

1 層多スパンフレームの弾塑性応答解析

武田 寿一
吉岡 研三

概 要

各部材の材端に塑性ヒンヂが発生する曲げ降伏型の一層多スパンフレームについて応答解析を行なったもので、曲げひび割れ以後の材端の塑性バネのM~θ関係に、Bi-linear型、Tri-linear Degrading型の履歴特性を与えている。このような解析によって構造物の塑性時の挙動を詳細に知ることができ、低層構造物を扱うので、高層建物の場合には考慮しなければならぬ柱の軸方向変形も無視することができ、計算が容易である。応答計算の結果 Tri-linear型の応答の方がBi-linearの応答より、変位の最大値が6~15%大きく、層せん断力は逆に5~6%小さくなる。また最大応答値以後はTri-linear 応答の周期が伸び Bi-linearの応答とは異なってくる。

1. 序

応答解析といえば、通常は高層建物について行なわれているが、低層多スパンのような横長の構造物の応答計算も、縦長の高層建物の場合と全く同様に取り扱える。しかも高層の場合とは異なり、低層の場合は柱の軸方向変形を無視しても大きな影響はないと考えられるので、未知数が少なくてすみ、計算時間が短縮される。

低層構造物の応答解析ならば、質点系応答で十分という考え方もあろうが、実際にはその系の塑性剛性の決定をどうするか、計算されたせん断力の分配をどうするかなど、設計上むづかしい問題がのこされている。そこでフレーム自体を組み込んで応答解析を行なえば構造物の塑性時の挙動を詳しく知ることができ、重要な建物や、複雑な形の構造物の設計に有用である。また構造物を構成する柱、梁の剛性が、それぞれ著しく異なる場合でも極度の応力の集中などを検討することができる。ここでは一層スパンのフレームについて柱、梁の軸方向変形を無視して、応答解析を行ない、鉄筋コンクリート構造物の弾塑性応答について検討した。各部材端に塑性バネを設け、曲げひび割れ発生以後はこのバネのM~θ 関係を与えることによって塑性変形を扱う。ここでは Bi-linear型、Tri-linear degrading型の2種のM~θ 関係について計算を行なった。

2. 構造物の M-θ 関係

2.1. 部材の M-θ 関係

曲げ降伏以後の塑性挙動を図-1に示すような材端の塑性バネで表わし、このバネのM~θ 関係を与えることによって変断面撓角法により次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \frac{6EK_0k}{(\alpha_A'' + \gamma)(\alpha_B'' + \gamma) - (\alpha_{AB}'' - \gamma)^2} \begin{bmatrix} (\alpha_B'' + \gamma) & (\alpha_{AB}'' - \gamma) - C \\ (\alpha_{AB}'' - \gamma) & (\alpha_A'' + \gamma) - C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \alpha_A'' &= 2\{(1-\lambda_1)^3 - \lambda_2^3\} + \{(1-\lambda_1)^2 S_1 + \lambda_2^2 S_2\} \\ \alpha_B'' &= 2\{(1-\lambda_2)^3 - \lambda_1^3\} + \{(1-\lambda_2)^2 S_2 + \lambda_1^2 S_1\} \\ C &= (\alpha_B'' + \alpha_{AB}'') \quad C' = (\alpha_A'' + \alpha_{AB}'') \\ S_1 &= 6EK_0k/K_1 \quad S_2 = 6EK_0k/K_2 \\ \gamma &= 6EK_0(1-\lambda_1-\lambda_2)/\beta \cdot GAL \\ \beta &: \text{せん断剛性低下率} \end{aligned}$$

K_1, K_2 は材端に設けたバネの単位回転解を与えるに必要なその位置のモーメントで曲げ剛性低下をこの K_1, K_2 で操作すればよく、 $K_1 = K_2 = \infty$ で弾性を表わし、 $K_1, K_2 \cong 0$ でBi-linear を表わす。

