

# 沈埋函トンネルの地震応答解析について

齋藤 二郎  
後藤 洋三  
太田 順  
(機械計算部)  
佐藤 拓男  
(東洋情報システム)

## 概要

地震時における沈埋函トンネルと周辺地盤の振動状態を明らかにして震耐性の検討を進めていくために、3次元動的有限要素法による沈埋函トンネル地震応答計算プログラムを開発した。開発にあたり地盤は弾性体と仮定し、入力地震波には位相遅れをもって作用する効果を考慮した。また有限要素法適用にもなる膨大な未知数の発生に対しては、不要な振動成分を除去するという考えによる運動方程式縮小法を開発して解決し、高い精度の近似解を得ている。

道路用の大規模な沈埋函トンネルの地震応答をこのプログラムで解析した結果、沈埋函トンネルの振動特性は地盤の振動特性に影響され、トンネル軸方向に地盤の振動特性が急変する部分には応力集中が生じること、また入力地震波の位相遅れによる影響も無視できないことなどが明らかとなった。

## 1. まえがき

近年わが国においても沈埋函工法によって大規模な水底トンネルが建設されるようになった。この沈埋函トンネルは水底の地盤中に沈設した函体を長い延長にわたって結合した構造体であり、わが国では軟弱な沖積地盤中に建設される機会が多いためその耐震性については十分な検討が加えられねばならない。

地中埋設物の耐震性を理論的に解析することは一般に困難であり、震害例についてもパイプライン等を除いて比較的少ない。そのため地中埋設物の耐震設計としては震度法による地震時土圧の検討が行なわれるにとどまってきた。しかし近年の沈埋函トンネルの設計には動的応答を考慮した耐震性の検討が試みられており、BARTの沈埋函トンネル耐震設計規準はその代表的なものである。同規準は地盤の断層運動と周辺地盤の動的安定性ならびに地盤の振動によって生ずるトンネルの歪について検討を加え、指針を与えている。

さて本研究は地震時における沈埋函トンネルと周辺地盤の振動状態を明らかにしその耐震性について検討を進めるため、地震応答計算法を開発し検討を加えたものである。沈埋函トンネルの地震応答には平面的な拡がりのみでみた入力地震波の特性、土と地盤の動力学的性質、ならびに地盤とトンネルの3次元連成振動特性等が関連する。本研究では地盤を弾性体と仮定し、入力地震波はトンネル軸方向に位相のずれを持って作用すると仮定している。そして地盤とトンネルの3次元

連成振動解析に動的有限要素法を適用した。

有限要素法を3次元の振動解析に適用しようとする場合、運動方程式が膨大となって大型計算機を用いても計算処理が非常に困難となる。そこで本研究では不要な振動成分を除去するという考えによる運動方程式縮小法を開発し、自由度(未知数)の減少をはかっている。

以下に地震応答計算法に関する理論とそれに基づいて開発した応答計算プログラム\**TRESPO*\*の概要を述べ、さらにその解析例を紹介する。

## 2. 計算理論と開発プログラム

### 2.1 計算モデルと導入仮定

- (1) 解析方向をトンネル軸直角方向に限定する。
- (2) トンネル軸方向の変形は考慮しない。
- (3) 地盤をトンネル軸方向に適当な間隔で分割する。
- (4) 各ブロックを平面歪問題として有限要素化する。

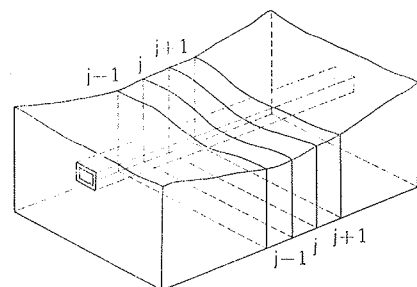


図-1

- (5) 隣接ブロック同士は地盤がせん断変形してせん断力を伝達し合うものとする。
- (6) 地盤の質量はブロック内の各要素頂点に配分する。すなわち Convergent Mass System を取る。
- (7) トンネル本体は多質点系の梁に置換し、各質点は水平変位、上下変位、水平撓角、鉛直撓角、ねじれ角の5自由度を持つものとする。

