

有限要素法によるシールド外周地盤の挙動解析 (弾塑性)

齋藤 二郎 藤原 紀夫
内藤 和章

Finite Element Analysis of Behavior (Elasto-Plastic) of Ground Surrounding Shield Tunnel

Jiro Saito Toshio Fujiwara
Kazuaki Naito

Abstract

Regarding analysis of the behavior of ground surrounding shield tunnels by the finite element method, the results showing the ground to behave like an elastic body were described in a previous paper¹⁾. In this paper, results showing the ground to behave like an elasto-plastic body are given. The outline of elasto-plastic analysis and the procedure of computer programming are described. As the analyzed example, the Kanayama Shield Tunnel in Nagoya City is cited. Surface settlements, displacements in ground, contour lines of x-stress, y-stress, shearing stress, development of the plastic region, etc. are shown. These results are compared with field measurements and the advantages and disadvantages of this method are discussed.

概 要

有限要素法によるシールド外周地盤の挙動解析に関し、前回¹⁾は、地盤を完全弾性体と仮定した場合について示した。今回は、地盤が弾塑性体挙動をする場合について述べる。地盤の弾塑性解析方法の概要と電算プログラムの組立て手順について述べ、解析例として、名古屋市交通局発注の金山シールドについて示す。解析結果は、地表面の沈下・地盤内変位図・x方向応力(σ_x)、y方向応力(σ_y)、せん断応力(τ_{xy})などの等高線図・塑性域の発達などについて示す。これらを実測値と比較して、この解析方法の有用性を示す。また、この解析方法の問題点についても述べる。

1. まえがき

有限要素法は、構造力学・連続体の力学をはじめ、熱および浸透流など応用力学のあらゆる分野で用いられ、大いにその成果をあげている。著者らは、ここ数年来、この解析方法を土木工事の実際の構造物に応用することを試みてきた^{1),2),3)}。ここでは、そのうち、シールド外周地盤の挙動解析について述べる。前回¹⁾は弾性解析について述べたが、今回は地盤が弾塑性挙動をする場合の解析について述べる。

以下に、地盤の弾塑性解析方法の概要と電算プログラムの組立て手順について述べ、解析例として、名古屋市交通局発注の金山シールド工事について示す。

2. 解析方法

有限要素法とは、その名の示す通り、連続体を有限個の要素からなるモデルに置き換えて計算する方法である。一般に、三角形要素分割が用いられる。

まず、ある要素(節点 ijm)について考えてみる。この要素内の変位はその点の座標の一次関数で表わされると仮定し、“ポテンシャルエネルギー最少の原理”を用いて公式化すると、次のような関係式をうる。

$$\begin{pmatrix} \text{ST} \\ (6 \times 6) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \\ F_{mx} \\ F_{my} \end{pmatrix} \quad (1)$$

これを行列式で示すと、

$$[ST]^e \{U\}^e = \{F\}^e \quad (1')$$

ここに、 $[ST]^e$; 要素の剛性マトリックス, $\{U\}^e$; 節点の変位ベクトル, $\{F\}^e$; 節点の荷重ベクトル, サフィックス e ; 要素を意味する。

(1)式を用いて、最初の要素から最後の要素まで繰返して組込んでゆくと、次のような行列式をうる。

$$[ST]\{U\} = \{F\} \quad (2)$$

ここに、 $[ST]$; 構造全体の剛性マトリックス, $\{U\}$; 構造全体の節点変位ベクトル, $\{F\}$; 構造全体の節点

荷重ベクトル。

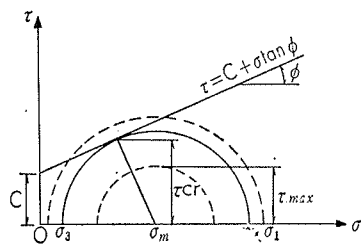
(2)式は変位に関する多元連立方程式 (2n 元, n; 節点数) であり, これを解けば各節点の変位が求まる。変位が求まれば, “フックの法則”を用いて, 要素内の応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) を計算することができる。もちろん, 応力が求まれば, 主応力 (σ_1, σ_3) と主応力角 (θ) を計算することができる。