2.2. 構造物の静的釣合式

構造物を1スパン毎に分割し、各スパンの剛性マトリックスを重ねあわせて全体の剛性マトリックスを作成する。

柱、梁の釣合式は

$$\begin{Bmatrix} M_c^L \\ M_c^R \end{Bmatrix}_i = \frac{2EI_c}{L_c} \begin{bmatrix} a_c & -\frac{3C_c}{L_c} \\ -\frac{3C_c}{L_c} & \frac{3(C_i + C_c)}{L_c^2} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \theta_i \\ u \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} M_c^L \\ M_c^R \end{Bmatrix}_i = \frac{2EI_c}{L_c} \begin{bmatrix} a_c & b_c \\ b_c & a_c \end{bmatrix}_{i,j} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

M_{CT}, M_{CB} : 柱頭、柱脚の曲げモーメント

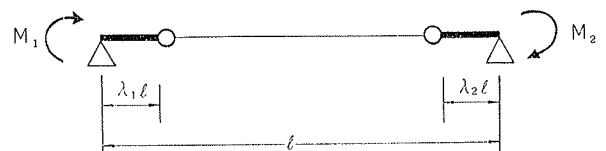


図-1

M_G^L, M_G^R : 梁右端, 左端の曲げモーメント
 I_G^i, I_G^i : 柱, 梁の断面2次モーメント
 L_e, L_G^i : 柱, 梁の長さ E : ヤング係数
 θ_i, u : 回転角及水平変位 $i=1, N$ (柱数)
 a_G, c_G, c_G' : 柱の変断面撓角法係数
 a_G, a_G', b_G : 梁

(2), (3)式を座標変換して1スパン毎の釣合式が求まる。

$$\{R_S\}_i = [BK]_i \{r_S\}_i \quad (4)$$

ここに

$[BK]_i$: i スパンの剛性マトリックス

$$\{r_S\}_i = \{\theta_i, U, \theta_{i+1}\}^T$$

(4)式を順次重ねあわすことによって構造物全体の釣合式が求まるが, この時変位 u が各スパンで共通であることを考慮すると下式で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_N \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & D_1 & & & 0 & & & C \\ & A_2+E_1 & D_2 & & & & & C \\ & & & & & & & C \\ & & & & & & & C \\ S.Y.M. & & & & A_{N+1}+E_{N-1} & & & C_N \\ & & & & & & & F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \\ u \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここに $A_i = p_G^i a_G^i + p_G^i a_G^i$ $D_i = p_G^i b_G^i$

$C_i = -3p_G^i C_G^i / L_G^i$ $E_i = p_G^i a_G^i$

$F = \sum_{i=1}^N B_i$ $B_i = 3 \cdot p_G^i (C_G^i + C_G^i) / L_G^i$

$p_G^i = 2EI_G^i / L_G^i$ $p_G^i = 2EI_G^i / L_G^i$

(5)式を簡単に次式で表わす。

$$\{R\} = [S]\{r\} \quad (6)$$

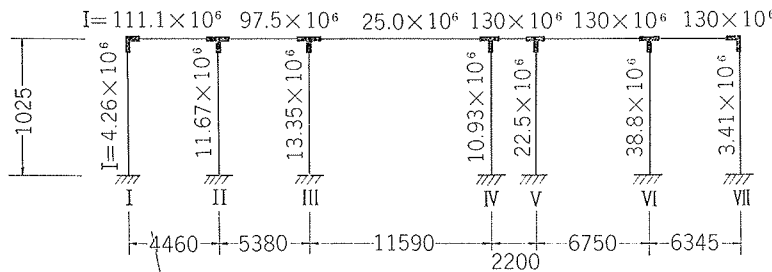
3. 振動方程式

$$[M]\{\Delta \ddot{r}\} + [\alpha]\{\Delta \dot{r}\} + [S]\{\Delta r\} = -[M]\{\Delta \ddot{y}_0\} \quad (7)$$

ここに $[M] = \begin{bmatrix} M_1 & & \\ & \ddots & \\ & & M_N \end{bmatrix}$ $[\alpha] = \lambda[M]$

$$M_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_i \end{bmatrix} \quad \{\Delta \ddot{y}_0\} = \{0, \Delta \ddot{y}_0\}^T$$