2.2. 運動方程式と自由度の縮小

ブロック j に関する非減衰強制振動の運動方程式は次式で表わされる。

$$[M_j]\{\ddot{P}_j\} + [K_{j,j-1}]\{P_{j-1}\} + [K_{j,j}]\{P_j\} + [K_{j,j+1}]\{P_{j+1}\} = [K'_{j,j-1}]\{Z_{j-1}\} + [K'_{j,j}]\{Z_j\} + [K'_{j,j+1}]\{Z_{j+1}\} \dots (1)$$

ここに  $\{P_j\}$  ; ブロック j の変位ベクトル  
 $\{Z_j\}$  ; ブロック j の地震変位ベクトル  
 $[K_{j,i}]$  ; ブロック j の変位とブロックに作用する力を関係付けるマトリックス  
 $[M_j]$  ; ブロック j の質量マトリックス  
 全体の運動方程式は式(1)から構成される。

$$\begin{bmatrix} M_1 & & & \\ & M_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & M_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{P}_1 \\ \ddot{P}_2 \\ \vdots \\ \ddot{P}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & & \\ K_{21} & K_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K'_{11} & K'_{12} & & \\ K'_{21} & K'_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & K'_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{Bmatrix} \dots (2)$$

式(2)は数千の自由度を持つ大きな運動方程式であり、大型計算機を用いても計算処理は非常に困難である。そこで縮小にもなる誤差が少なく、かつ大巾な自由度縮小が可能な方法として、各ブロック毎に不要な振動成分を除去する考えにたつた縮小法を用いる。

まずブロック j の自由振動を考え  $\{P_{j-1}\}=0, \{P_{j+1}\}=0$  とすると次式を得る。

$$[M_j]\{\ddot{P}_j\} + [K_{j,j}]\{P_j\} = 0 \dots (3)$$

式(3)においてモーダルマトリックスを  $[U_j]$  とし、 $\{P_j\} = [U_j]\{Q_j\}$  なる変換を行うと

$$[I]\{\ddot{Q}_j\} + [-\omega_j^2]\{Q_j\} = 0 \dots (4)$$

となる。ここに  $[U_j]^T [M_j] [U_j] = [I]$   
 $[U_j]^T [K_{j,j}] [U_j] = [-\omega_j^2]$

$\{Q_j\}$  はブロック j における固有振動の時間関数ベクトルであり、これを不要な項と必要な項に分離する。

$$\{P_j\} = [U_j]\{Q_j\} = [U_j; U_j^*] \begin{Bmatrix} q_j \\ q_j^* \end{Bmatrix} \quad q_j^* ; \text{不要固有振動式に}$$

$\{P_j\}$  を代入し前から  $[U_j] = [u_j; u_j^*]$  をかける。

$$\begin{aligned} [I; I^*] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_j \\ \ddot{q}_j^* \end{Bmatrix} + [u_j; u_j^*]^T [K_{j,j-1}] [u_{j-1}; u_{j-1}^*] \begin{Bmatrix} q_{j-1} \\ q_{j-1}^* \end{Bmatrix} + \\ [u_j; u_j]^T [K_{j,j}] [u_j; u_j] \begin{Bmatrix} q_j \\ q_j \end{Bmatrix} + [u_j; u_j^*]^T [K_{j,j+1}] [u_{j+1}; u_{j+1}^*] \begin{Bmatrix} q_{j+1} \\ q_{j+1}^* \end{Bmatrix} \\ = [u_j; u_j^*]^T [K'_{j,j-1}] \{Z_{j-1}\} + [K'_{j,j}] \{Z_j\} + [K'_{j,j+1}] \{Z_{j+1}\} \dots (5) \end{aligned}$$