以上は弾性解析の方法であるが, 次に, 弾塑性解析について考えてみる。この解析方法には, 種々の方法があるが, ここでは, モール・クーロンの破壊基準を用いる “直接反復法”を用いることにする。すなわち, 主応力の大きさに応じて, 土のヤング率 (E_s) を変化させる方法で, 地盤の応力とヒズミ関係は, 降伏するまでは線型に変化し, 降伏後は完全塑性に近い状態になると考える。

最初, 各々の三角形要素に対し, ある初期のヤング率 (E_{s0}) の値を与えて, 弾性計算を行ない, 各三角形要素内の主応力を求める。せん断力 (τ) がモール・クーロンの破壊包絡線を越えていないかどうかを判定する。モール・クーロンの破壊基準は次式で示される。

$$\tau_{cr} = C + \sigma_m \times \sin \phi \quad (3)$$

ここに, σ_m ;
 $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$, σ_1 ,
 σ_3 ; 主応力, τ_{cr} ;
 限界せん断力,
 C ; 土の粘着力,
 ϕ ; 土の内部摩擦角。



図一 1 クーロンの破壊基準

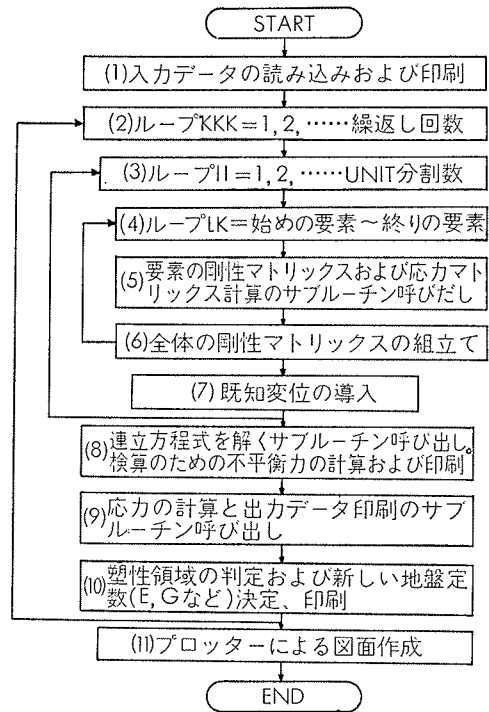
ある要素の最大せん断力 (τ_{max})

が,

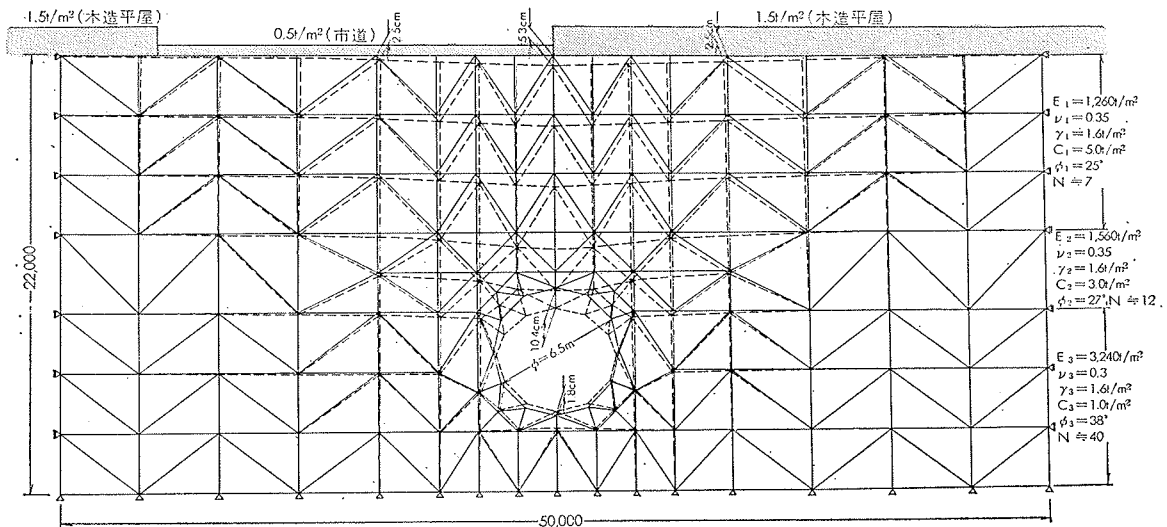
- (a) $\tau_{max} \leq \tau_{cr}$ なら, E_{s0} はそのまま
- (b) $\tau_{max} > \tau_{cr}$ なら, $E_s' = 2 \times E_{s0} \times \tau_{cr} / (\sigma_1 - \sigma_3)$