X方向フレーム



Y方向フレーム

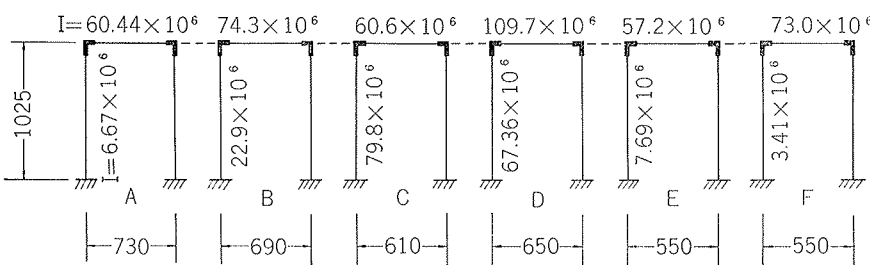


図-2 建物の構造概要

m_i : 質量 $\Delta \ddot{y}_0$: 地動加速度増分

線形加速度法により:(7)式を変形すれば, (6)式と同じ形となりこれを解けば応答が求まる。

塑性の場合は逐次剛性マトリックス $[S]$ を変化させる。

4. 応答計算

4.1. 構造物の概要

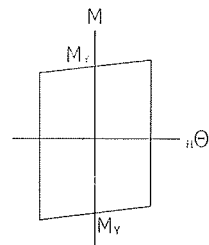
図-2に計算の対象とした構造物を示す。この構造物は某発電所内のもので, 梁間(Y方向)1スパン桁行(X方向)6スパンで, すべてのY方向フレームは対称である。同図に各柱, 梁の断面2次モーメントを示すが, X, Y方向フレームともに柱の剛性のばらつきが大きい。また梁の剛性は柱の剛性に比べてきわめて大きい。計算では柱~梁接合部分を剛域とし, Y方向フレームについては, 各フレームをピン材にて結合した。

4.2. 塑性バネの $M \sim \theta$ 関係

塑性バネの復元力として図-3に示すように, Bi-linear型, Tri-linear Degrading型の2種の $M \sim \theta$ 関係を与えた。Bi-linear型は, 各部材端が曲げ降伏するまでが完全剛, その後は塑性剛性を与える。Tri-linear Degrading型の場合, ひび割れ発生後から, 降伏までは半塑性の剛性を, 降伏以後はBi-linear型の場合と同じ塑性剛性を与える。降伏モーメント時のヒンジ回転角は $M \sim 1/\rho$ 関係より次式で与える。

$$\theta_Y = \frac{a_1}{3(1-2\lambda)} \left(\frac{1}{\rho_Y} - \frac{1}{\rho_0} \right) (1.5 - 3\lambda - a_1) l \quad (8)$$