不要な固有振動の慣性項  $I^*=0$  とし、全ブロックについて  $\{q^*\}$  に関する項を消去するとブロック j の運動方程式は縮小され次式となる。

$$[I] \{\ddot{q}_j\} + [k_{j,j-1}] \{q_{j-1}\} + [k_{j,j}] \{q_j\} + [k_{j,j+1}] \{q_{j+1}\} = [k'_{j,j-1}] \{Z_{j-1}\} + [k'_{j,j}] \{Z_j\} + [k'_{j,j+1}] \{Z_{j+1}\} \dots (6)$$

全体の運動方程式は式(6)から構成され次式を得る。

$$\begin{bmatrix} I & & & \\ & I & & \\ & & \ddots & \\ & & & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & & \\ & k_{21} & k_{22} & \\ & & \ddots & \\ & & & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k'_{11} & k'_{12} & & \\ & k'_{21} & k'_{22} & \\ & & \ddots & \\ & & & k'_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_n \end{Bmatrix} \dots (7)$$

式(7)で運動方程式の自由度が100程度までに縮小されていけば比較的能率よい応答計算が可能となる。

2.3. 応答計算法

数値積分を行って地震応答を求めるためには式(7)をさらに変換する。すなわちモーダルマトリックスを  $[V]$  とし  $\{q\} = [V]\{r\}$  なる変換を行い減衰項を付加すると次式を得る。

$$[I]\{\ddot{r}\} + [-2\beta\omega_j]\{\dot{r}\} + [-\omega_j^2]\{r\} = [F]\{Z\} \dots (8)$$

式(8)は境界条件が常に変動する(変動量は  $\{z\}$ )運動方程式であり、その解  $\{r\}$  を固有振動の重ね合せで表わすことはできない。そこで  $\{r\}$  を動的応答部  $\{r_D\}$  と変位  $\{z\}$  による静的応答部  $\{r_S\}$  に分割する。すなわち  $\{r\} = \{r_D\} + \{r_S\}$  とし式(8)を書き改めると、

$$\begin{aligned} [I]\{\ddot{r}_D\} + [-2\beta\omega_j]\{\dot{r}_D\} + [-\omega_j^2]\{r_D\} \\ = -[I]\{\ddot{r}_S\} = -[-\omega_j^2]^{-1} [F]\{\ddot{Z}\} \dots (9) \end{aligned}$$

となる。ここに  $\{r_S\}$

$$= [-\omega_j^2]^{-1} [F]\{Z\} \dots (10)$$

式(9)を数値積分して  $\{r_D\}$  を求め、式(10)から  $\{r_S\}$  を求めれば  $\{r\}$  を求めることができる。

各時刻毎の各ブロック内の変位を求めるためには、

式(3)から式(8)に到る変換過程を逆にたどればよい。

### 2.4. 入力地震波について

入力地震波としては式(9)と式(10)において変位波と加速度波が必要である。しかし変位で記録された強震記録は一般に少ないため、発表されている著名な加速度強震記録を2重積分し変位記録を求める必要がある。

積分にあたって発生するドリフトをさけるために加速度記録の軸線補正を行い、さらに積分後 High Pass フィルターによる補正を行っている。式(9)で必要となる加速度記録はこの変位記録を逆に微分して求める。

図-2 に積分して求めた変位記録の若干例を示す。

地震変位(加速度記録2重積分)計算結果

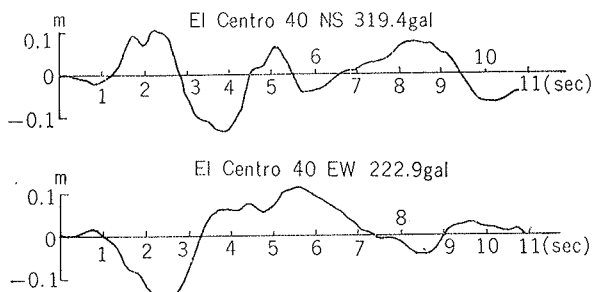


図-2 地震変位(加速度記録2重積分)計算結果

### 2.5. 開発プログラムの概要

本研究で開発したプログラム \*TRESPO\*はNEAC-2200 モデル500を最大限に使用するもので14の Chain から構成されている。汎用性を高めるため多様な入力を可能としており、トンネルならびに地盤には固定、自由、滑動の境界条件を任意に付加できる。また地震波の入力条件を変え応答計算の部分のみを任意に繰返すことも可能である。沈埋函トンネルでは換気塔などの構造物がトンネル軸にまたがって設置されることが多い。このような場合には対応するブロックのトンネル断面を拡大することによって、考慮することができる。

