

有限要素法によるクリープ解析

高橋 久雄
川口 徹

Creep Analysis by the Finite Element Method

Hisao Takahashi
Toru Kawaguchi

Abstract

For structures requiring high degrees of safety such as PCRVs, it is necessary to predict and confirm long-term structural behavior for the purpose of safety design.

The object of this study is to make creep analyses of these three dimensional structures. The finite element method is used as the numerical analysis procedure, dividing time-dependency of creep behavior into small time intervals in order to use a step-by-step process. As examples of analysis, solutions obtained by FEM are compared with analytical solutions, while creep analysis of a 1/20-scale model of a PCRV is ventured.

概要

PCRV などのように、高度に安全が要求される構造物にあっては、安全設計上、長期間にわたる変形挙動を予測・確認することが必要とされている。

本研究は、これら連続体のクリープ解析を目的としたものである。その手段として現在最もよく用いられている数値解法の一つである有限要素法を用い、クリープの時間依存性を微小な時間区分に分けた Step-by-step 法により解析した。解析例として、理論解との比較を示し、さらに当研究所で製作した PCRV 1/20 模型のクリープ解析を試みた。

1. まえがき

PCR V (プレストレストコンクリート原子炉圧力容器) は、非常に massive な構造体となり、炉の運転にともない温度応力・内圧・プレストレスを受け、長期にわたって複雑な三軸応力状態におかれる。このような長期間の運転履歴のもとで、コンクリートのクリープ、収縮等の変形が徐々に進行し、初期に導入したプレストレスがしだいに減少するばかりでなく、コンクリートが条件によってクリープ速度に相違が生ずることから、種々の形で応力分布の変化をひき起す。したがって、PCR V の設計にあたって、クリープを考慮した原子炉の長期的挙動を解析することが不可欠となる。

一方、コンクリートのクリープ性状に関する実験研究は従来から数多く報告されてきており、最近では PC RV を対象として高温クリープ、多軸クリープに関する実験が盛んに行なわれている。しかしながら、コン

クリートのクリープに最も大きな影響を与えると考えられている温度および材令などの要因に関しては、未だ定説化している法則はないのが現状であり、今後の実験データの蓄積に期待するところが大きい。

本研究は、主にコンクリート構造体のクリープを、ひずみ速度が応力度に比例するとする線型粘弾性理論をもとに、有限要素法を用いた解析方法を示すものである。

2. 粘弾性クリープ解析

2.1. 解析上の仮定

- (1) 材料を線型粘弾性体とみなす。
- (2) 粘弾性のモデルを、弾性スプリング、粘性ダッシュポット、単数またはこれ以上の Kelvin unit の直列結合とする。
- (3) クリープ時の構成方程式は、クリープポアソン比 (ν_c) の考え方を採用し、 ν_c は、時間によらず一定でかつ、弾性時のポアソン比 (ν_s) と等しいと

仮定し、弾性時のヤング率Eに対応する部分に粘弾性係数を考えれば、弾性時と同型式の構成方程式が成り立つとする。なお、クリープ歪の重ね合せも成り立つとする。

- (4) 解析は、微小な時間区分に分けた Step-by-step 法で進める。その時、各時間区分内で、応力・材料特性は一定であるものとする。
- (5) 材料の粘弾性特性の変化は、外力の変化と同様に材料パラメーターの変更として、任意の時間ステップに取り入れる。

2.2. クリープひずみの計算

一例として、クリープ特性が図-1にモデル化される場合を考える。

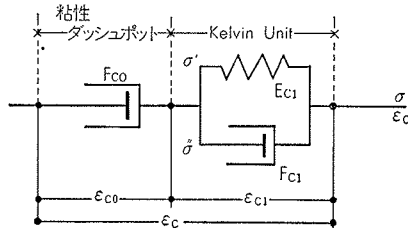


図-1 クリープモデル

このときの応力-ひずみ関係は次のように表わされる。

$$\sigma = F_{c0} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_{c0} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma' + \sigma'' \\ &= E_{c1} \cdot \epsilon_{c1} + F_{c1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_{c1} \end{aligned} \tag{2}$$

ここに、 $\sigma, \sigma', \sigma''$: 応力
 $\epsilon_c, \epsilon_{c0}, \epsilon_{c1}$: クリープひずみ
 F_{c0}, F_{c1} : 粘性定数
 E_{c1} : Kelvin Unit の弾性定数