この手順ですべての三角形要素において, $\tau_{max} \geq \tau_{cr}$ が成立するまで繰返せばよい。この最終の答えが弾塑性解である。

(図一2)に電算プログラムのフローチャートを示す。有限要素法解析では, 多元の連立方程式を能率よく処理しなければならない。ここでは, “対角化分割法”を用いて, 連立方程式の解法は “掃き出し法”を用い



図一 2 フローチャート (弾塑性解)



図一 3 シールドが通過した後の地盤内変位図 (弾塑性解)

ている。アウトプットの変位はプロッター (NATIONAL EAI 430/100)によって、自動図化させている。

3. 解析結果

金山シールドは名古屋市交通局発注の地下鉄用トンネルで、外径6.4m、土被り12m 前後で掘進する。地盤は熱田台地と呼ばれる洪積世後半に堆積した粘土と砂の互層で、GL-8mまではN値7前後、GL-8m~-13mはN値15前後、GL-13~-22mはN値40前後である。

このシールド工事における、その外周地盤の挙動を解析してみた。解析手順は重ね合せ法⁶⁾と呼ばれる方法を用いる。すなわち、地盤内にトンネルが掘削されている状態を考え、それに自重および外荷重を作用させた場合を解析するものである。トンネル掘削によって生ずる変位量は、この条件のもとで得られた値から、掘削前の初期沈下量を差し引いて求める。応力状態はさきの解析結果によって、そのまま与えられる。

次に、計算条件は(1)地盤は弾塑性体と仮定(2)解析は平面ヒズミ問題として、シールド横断面について二次元的に取り扱う。(3)セグメント覆工は考慮しない。すなわち、トンネル掘削孔周囲の変位はテール・クリアランスを越えない。(4)地盤定数などは(図-3)の右端に示す値を用いた。初期のヤング率(E_{s0})の推定には、 $E_{s0}=1.2 \times (70+5N)$ 、 $N=N$ 値を、ポアソン比(ν_s)は Terzaghi の提唱値に準じた。また、土の粘着力(C)、内部マサツ角(ϕ)などは土質試験結果を用いた。(5)境界拘束条件は(図-3)に示すように、左右両端は水平方向固定、垂直方向自由とし、下端は水平・垂直方向とも固定とした。(6)上載荷重は(図-3)

に示すように、建造物などの重量を考慮した。したがって、節点荷重は、地盤の自重と上載荷重によるものになる。

(図-3)にトンネル孔を掘削後の地盤内変位図を示す。実線はトンネル掘削前の、破線はトンネル掘削後の状態を示している。トンネル孔(=6.5m)は全体に縮められるように変形し、坑頂は10.4cm 下がり、坑底は1.8cm浮き上がっている。この変形量はテール・クリアランスを越えていない。

(図-4)に地表面沈下の計算値と実測値の比較図を示す。計算値は弾性解と弾塑性解の2つを示し、実測値は、0.230km~0.725km間の7つの横断面でのものを示している。計算した断面は0.700kmの横断面であるが、他の断面もこの断面とほぼ同様である。地表面沈下の曲線は、実測値と計算値ともほぼ一致した傾向を示し、トンネル中心の真上で最大値を示す、下に凸な正規分布曲線を逆にしたような曲線となっている。