### 2.6. 自由度縮小にともなう誤差の検討

矩形のセラチン模型地盤を対象として \*TRESPO\* による解析を行い、自由度の縮小数を変化させる数値実験を行って誤差の検討を行った。

図-3 に示す解析モデルについて図-4 の要素分割を行い、5段階の縮小数について固有振動数、モード、および地震応答を求めた。表-1, -2, -3 がその結果である。

固有振動数と振動モードに関しては縮小による誤差はほとんど現われない。地震応答には若干の誤差が生じており縮小数に限界があることが示される。この縮小限界については今後の研究課題である。

計算モデル(周辺および底面固定)

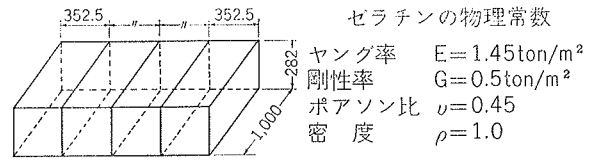


図-3 計算モデル(周辺および底面固定)

各セクションの要素分割(自由度30)

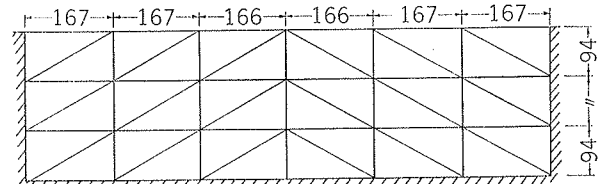


図-4 各セクションの要素分割(自由度30)

自由度縮小なし: 90, 自由度縮小有り: 60~9

残留自由度		固有振動モード(中央点水平または上下変位)				
ブロック		90	60	30	15	9
1次	1	10.7585	10.7581	-10.7588	10.7682	10.7794
	2	15.2148	15.2143	-15.2153	15.2285	15.2444
	3	10.7585	10.7581	-10.7588	10.7682	10.7794
2次	1	-15.2846	-15.2846	-15.2846	15.2846	15.2846
	2	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
	3	15.2846	15.2846	15.2846	-15.2846	-15.2846
3次	1	-10.8582	-10.8587	10.85790	10.8485	-10.8370
	2	15.3559	15.3565	-15.3554	-15.3421	15.3258
	3	-10.8582	-10.8587	10.85790	10.8485	-10.8370
4次	1	10.9874	-10.9925	10.9954	-10.9861	-10.9960
	2	15.5384	-15.5458	15.5498	-15.5367	-15.5507
	3	10.9874	-10.9925	10.9954	-10.9861	-10.9960
5次	1	15.5506	-15.5506	15.5506	15.5506	15.5506
	2	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	3	-15.5506	15.5506	-15.5506	-15.5506	-15.5506

表-1

残留自由度		固有振動周期(sec)				
次数		90	60	30	15	9
1次		0.3013615	0.3013615	0.3013614	0.3013612	0.3013609
2次		0.2937105	0.2937105	0.2937105	0.2937105	0.2937105
3次		0.2866241	0.2866241	0.2866240	0.2866238	0.2866236
4次		0.1961628	0.1961628	0.1961627	0.1961626	0.1961625
5次		0.1940664	0.1940664	0.1940664	0.1940664	0.1940664
6次		0.1920373	0.1920372	0.1920371	0.1920371	0.1920370
7次		0.1873709	0.1873709	0.1873709	0.1873700	0.1873679
8次		0.1860800	0.1860800	0.1860800	0.1860800	0.1860800
9次		0.1848234	0.1848234	0.1848234	0.1848225	0.1848205
10次		0.1645630	0.1645630	0.1645621	0.1645611	
11次		0.1635697	0.1635697	0.1635697	0.1635697	
12次		0.1626004	0.1626004	0.1625994	0.1625985	
13次		0.1540897	0.1540897	0.1540896	0.1540891	
14次		0.1532250	0.1532250	0.1532250	0.1532250	
15次		0.1523728	0.1523728	0.1523727	0.1523723	