次に、仮定(4)より時間 $t_1 \leq t \leq t_1 + \Delta t$ で $\sigma = \sigma_0$ (一定) とし、(1)式をラプラス変換して $\epsilon_{c0}(t)$ を求めると、

$$\epsilon_{c0}(t) = \frac{1}{F_{c0}} t \cdot \sigma_0 + \epsilon_{c0}(t_1) \tag{3}$$

(2)式から同様にして

$$\epsilon_{c1}(t) = \frac{1}{E_{c1}} [1 - e^{-E_{c1}/F_{c1} \cdot t}] \sigma_0 + \epsilon_{c1}(t_1) \cdot e^{-E_{c1}/F_{c1} \cdot t} \tag{4}$$

従って、 $t = t_1 + \Delta t$ における総クリープひずみは、

$$\begin{aligned} (\epsilon_c)_t &= (\epsilon_{c0})_{t_1 + \Delta t} + (\epsilon_{c1})_{t_1 + \Delta t} \\ &= \left[\frac{1}{F_{c0}} \Delta t + \frac{1}{E_{c1}} (1 - e^{-E_{c1}/F_{c1} \cdot \Delta t}) \right] \cdot \sigma_0 \\ &\quad + \epsilon_{c0}(t_1) + \epsilon_{c1}(t_1) \cdot e^{-E_{c1}/F_{c1} \cdot \Delta t} \end{aligned} \tag{5}$$

この考え方をより一般的な図-2に示すような粘弾性

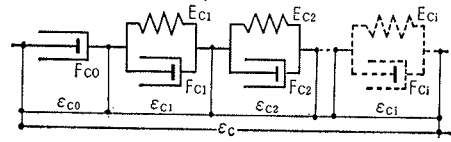


図-2 一般化したクリープモデル

モデルに適用すると、時間増分 Δt に関する関係式は、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} (\epsilon_{ci})_{t+\Delta t} &= \{C_i(\Delta t)\} \cdot \sigma_0 + (\epsilon_{0i})_t \\ (\epsilon_{ci})_{t+\Delta t} &= \sum_1^n (\epsilon_{ci})_{t+\Delta t} \end{aligned} \tag{6}$$

ここに、 $i=0 \sim n$

$$i=0: C_0(\Delta t) = \Delta t / F_{c0}$$

$$(\epsilon_{00})_t = (\epsilon_{c0})_t$$

$$1 \leq i \leq n: C_i(\Delta t) = (1 - e^{-E_{ci}/F_{ci} \cdot \Delta t}) / E_{ci}$$

$$(\epsilon_{0i})_t = (\epsilon_{ci})_t \cdot e^{-E_{ci}/F_{ci} \cdot \Delta t}$$

上式の関係を保定(3)に従い多軸応力下でのクリープひずみと応力の関係に適用すると次のようになる。

$$\{(\epsilon_{ci})_{t+\Delta t}\} = \{C_i(\Delta t)\} \cdot [D]^{-1} \cdot \{\sigma\} + \{(\epsilon_{0i})_t\} \tag{7}$$

これを $\{\sigma\}$ について解くと、

$$\{\sigma\} = \frac{1}{\{C_i(\Delta t)\}} [D] (\{(\epsilon_{ci})_{t+\Delta t}\} - \{(\epsilon_{0i})_t\}) \tag{8}$$