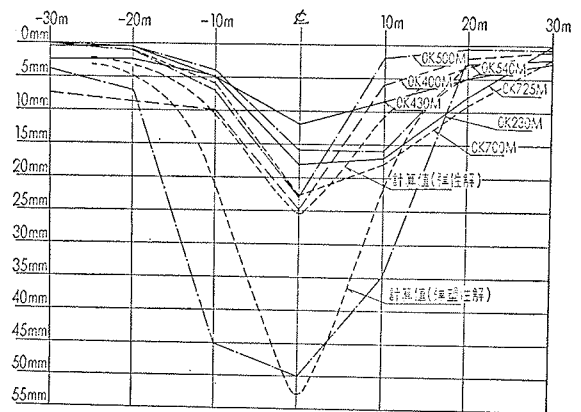


図-4 地表面沈下、実測値と計算値の比較図

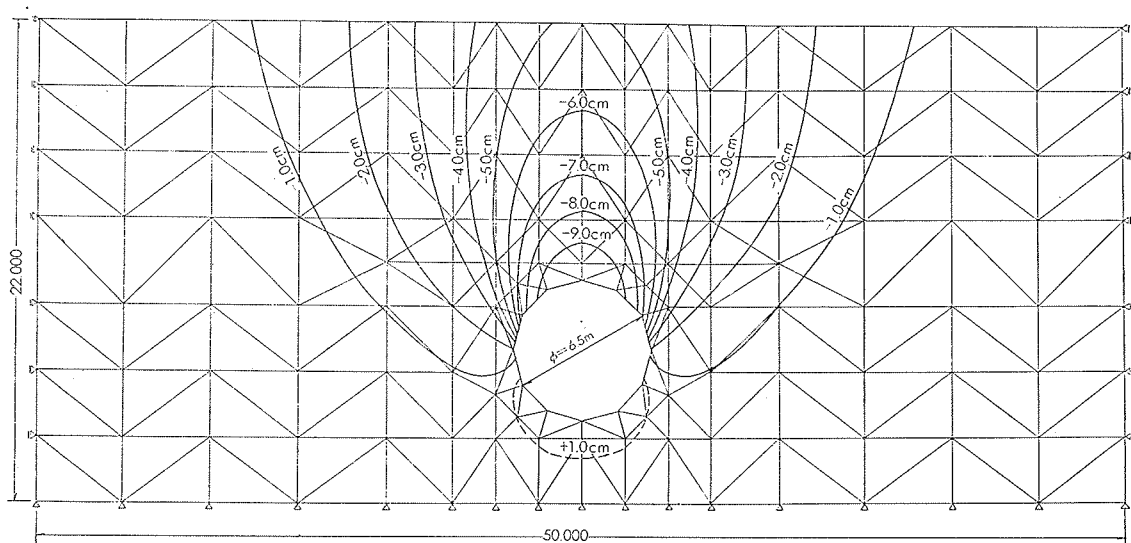


図-5 地盤内垂直変位の等高線図(弾塑性解)

その影響範囲はトンネルセンターから、左右に30m以上におよんでいる。

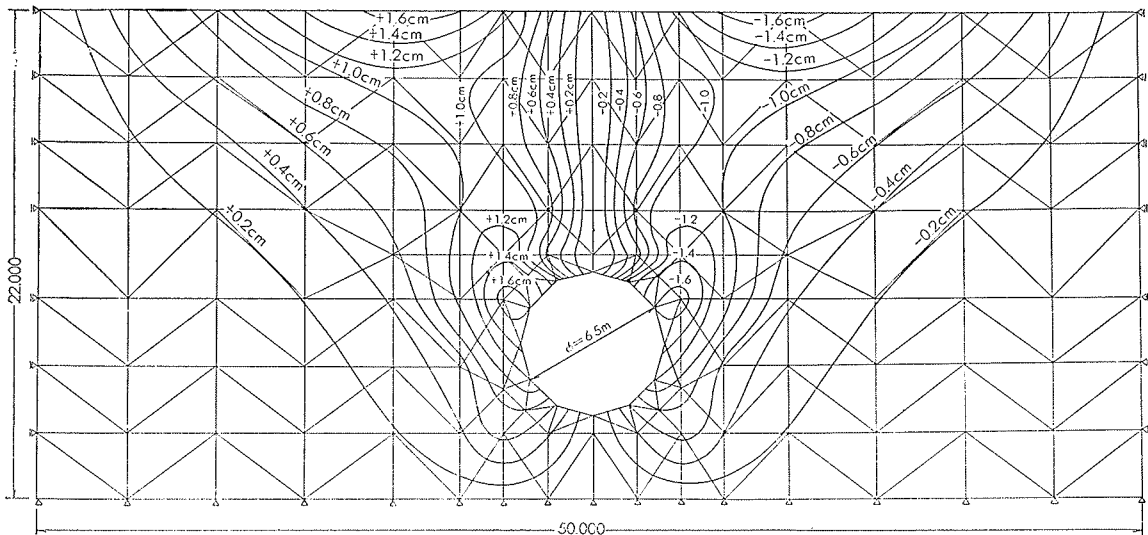
(図一5, 6) はそれぞれ、地盤内の垂直変位, 水平変位の等高線図である。垂直変位は坑頂で最も大きく (10.4cm), 地表面に向かって、アーチ状に小さくなっている。水平変位はトンネル孔頂部の右と左側で1.6cm, 地表面のセンターから左右に約10m離れた所でも1.6cmで最も大きい値を示す。トンネル中心線上では水平変位は全く生じていない。