表-2

残留自由度		地震応答計算結果(中央点水平変位)				
断面		90	60	30	15	9
1次		0.0380	0.0380	0.0380	0.0569	0.0687
2次		0.0386	0.0386	0.0387	0.0576	0.0693
3次		0.0380	0.0380	0.0380	0.0569	0.0687

入力: E/ Centro NS 40 100gal

表-3

### 3. \*TRESPO\* による解析

#### 3.1. 模型実験との対比

\*TRESPO\* の計算結果を実験で検証するため、ゼラチンを用いて堰堤の3次元模型を作成し振動実験を行った。図-5は模型の概略寸法を示したものである。図-6は大型振動台による加振によって得られた堤頂の共振曲線で、1次と3次の固有振動の共振が明瞭に現われる。(2次固有振動は一樣な加振状態では共振しない)。図-7と図-8は0.5秒の開放撮影によるもので、共振時の1次と3次のモードが写真のブレ巾から観測される。

この模型堰堤に対し図-5に示す有限要素の解析モデルを設定し、振動数と振動モードを求める計算を行った。図-9図-10は振動モードを示したもので実験写真との対比のため各点の振巾をブレ巾で示している。振動数についてはゼラチンの弾性常数にバラツキがあるため、計算から絶対的な値を定めることはできない。そこで弾性常数を任意に取って1次固有振動数を一致させ、3次固有振動数を比較すると表-4の結果を得る。\*TRESPO\* による計算結果は小さな3次振動数を与えている。これは解法上軸方向の変形を許していない所に起因すると思われる。

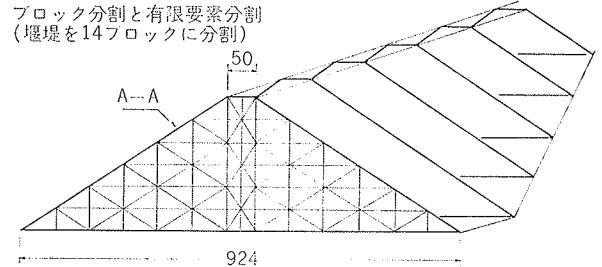
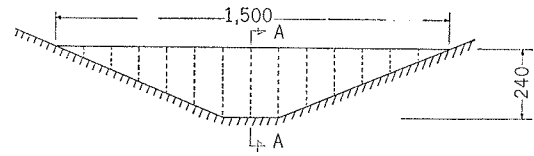
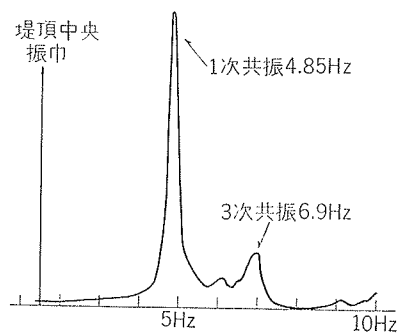


