot h_i \quad \dots\dots(15)$$

従って、この時の曲率 φ_u 、剛性低下率 β は式-(16)となる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_u &= (c\epsilon_u + c\epsilon_t) / d \\ \beta &= \frac{M_u - M_y}{\varphi_u - \varphi_y} / EI \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(16)$$

4. 数値計算例

前章までに述べた解析方法に基づいて行なった数種の計算例のうち、ここでは一つの例題について述べる。

4.1. 対象モデル

図-6(a)に示したような全高 190m の超高煙突を同図(b)のような10質点系に置換した。配筋は、3章にも述べたように等価なシングル配筋として、

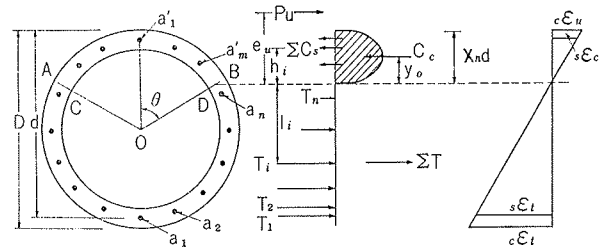


図-5 終局時の応力・歪分布

図-6(c)のようにした。質点間部材分割数は、5分割である。その他の本例題の煙突に関する諸数値は、表-1に示した。

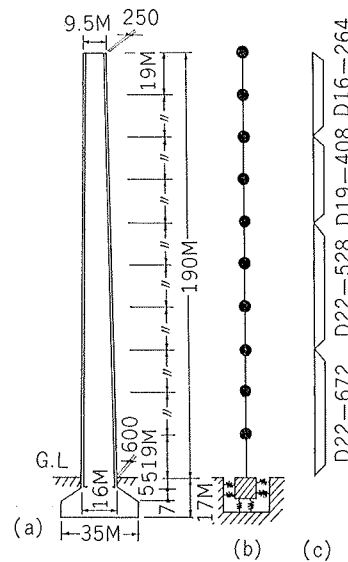


図-6 対象モデル

i	Li(m)	Wi(ton)	Di(cm)	ti(cm)	$\times 10^4$ Mc tm	$\times 10^4$ My tm	$\times 10$ Mu tm
10	19	194.14	950	25	.518	.524	.628
9	"	459.77	1015	28.5	.771	.778	.923
8	"	537.43	1080	32	1.08	1.29	1.46
7	"	621.25	1145	35.5	1.45	1.63	1.86
6	"	711.24	1210	39	1.90	2.60	2.83
5	"	807.40	1275	42.5	2.42	3.21	3.54
4	"	909.72	1340	46	3.02	3.86	4.26
3	"	1018.21	1405	49.5	3.72	4.97	5.41
2	"	1132.87	1470	53	4.52	5.84	6.40
1	"	1253.70	1535	56.5	5.44	6.84	7.49
0		1323.69	1600	60	6.45	7.99	8.74

表-1 煙突の諸数値

4.2. 計算種別

本例題に対して、入力波、減衰、基礎条件、地動最大加速度を種々に組み合わせて表-2の7-CASEについて行なった。それぞれの CASE について、弾性、

Tri-1, Tri-2 の 3 種類を行なったので、総計21個の計算となる。

但し本報告では紙面の都合上、そのうちで、地震波の違いによる応答比較(CASE-1, 2, 6, 7) と履歴形の違いによる応答比較 (CASE-2) について、図-7, 8に示した。

	地震波	加速度	減衰	基礎	
CASE-1	ElCentro	330gal	2%	固定	弾性 Tri-1, Tri-2.
CASE-2	"	660	"	"	" " "
CASE-3	"	330	"	R.S.*	" " "
CASE-4	"	"	5%	固定	" " "
CASE-5	"	660	"	"	" " "
CASE-6	十勝沖	330	2%	"	" " "
CASE-7	"	660	"	"	" " "

* R・SはRocking、Swayを考慮

表-2 計算種別

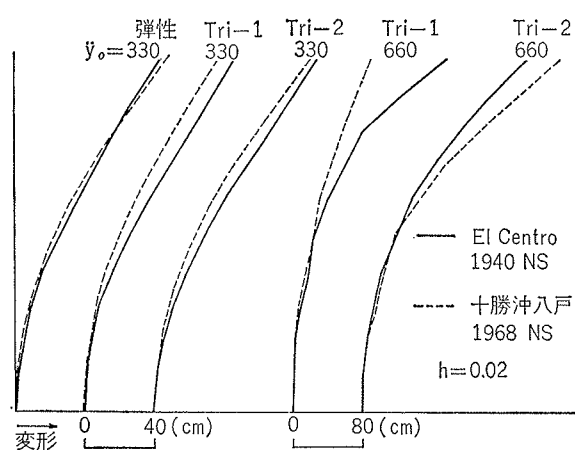


図-7 入力地震波の違いによる応答比較

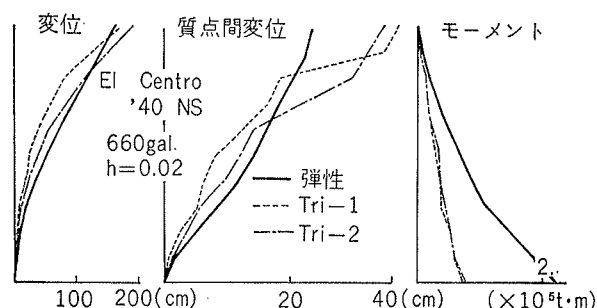


図-8 履歴形の違いによる応答比較

5. 結び

本報告は、今まで弾性として扱ってきた超高煙突の地震応答計算を、R.C. 特有の性質を考慮に入れた弾

塑性応答として扱う場合の解析方法と計算例について述べた。

本報告、および文末の関連論文に示した計算例はごくわずかであるから、そこからすぐに一般的応答性状を論ずることは危険であるが、筆者がその後に行なった計算例も含めて、少くとも次のことは言えそうである。

- 1) 弾性計算に較べて応答応力は減少する。
- 2) 減衰を小さくした方が一般的には大きな応答変位を示すが、大きく塑性に入ると必ずしも減衰には左右されない。
- 3) 入力地震波による差異は弾性範囲内では大差ないが、大きく塑性に入ると地震波の周期成分に影響され、弾性計算からは予測しにくい。
- 4) 履歴形による違いは Tri-1 よりは Tri-2 の方が特に大変形後は大きな応答変位を与え、周期性も伸びる。
- 5) ひびわれは下部から上部へ進行するが、鉄筋の降伏は配筋の変更された位置で起こりやすく注意を要する。

以上は超高煙突についてであるが、低い煙突についても上記の応答傾向はあてはまることから、解析的には同様の手法で計算してよいことを示唆している。

但し、これらの結果はあくまでも第3章に述べた解析上の仮定に基づいたものであるから、実際のひびわれ以後の性状と煙突全体の振動性状がどうであるかは明確ではない。序にも述べたように、我々は実際の応答性状がどうであるかを知ることが必要であり、本解析法の妥当性を検討するために、現在模型による実験を計画中なので、結果の得られ次第続報とするとともに、より実状に近い解析法へのフィードバックを意図している。

参考文献

- 1) 耐震設計開発グループ「高層ビル耐震設計プログラムの開発研究」大林組技術研究所報No.4 (1970)
- 2) 菅野俊介「鉄筋コンクリート構造物の塑性剛性に関する研究(その4)」建・大会 昭43・11 他関連論文
関連論文
表・武田「R. C. 超高煙突の弾塑性地震応答に関する研究」

その1：建築学会・大会 昭46・11

その2, その3：建築学会・関東支部研 (42回)