Bi-linear型



Tri-linear Degrading型

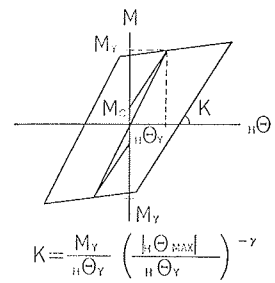
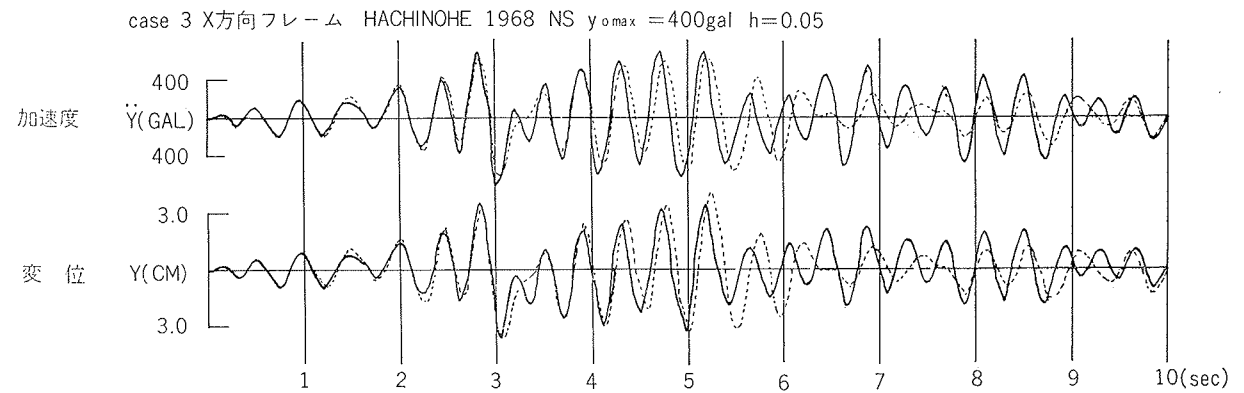
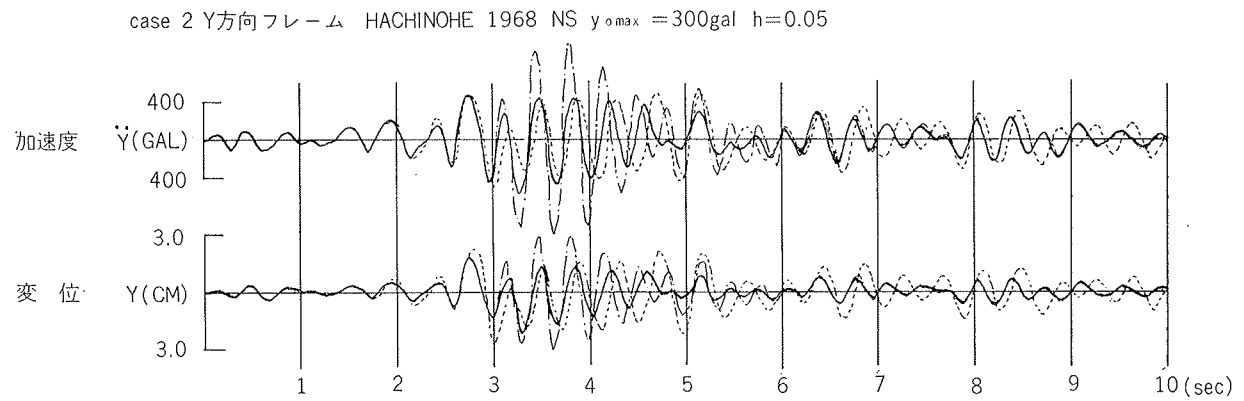
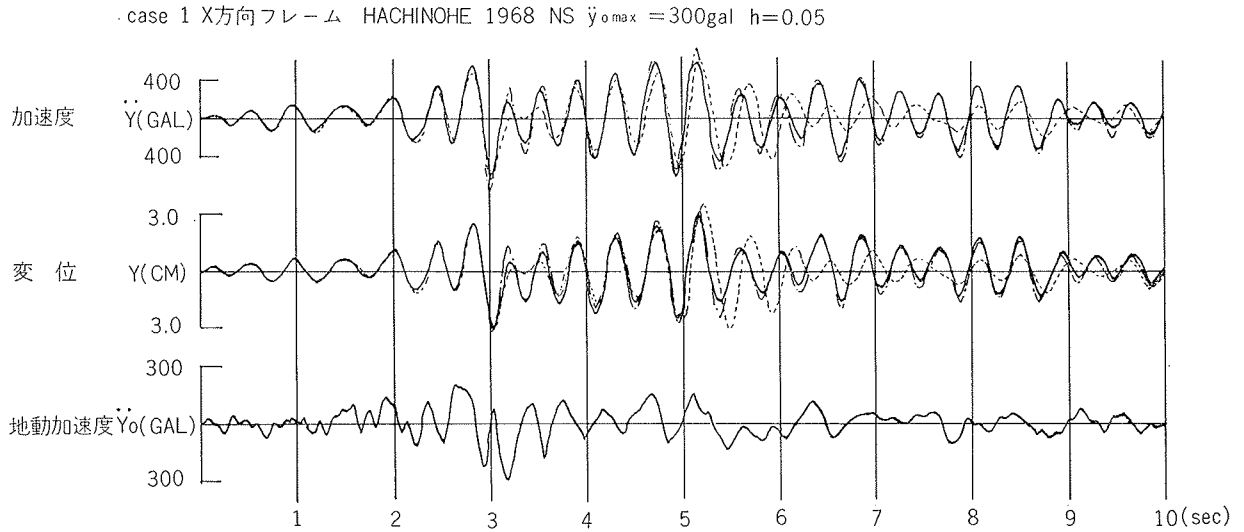