ここに、 $[D]$ マトリックスは、ポアソン比 ν の関数である。

(8)式は、次のようなごく一般的な初期ひずみが存在する場合の応力ひずみ関係式

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) \tag{9}$$

と同様の式となり、 $\{(\epsilon_{0i})_t\}$ は既知量となるので、弾

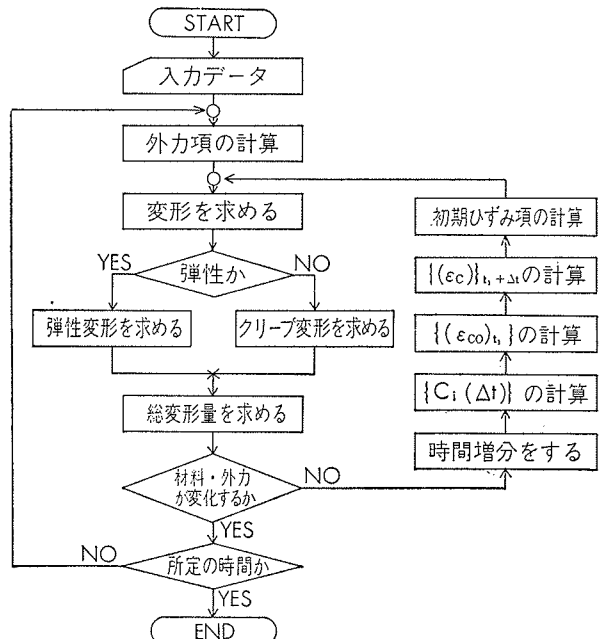


図-3 フローチャート

性時のヤング率を単に、 $1/\{C_1(\Delta t)\}$ で置き換えればクリープひずみの計算ができる。

2.3. 解析手順

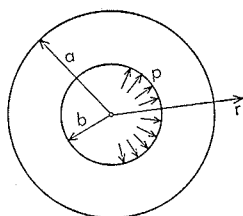
本解法による有限要素法を用いた計算手順を図-3のフローチャートで示す。

3. 解析例

3.1. 理論解との比較

粘弾性問題の理論解と本研究での解析値との比較を行なうために、内圧を受ける半無限円筒のクリープ解析を行なって比較した。

理論解での、半径方向変位 u は次のように表わされる。



$$u(r) = \frac{(1+\nu)pb^2}{E(a^2-b^2)} \left\{ (1-2\nu)r + \frac{a^2}{r} \right\}$$

ここで、材料の粘弾性特性は、図-1と同じモデルで表わされるとすると、単位クリープ函数 $J_c(t)$ は次式で表わされる。

$$J_c(t) = \frac{t}{F_{c0}} + \frac{1}{E_{c1}} (1 - e^{-E_{c1}/F_{c1} \cdot t})$$

従って、内圧 P が作用する場合の任意時間 t での変位は次のように表わされる。

$$\{u(r)\}_t = \left\{ \frac{1}{E} + J_c(t) \right\} \frac{(1+\nu)pb^2}{(a^2-b^2)} \left\{ (1-2\nu)r + \frac{a^2}{r} \right\}$$

この計算例でのパラメーターを以下に示す。

外径： $a=2.0$ 内径： $b=1.0$

内圧： $0 \leq t \leq 1$ $p=1.0$

$1 \leq t \leq 2$ $p=2.0$

$2 \leq t \leq 3$ $p=0.0$

ヤング率： $E_0=1.0$ ポアソン比： $\nu=1/6$

クリープモデル：

$F_{c0}=1.0, E_{c1}=1.0, E_{c1}/F_{c1}=3.0$

$J(t) = t/10 + (1 - e^{-3t})$

有限要素法は、軸対称回転要素を用いて図-4に示すモデルで解析を行なった。

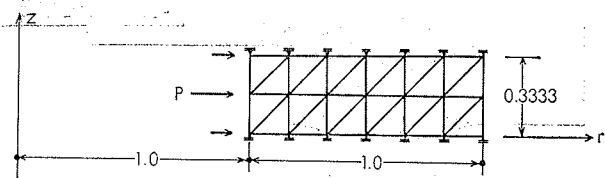


図-4 解析モデル

図-5に内圧作用点での変位の理論解と、FEMの解析結果の比較を示した。図からも明らかなように非常に良く一致している事がわかる。

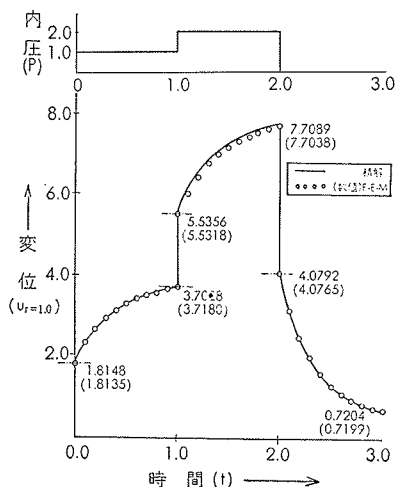


図-5 変位-時間曲線

3.2. コンクリート構造物の解析

3.2.1. コンクリートのクリープモデル化

コンクリートのクリープに関する実験・研究は、従来から数多くの文献が報告されてきている。しかし、コンクリート自体の成分の複雑さからそのクリープ性状は種々の要因、およびそれらの組合せにより複雑な影響を受けることは知られているものの、現時点でそれらすべてを抱括した形で定説化しているクリープ函数というものはないし、適正なクリープ性状のモデル化も行われていない。

