

繰返し曲げを受ける R. C. 円筒断面の履歴特性

表 佑太郎
武田 寿一

Theoretical and Experimental Study on the Moment-Curvature Characteristics of Reinforced Concrete Cylinders Subjected to Reversal of Bending Moment under Constant Axial Load

Yutaro Omote
Toshikazu Takeda

Abstract

The object of this study is to establish the moment-curvature ($M-1/\rho$) relationship of reinforced concrete cylinders subjected to reversal of bending moment under constant axial load. Both analytical and experimental studies are made. A method of analysis is based on the stress-strain relationship of concrete and reinforcement. The results of this analysis have good coincidence with experimental results. In addition, the energy absorption characteristic of the $M-1/\rho$ hysteresis loop is also discussed.

概要

本報は鉄筋コンクリート (R. C.) 円筒断面が、定軸力下で正負繰返し曲げモーメントを受けた時の断面の基本的性質について述べたものである。即ち、断面の曲げモーメント (M) と曲率 ($1/\rho$) との関係は、断面を構成するコンクリートと鉄筋の応力度、歪度関係を仮定することによって、増分法により断面内応力の釣合いを逐一みながら決定できることを示し、模型実験結果との比較によって解法の妥当性を検討した。また、正負繰返しによる定常ループでは、 $M-1/\rho$ ループで囲まれる吸収エネルギーの約9割が鉄筋によって消費されること、更に任意の曲率振幅を与えることにより、理論的に吸収エネルギーが推定できることを述べた。

1. R. C. 円筒断面の解析

本解法は R. C. 円筒断面が定軸力下で正負繰返し曲げ応力を受けるときの断面の曲げモーメント (M) と、曲率 ($1/\rho$) との関係を、断面を構成するコンクリートと鉄筋の応力度 (σ)、歪度 (ϵ) の関係から導くものである。即ち、図-1(a)の様に、解析の対象とする R. C. 円筒断面を軸に対して平行に n 分割したコンクリート要素と、肉厚中央に等分布に配置した鉄筋要素とからなる集合体と考える。平面保持の仮定を用いれば、あるつりあい状態における断面の歪と応力の分布は同図 (b), (c) のようになる。

コンクリート要素、および鉄筋要素の各々に図-2 (a), (b) のような応力-歪関係を仮定して^{1), 2)}、繰返し増分曲率 ($\Delta 1/\rho$) に対する断面内応力と軸力との釣合

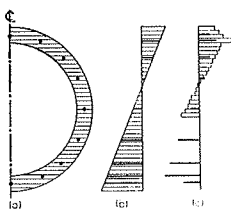


図-1 解析断面

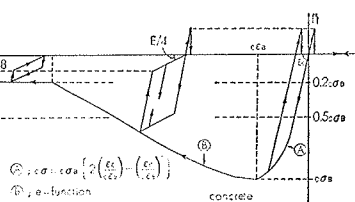


図-2(a) コンクリート

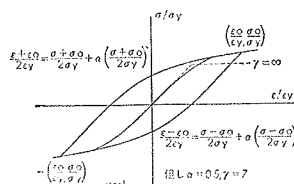


図-2(b) 鉄筋

いを逐一みながら曲げモーメントを決定してゆけば、正負繰返しに対する $M-1/\rho$ 履歴ループを計算することができ³⁾。計算手順の概略を図-3に示した。

2. R. C. 円筒部材の模型実験

2.1. 試験体概要と実験方法

試験体は図-4に示すように全長5m、外直径80cm肉厚8cm、の円筒形であるが、載荷点および支持点となる両端部分は埋めこりとして、中間部(2m)のみ中空である。配筋は中間部でD16-12のシングル配筋 ($P_g=1.31\%$)、帯筋は $4\phi-@100$ ($P_s=0.2\%$) である。