(図一7, 8) は、それぞれ、地盤内の水平応力 (σ_x), 垂直応力 (σ_y) の等高線図である。水平応力・垂直応力ともに解析領域の左右両側部で、ほぼ水平な平行線となっているのは、 σ_x と σ_y の比 (K_0) が一定で、かつ、主応力方向が x 軸と y 軸に一致していること

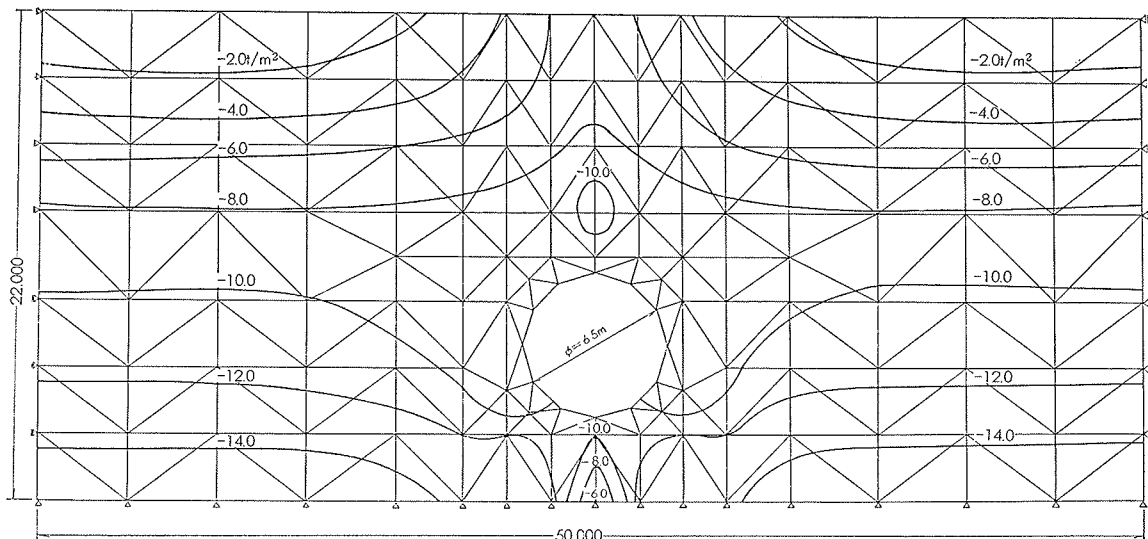
を示している。地表面近くでは、この平行線がくずれているのは、上載荷重が対称でないことと、要素分割の荒さに起因するものであろう。トンネル孔の周囲では応力の配分が行なわれて、トンネル孔の上と下の地盤内で、原地盤内の応力に比べて、水平応力は増加し、垂直応力は減少しているのが見られる。

(図一9) は地盤内の最大せん断力 (τ_{max}) の等高線図である。図中で、黒くぬりつぶした部分は塑性変位を越えた領域を示している。最も大きい τ_{max} が現われるのは、トンネル孔の左右両側下部の地盤内で、その値は約 $12.5t/m^2$ である。左右非対称となっているのは、上載荷重が非対称であるためであろう。

(図一10, 11) は、それぞれ、弾性解・弾塑性解における、地盤内のせん断応力 (τ_{xy}) の等高線図である。



図一6 地盤内水平変位の等高線図 (弾塑性解)