本研究の解析においては、文献3)~5)の調査の結果コンクリートのクリープは、載荷後1~3年後でも限界値には達せずある程度の勾配をもってクリープが進行し、かつ、クリープの回復特性をみても残留歪が大きい事を考慮して、解析可能なモデルとして図-1のモデルを設定した。

ただし、このモデルでは、数学上、時間無限大においてもクリープは収斂せずなお進行しているという現

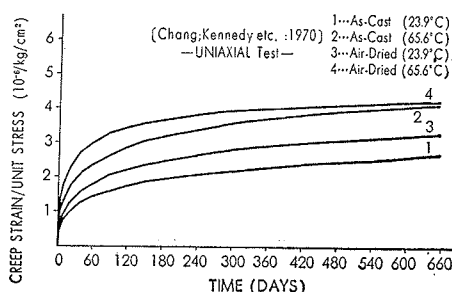


図-6 単位クリープ曲線(4)

実際には合わないことになるが、ある限定した期間でのクリープ性状を論ずるには問題ないであろうと判断した。そこで、係数 F_{c0} 、 E_{c1} 、 F_{c1} の定数化を行なうためにここでは、文献(8)の実験で求めた単位クリープ曲線(図-6)のうち一例として As-cast, 23.9°C の曲線について最小2乗法を用いて以下のように決定した。

$$F_{c0} = 5.146 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2 \cdot \text{日}$$

$$E_{c1} = 6.23 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{c1} = 1.61 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2 \cdot \text{日}$$

従ってこの場合の単位クリープ函数は次のようになる。

$$J_c(t) = \frac{t}{5.146 \times 10^8} + \frac{1}{6.23 \times 10^5} (1 - e^{-0.03874t})$$

この函数を以下の解析に使用する。

3.2.2. PCR/V 1/20 模型のクリープ解析 当研究所で製作した PCR/V 1/20 模型⁽⁹⁾でクリープ解析を試みた。模型の軸対称性と上下対称性を考慮して図-7に示すような解析モデルを設定した。ライナーとか、補強鉄筋等は、解析には考慮していない。

荷重条件としては、次のような条件で行なった。

- 1) 0日～180日まで
プレストレスのみ
- 2) 180日～720日まで
プレストレス+内圧 (50kg/cm²)
- 3) 720日～900日まで
再びプレストレスのみ (内圧除荷)
- 4) 900日～1080日まで
全荷重除荷

内圧作用時の温度応力は考えない。

解析に用いたコンクリートの性状は、図-7に示した通りであり、載荷材令とか、温度、水分条件によるコンクリート性状の変化は考慮しておらず、かつ、全断面にわたりコン

クリートの性状は同様であるとした。

図-8は、各荷重条件の代表的な時間での PCR/V の変形状を示したものであり、図-9、図-10は、PCR/V の代表的な箇所での時間による変形の進行状況を示したものである。

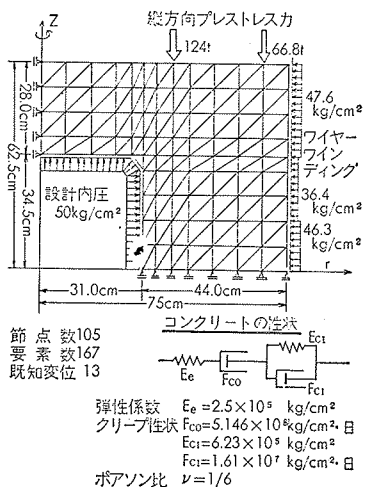


図-7 PCR/V 解析モデル

なお、この解析では、プレストレス力は変形が進行しても初期導入力がそのまま作用していると仮定し、コンクリートの変形によるプレストレス力の損失はないものとして解析した。プレストレス力損失のチェックと