図-3 塑性バネの $M \sim \theta$ 関係



— Bi-linear 応答
 - - - Tri-linear 応答
 ····· 弾性 応答

図-4 変位・加速度の応答波

ここに $a_1 = (1 - \frac{M_C}{M_Y}) (0.5 - \lambda)$

$1/\rho_Y$: 降伏時曲率 $1/\rho_C$: ひび割れ時曲率
 $1/\rho_e = (M_Y/M_C) \cdot 1/\rho_C$

ここでは、考えている構造物の梁の剛性が高いので柱の反曲点は、材長の中央にあるとして(8)を適用し $H\theta_Y$ を求めた。またこの構造物の柱は非常に丈が大きく、また材長も長いので、 $1/\rho_Y$ と $1/\rho_e$ とに余り大きな差はなく、従って $H\theta_Y$ も小さくなっている。減力時の剛性は降伏までは原点指向、降伏後の剛性Kは

$$K = \frac{M_Y}{H\theta_Y} (1_H\theta_{MA} \times 1_H\theta_Y)^{-\gamma} \quad (9)$$

で表わしヒンジの最大回転角に応じて剛性低下させた。なおすべての部材端で $\gamma = 0.3$ とした。

4.3. 変位及び加速度

応答計算は3種行ない、入力地震波はすべて1968年十勝沖地震の八戸記録、NS成分を用いた。case 1 は、X方向フレーム、 $\ddot{y}_{max} = 300 \text{ gal}$, case 2 はY方向フレーム、 $\ddot{y}_{max} = 300 \text{ gal}$, case 3 はX方向フレーム、 $\ddot{y}_{max} = 400 \text{ gal}$ で、それぞれ Bi-linear, Tri-linear 型の復元力について計算した。case 1 及び case 2 は弾性応答も行なっている。

図-4に、変位及び加速度の応答値を示す。case 1 の場合、弾性応答と Bi-linear 応答とは余り差がない。Tri-linear 応答の場合は 5.2sec に最大応答値となり、それ以後は Bi-linear 応答とは周期性が異なってくる。case 2 の場合は、弾性応答が、全般に大きく、周期も短い。3.02 sec で Tri-linear 応答が最大となるが、その後 Bi-linear の場合と周期性が異なってくる。case 3 の場合は case 1 の場合と同じである。

表-1に、変位、せん断力、加速度の最大値を示す。最大変位については、Tri-linear 応答では、Bi-linear 応答よりも case 1 で6%、case 2 で15%、case 3 で10%大きい。しかし、せん断力についてはどの場合も Bi-linear

	フレーム	地震波		応答の種類	加速度		変位		せん断力 Qmax (ton)
		成分	\ddot{y}_{max} (gal)		\ddot{Y}_{max} (gal)	時間 (sec)	δ_{max} (cm)	時間 (sec)	
case 1	X	NS	300	Linear	735	3.02	3.18	3.02	1944
				Bi-Linear	636	3.01	3.10	3.03	1671
				Tri-Linear	595	5.20	3.33	5.20	1563
case 2	Y	NS	300	Linear	1013	3.80	2.92	3.80	2720
				Bi-Linear	538	3.27	2.30	3.29	1405
				Tri-Linear	505	3.00	2.65	3.02	1337
case 3	X	NS	400	Linear	1101	3.02	4.77	3.02	2958
				Bi-Linear	679	3.04	3.59	3.04	1778
				Tri-Linear	639	5.22	3.95	5.24	1675

表-1 最大変位, 最大せん断力, 最大加速度

応答の方が5~6%程度小さいだけである。case 2, 3 では、弾性応答の最大変位が、Bi-linear, Tri-linear 応答よりは大きい、これはせん断力が Bi-linear 応答より93%, 66%と非常に大きく、構造物の剛性と地震波との関係により、大きな応答となったためである。最大加速度については、弾性, Bi-linear, Tri-linear の順に小さい。