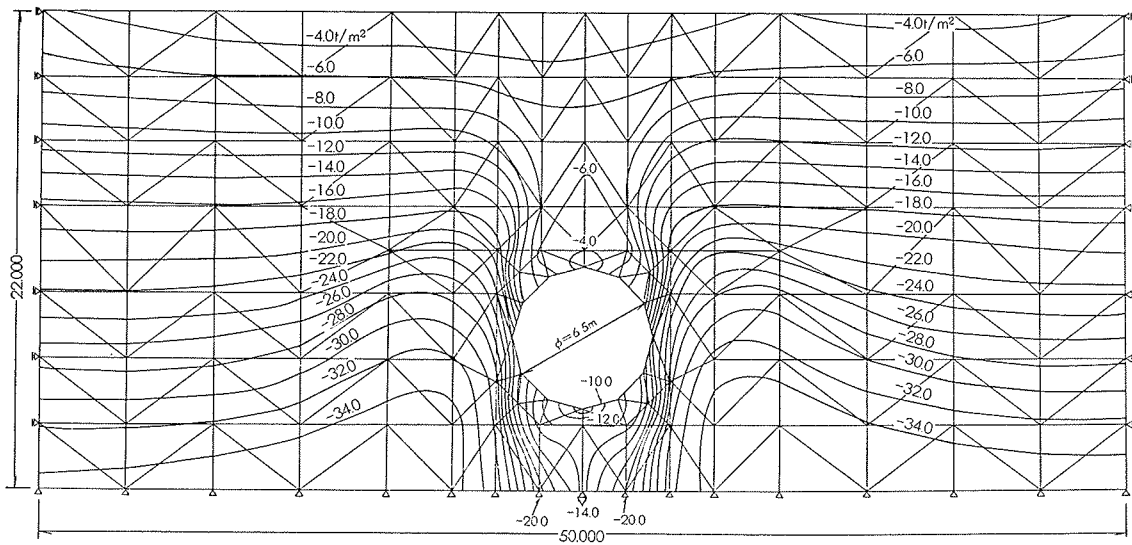
図一7 地盤内水平応力 (σ_x) の等高線図 (弾塑性解)

図中で、黒くぬりつぶした部分は塑性領域を示す。弾性解と弾塑性解を比較すると、地盤内の応力は再配分されて、塑性域が拡大しているのが見られる。弾性解・弾塑性解とも、解析領域の左右両端部分と、トンネル中心を通る十字に交叉する水平・垂直線上で、 τ_{xy} が0の値を示しているのは、この部分では主応力(σ_1, σ_3)の方向がx軸とy軸に一致していることを示している。すなわち、 σ_x, σ_y がそのまま主応力であることを示している。 τ_{xy} が最も大きいカ所はトンネル孔周上の上部と下部の4隅で、その値は、弾性解では約 $11t/m^2$ であるが、弾塑性解では約 $7t/m^2$ に減少している。