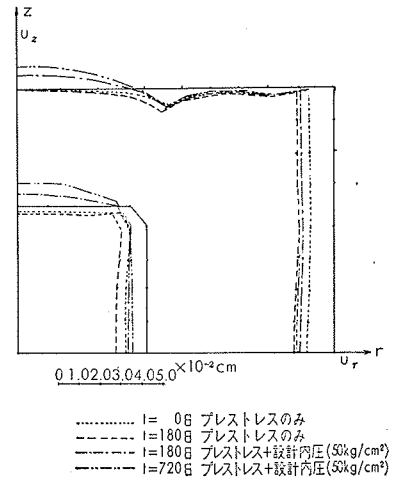


図-8 変形図

して、クリープによる変形が進行した時点のひずみ量から、最初プレストレスを導入した時点での弾性ひずみ量を差し引いたひずみ量がそのままプレストレス力の損失になるとして、縦方向プレストレス作用点1カ所と、ワイヤーワインディング作用点1カ所で計算したところ、最初の180日経過した時点でそれぞれ1.7、1.4%程度であった。

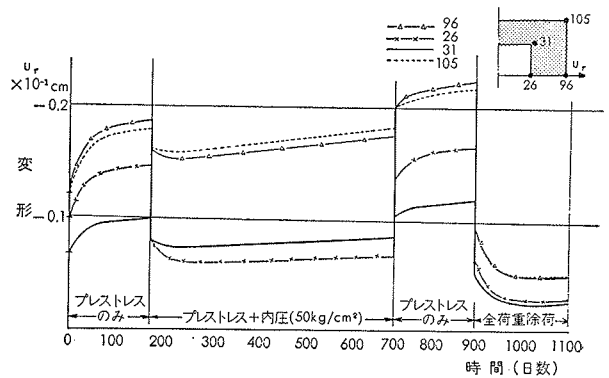


図-9 変位-時間曲線 (u_r)

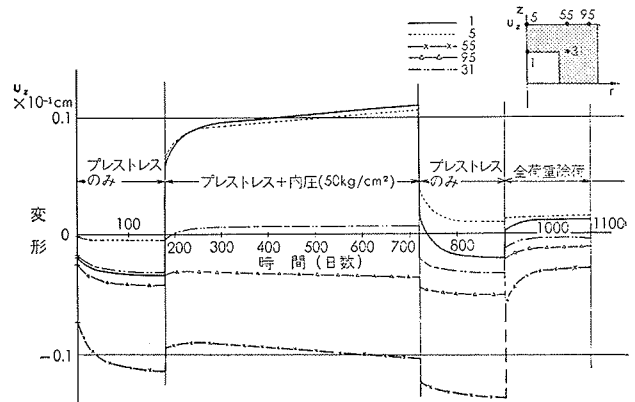


図-10 変位-時間曲線 (u_z)

4. むすび

有限要素法による時間区分 Step-by-step 解析法を用いて、コンクリート連続体のクリープ解析法を示した。

材料のクリープ性状を線型粘弾性と仮定し、弾性バネ・粘性ダッシュポット・Kelvin Solid の任意の組合せでモデル化できるとした。また、コンクリートの多軸応力下の性状として、クリープポアソン比の考え方を使用し、クリープポアソン比は、弾性時のポアソン比と等しいと仮定した。

本解法の妥当性を確かめるために行なった内圧を受ける半無限円筒のクリープ解析は、理論解と非常に良く一致した。

しかし、実際のコンクリート構造体のクリープ解析を目的とした場合、コンクリートのクリープ性状のモデル化に不確定な要因が数多く存在し、今後この方面での実験データを待って適切なモデル化を行なわなければならないと考える。従って、コンクリートのクリープに関する種々の実験を行ない数多くの再現性のあ

るデータを収集してゆくことが今後の我々の課題である。

参考文献

- 1) O. C. Ziehkiewicz et al.: "A Numerical Method of Visco-Elastic Stress Analysis" Int. J. Mech. Sci., Vol. 10, 1968
- 2) 坪井研究室, 川股研究室: "有限要素法による粘弾性解析法と PCPV クリープ解析への適用", PCPV レポート 72-1
- 3) 河角 誠他: "高温度下におけるコンクリートのクリープ", 電力中研技術第2研究所, No. 72018
- 4) J. W. Chaung et al.: "Prediction of Multiaxial Creep from Uniaxial Creep Tests", ACI Int. Semi. on Conc. Reac., Berlin, 1970
- 5) I. J. Jordaarn, et al.: "Time-Dependent Strains in Sealed Concrete under Systems of Variable Multiaxial Stress" Magazine of Concrete Research Vol. 23, No. 75-76. 1971
- 6) 多田 他: "プレストレストコンクリート原子炉圧力容器 (PCR) 構造物に関する研究", 大林技報 No. 8, 1974