図-6に case 1 及び case 2 の層せん断力~変位の関係を示した。数ヶ所の柱、梁が降伏しているが、フレーム全体としては完全な塑性域に入っていない。

case 3 の VI 柱の Q~ δ 曲線を図-5に示す。この柱は 2.82sec で柱脚に塑性ヒンジが発生している。この時の変位を δ_Y とすれば、最大応答時の塑性率は $\mu = 1.34$ である。なお柱頭は 4.78sec 時にヒンジが発生した。

4.4. 塑性バネの回転角

各応答時のヒンジ発生箇所を図-7に示す。どの場合もヒンジの発生数は、Tri-linear 型の方が少ない。しかし、表-2に示す case 3 の場合のヒンジ回転角をみると、VI 柱の柱脚を除いて Tri-linear 型の方が大きい。 $H\theta_{max}/H\theta_Y$ をみると V 柱では柱脚で 2.83, 柱頭で 4.37, VI 柱では柱脚で 5.36, 柱頭で 1.46 である。一方、Q~ δ 関係から柱の塑性率をみると V 柱では $\mu = 1.40$, VI 柱では、 $\mu = 1.34$ である。しかし最大変形、及び降伏変形から弾性変形を差し引きその比率を μ' とすると V 柱では $\mu' = 3.53$, VI 柱では $\mu' = 2.63$ であり、この μ' が $H\theta_{max}/H\theta_Y$ に対応するものである。

図-8に case 3 の VI 柱柱脚の塑性バネの履歴曲線を示す。降伏後の減力剛性は(9)式の $\gamma = 0.3$ としたので、剛性の低下が小さい。

むすび

1. Tri-Linear の場合, 最大応答値以後 Bi-Linear

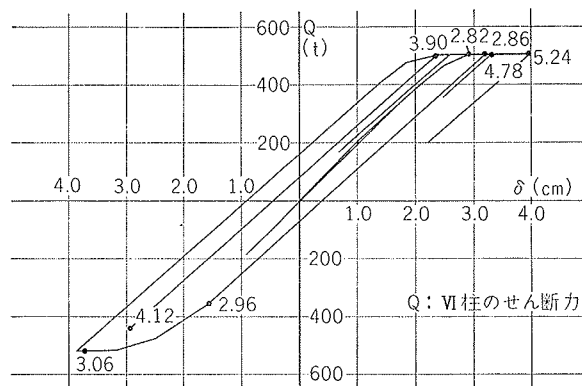


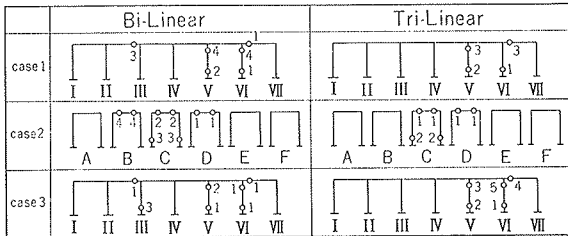
図-5 VI柱 Q~ δ 曲線 (case 3 の場合)

ヒンヂ発生位置	Bi-Linear			Tri-Linear				
	T ₁ (sec)	T ₂ (sec)	H θ max (10 ⁻⁵)	T ₁ (sec)	T ₂ (sec)	H θ max (10 ⁻⁵)	H θ max H θ _Y	
V柱	柱頭	2.80	3.04	83.0	3.02	5.24	113.1	4.37
	柱脚	2.78	3.04	131.5	2.82	3.06	165.2	2.83
VI柱	柱頭	2.78	2.84	68.9	4.74	5.24	123.7	1.46
	柱脚	2.78	3.04	198.5	2.82	5.24	182.2	5.36
III柱	柱脚	3.04	3.04	9.85	—	—	—	—
VI~VII梁	2.78	3.04	13.0	3.02	3.06	55.2	1.22	
II~III梁	2.78	3.04	66.6	—	—	—	—	