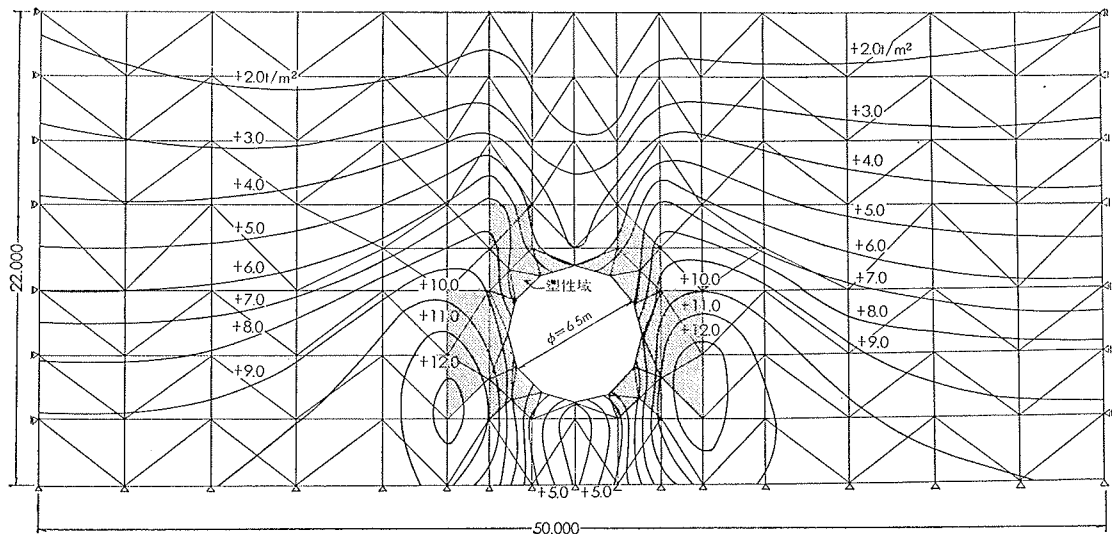
4. むすび

以上示してきたように、有限要素法は、シールド外周地盤の挙動解析に用いた場合、地盤内部の全体にわたって、その挙動を明瞭に見ることができる、非常に有効な手法である。また、この解析方法では、境界条件や地盤性状が複雑であっても、何ら特別の考慮を必要がない。

一方、この解析方法にもいくつかの問題点がある。この問題点について、シールド外周地盤の解析に限定せず、地盤の解析全般について述べると、次のごとくなる。



図一八 地盤内垂直応力 (σ_y) の等高線図 (弾塑性解)



図一九 地盤内最大せん断応力 (τ_{max}) の等高線図 (弾塑性解)

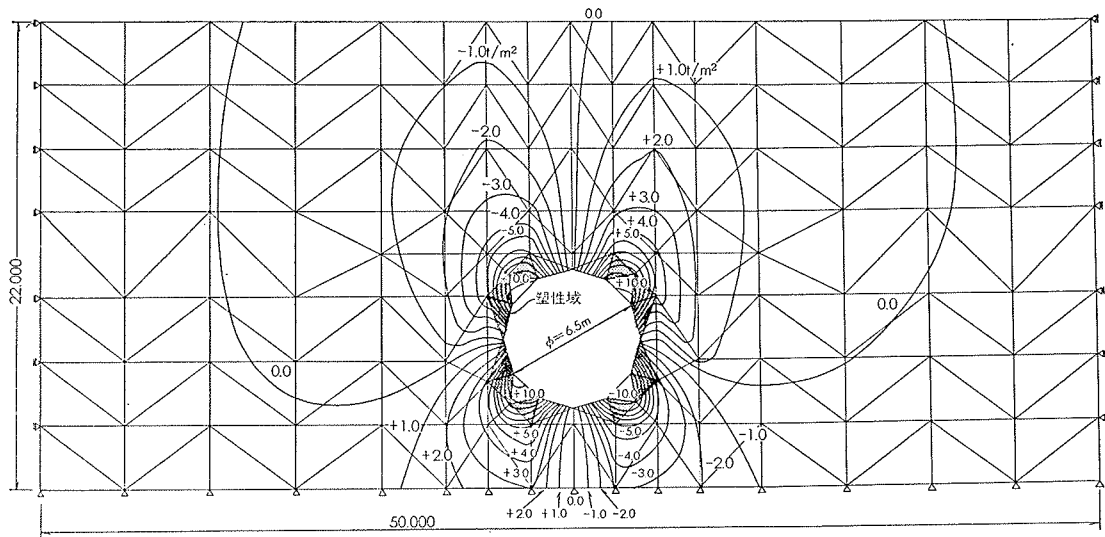


図-10 地盤内せん断応力 (τ_{xy}) の等高線図 (弾性解)