図-5 ゼラチン模型堰堤側面図



ゼラチンの弾性常数  
E=2.92ton/m<sup>2</sup>と修正

	固有周期(sec)	
	実験値	計算値
1次	0.206	0.206
3次	0.145	0.157

図-6 ゼラチン模型堰堤の共振曲線

表-4

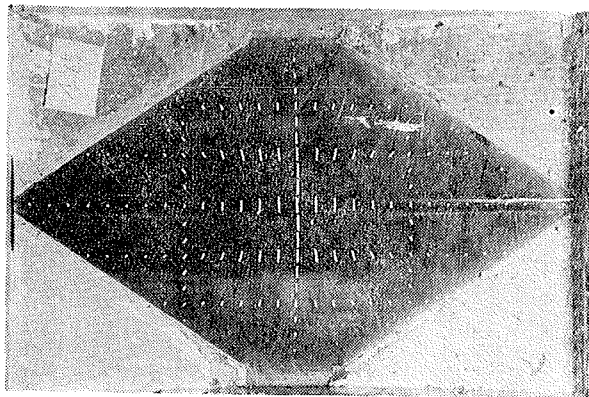


図-7 1次共振状態 f=4.85Hz

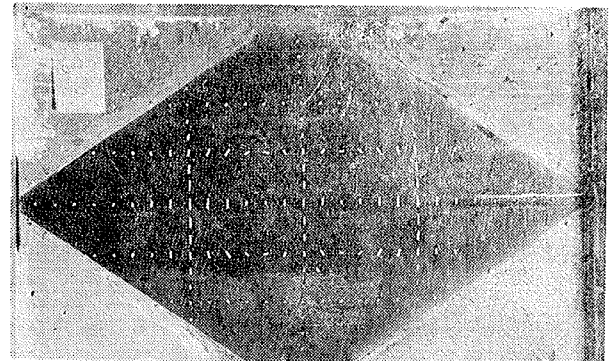


図-8 3次共振状態 f=6.9Hz

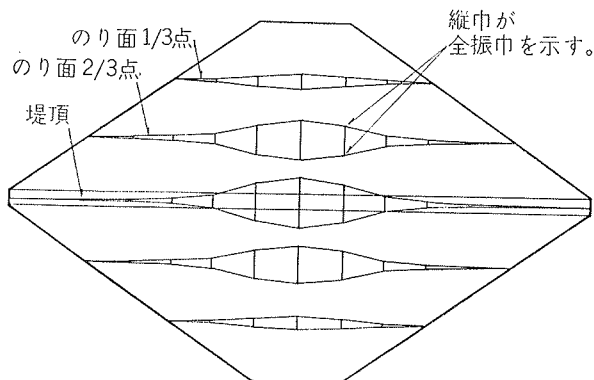


図-9 計算による1次固有振動モード

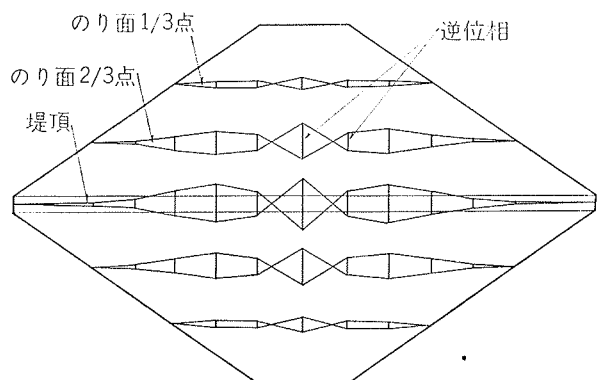


図-10 計算による3次固有振動モード

### 3.2 沈埋函トンネルの地震応答計算例

大規模な道路用沈埋函トンネルを想定し応答計算を行った。図-11はトンネルの断面で、図-12は平面的なブロック分割と各ブロック内の要素分割を示している。この分割で1ブロック内の自由度は79である。

図-13は一様地盤の場合で、10秒間の地震応答による最大変位、最大せん断力、ならびに最大曲げモーメントを示した。地震波はトンネル軸方向に位相遅れを付けて作用させており、この計算例では応力に関して位相遅れの影響が大きく現われている。