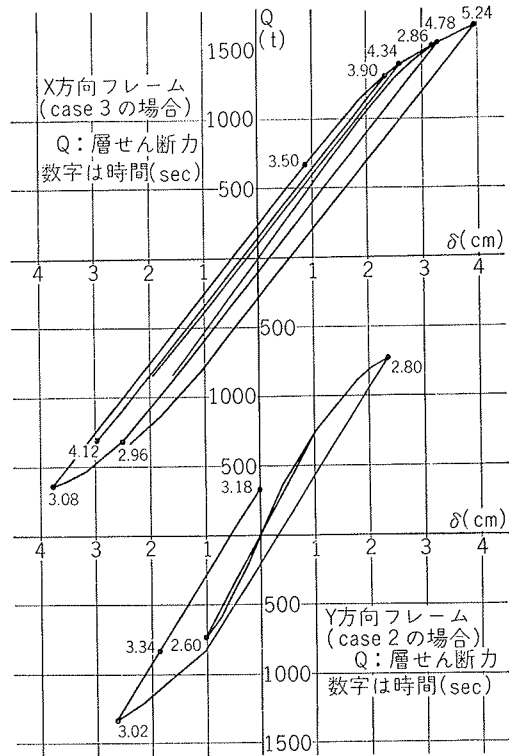
T₁: ヒンヂ発生時刻

T₂: ヒンヂがH θ maxになった時刻

表一 塑性バネの回転角



図一七 ヒンヂ発生箇所



図一六 Q~ δ 曲線

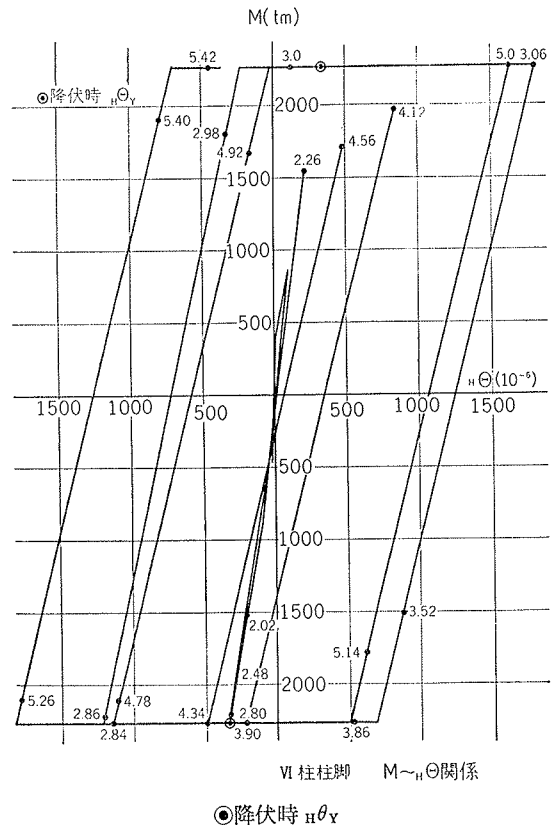
の場合とは異なり周期性がずれて長くなる。また変位の最大値は、どの場合でも Tri-linear 応答の方が、Bi-linear の場合よりも 6~15%程度大きいが、層せん断力は逆に 5~6%程度小さい。

2. ここで行なった応答では、フレーム全体としては、未だ半塑性の状態であるが、数本の柱、梁では、完全に塑性状態に入っている。このように塑性ヒンヂの発生位置とその回転角を知ることによって、各部材の塑性化の状態を知ることができ、また適切な補強も行なえる。

3. 仮定した復元力特性によってヒンヂの発生箇所、回転量などが異なってくるので、実際の部材の復元力特性に近いものを仮定する必要がある。RC 構造に対しては減力時剛性率 γ を更に大きくとり、また降伏以後の履歴を最大変位直線指向型にとればより実状に近い応答結果が得られよう。

参考文献

R. W. Clough, E. L. Wilson, I. P. King 「Large Capacity Multistory Frame Analysis Programs」
Jour. of S. D Proc of the ASCE 1963 年 8 月



図一八 VI柱柱脚 M~ θ 関係 (case 3 の場合)