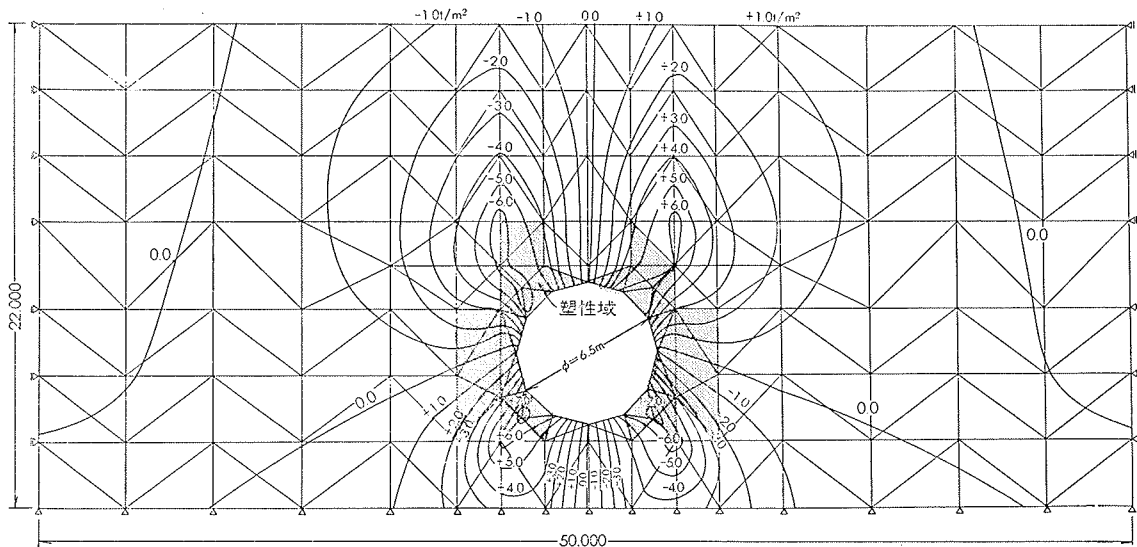


図-11 地盤内せん断応力 (τ_{xy}) の等高線図 (弾塑性解)

(1) 地盤定数の推定方法が確立されておらず、かつ、この推定の仕方によって結果が大きく左右される。著者らの経験では、次の値をとると実測値とよく一致する。

$$\begin{aligned} \text{土のヤング率 } E_s &= \alpha(70+5N) \text{ kg/cm}^2 \\ &= 210 \times C_u \text{ (軟弱な粘土の場合)} \end{aligned}$$

ここに、N; N値

α ; 1.0~1.5の定数 (弾性解析)

α ; 1.2~2.0の定数 (弾塑性解析)

C_u ; 非圧密非排水試験による土の粘着力

土のポアソン比 $\nu_s = 0.30 \sim 0.35$ (砂地盤)

$= 0.35 \sim 0.45$ (シルト層)

$= 0.45 \sim 0.475$ (軟弱粘土層)

土の粘着力 (C) と内部マサツ角 (ϕ) については、土質試験結果を利用しているが、今後の研究課題であ

る。

(2) 二次元解析では、横断方向の地盤のゆるみと、同時に起る切羽のフレ出しを考慮できない。実際の施工では、切羽全面を一度に開放することなく、一部ずつ開きながら掘進するが、試みに、切羽全面を一度に開放した解析を行ってみたが、地表面の沈下は横断方向のゆるみのそれに比べて、20~40%であった。

(3) 地中連続壁・セグメントの剛性などを考慮する時は、地盤内応力の乱れが生じる。

(4) 解析モデルによっては、境界条件の取り方がよくつかめないことがある。たとえば、切梁支点の変位や反力、裏込め注入の状態などがそれである。

(5) 圧密沈下・地下水位の変動 (浮力の増減) などについては、考慮することが困難である。

(6) 境界拘束条件・要素の分割方法などについては、

常に詳しい検討をすることは、解析量が多くなるため不可能に近い。

今後は上記の問題点を含めて、三次元解析・粘弾性解析・圧密現象を考慮した解析などのプログラムを開発し、地盤解析に、この有限要素法を大いに活用してゆくつもりである。

最後に、このプログラムの開発にあたっては、当社機械計算部の徳永氏に御援助いただいた。ここに記して、深く感謝致します。

参考文献

- 1) 斎藤, 内藤, 藤原; 有限要素法によるトンネル外周地盤の挙動解析例, 大林組技術研究所報, No. 7 1973
- 2) 斎藤, 藤原; 有限要素法による浸透流・熱流などの解析, 大林組技術研究所報, No. 7, 1973
- 3) 斎藤, 内藤, 藤原; 有限要素法によるシールド外周地盤の挙動解析例, 土木学会第27回講演, III-148
- 4) 吉識雅夫監訳・O・Cシインキーヴィッツ/Y・Kチューン著; マトリックス有限要素法, 培風館
- 5) 半谷, 中井, 山口, 福地; シールド掘削にともなう沈下解析, 土木学会誌 54-9
- 6) 川本, 上野, 宮地; 双設トンネルの開削に伴なう応力および変形状態, 土木学会第24回講演, III-95