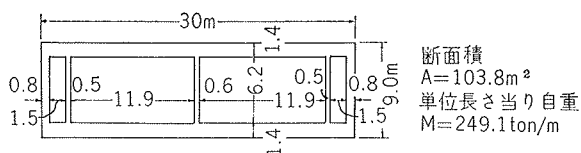


図-11 トンネル断面

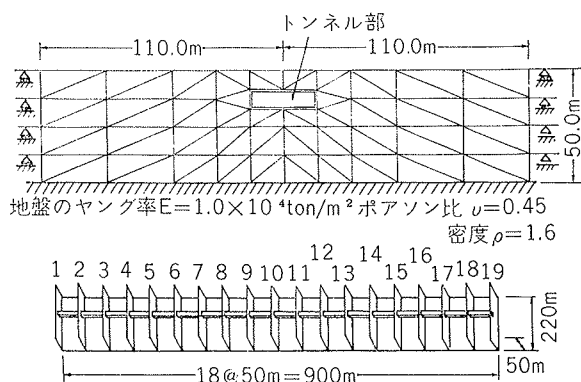


図-12

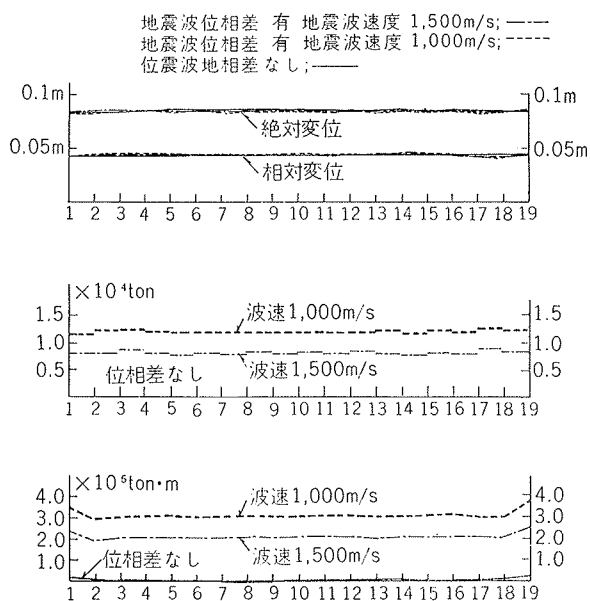


図-13

図-14は地盤の弾性常数がトンネル軸方向に変化する場合の計算例である。図の左側から右側へ弾性常数で8倍の変化を持たせている。計算結果から地盤の特性が急変する部分で応力集中が生じていることが示される。

なお応答計算終了までに必要とする計算時間は図-12のモデルの場合で約3時間を要した。

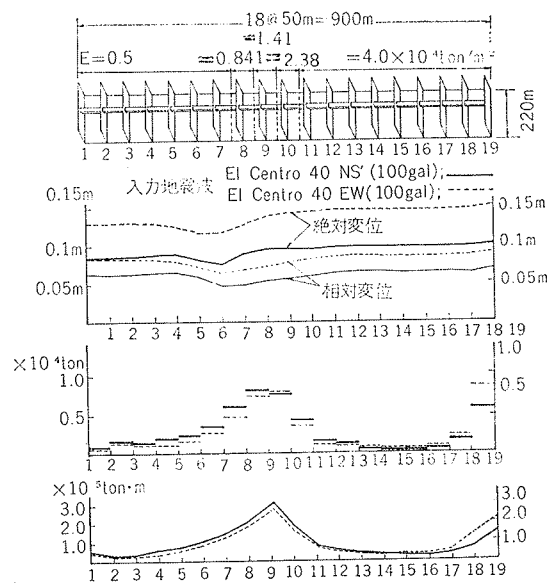


図-14

### 4. 結論

本研究で開発した地震応答計算プログラムによれば、沈埋函トンネルの軸直角方向に関する地震応答を、地盤とトンネルの3次元連成振動を考慮して解析することができる。本計算法には3次元動的有限要素法を用いているが、不要な振動成分を除去する考えに立った自由度縮小法を用いた結果、比較的高精度で高能率の応答計算が可能となった。

道路用沈埋函トンネルについて地震応答を計算した結果によれば、トンネルの軸直角方向の振動特性は地盤の振動特性に影響されており、トンネル軸方向に地盤の特性が急変する部分において応力集中が生じている。入力地震波が位相遅れをもって作用することによる影響も無視できないことが明らかとなった。

### 5. おわりに

本研究の遂行に当たって当研究所中川次長ならびに機械計算部開発課松岡課長から多大な助言と助力を受けてきた。ここに謝意を表する次第である。