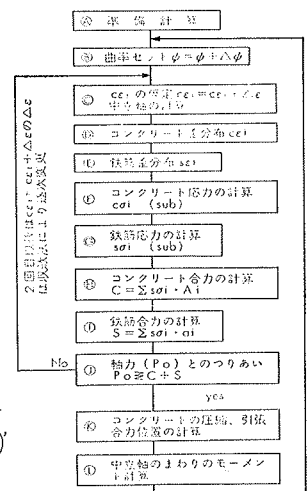


図-3 計算手順

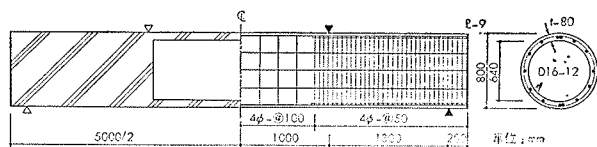


図-4 試験体

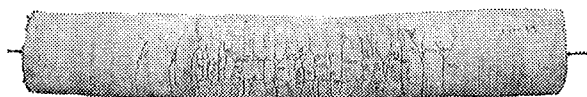


図-5 最終破壊状況

使用した材料の力学的性質を表-1に示した。

載荷は当研究所の 300 t アムスラーを用いて単純ばり

Concrete	
E_c	$= 2.06 \times 10^4 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$
$c\sigma_u$	$= 243.7 \text{ (＃)}$
$c\sigma_t$	$= 22.2 \text{ (＃)}$
Steel	
E_s	$= 1.70 \times 10^6 \text{ (＃)}$
σ_y	$= 3236 \text{ (＃)}$
σ_{max}	$= 5148 \text{ (＃)}$

形式の正負繰返し純曲げ載荷を行なった。尚本実験では軸力をかけていない。

2.2. 破壊状況

図-5に最終破壊の状況を写真で示した。初ひびわれは $P=6t$ ($M=390t \cdot cm$) で中央部分に曲げひびわれが発生し、ついでその両側に生じた。第1負荷重時も $P=-6t$ で中央部分に曲げひびわれが生じ、第1正荷重時のひびわれと円筒方向に結ぶ型となった。以後ひびわれ発生はそのほとんどが円周方向を巻く型でほぼ等間隔に入ったが、最終加力段階ではこれらの曲げひびわれを横に結ぶようなひびわれが主筋位置にそって生じた。

鉄筋の降伏は第2正荷重 $P=16t$ ($M=1040t \cdot cm$) で引張側最外端鉄筋が降伏し、続いてそのひとつ内側の鉄筋が $P=17t$ で降伏した。

2.3. 実験結果

実験結果のうち、純曲げ区間の相対たわみと荷重との関係を図-6に、たわみからの平均曲率 ($1/\rho$) と曲げモーメント (M) との関係を図-7(a), (b)に示した。両図とも載荷ビームおよび試験体自重による荷重の補正がほどこしてある。

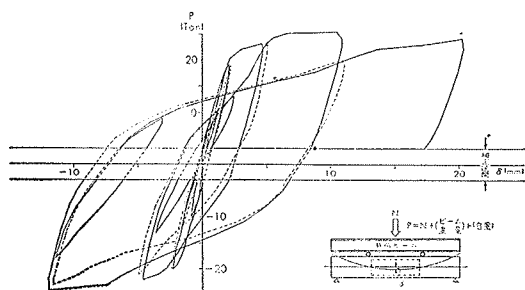


図-6 荷重-変形曲線

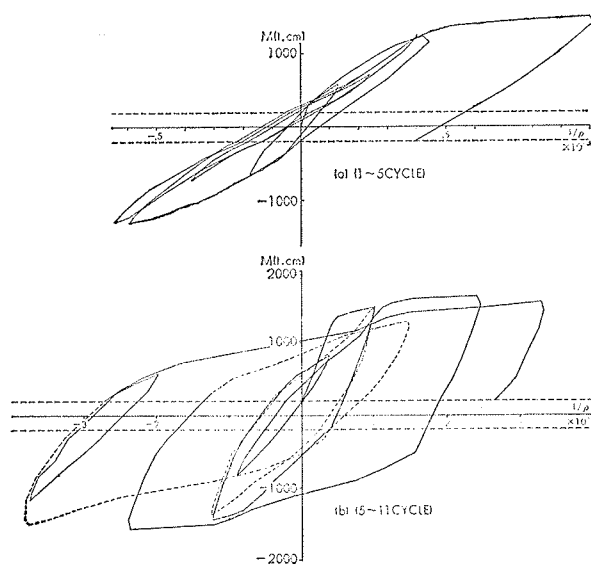


図-7 モーメント-曲率曲線

3. R. C. 円筒断面の履歴特性

実験結果のうち、本報では特に断面の曲げモーメントと曲率との関係について1章の解析方法を用いて行なった計算結果と比較検討した。解析対象としては、

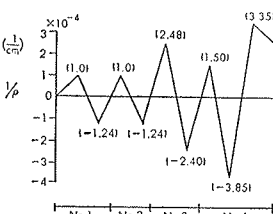


図-8 解析曲率 cycle

図-7に示した実験値の繰返しサイクルのうち、No.

5, 6, 8, 9, 10を採用した。従って解析に用いた曲率の繰返し振幅は図-8の通りである。解析条件としては表-1の材料定数を用い、鉄筋の応力、歪関係には図-2(b)の R-O 型モデル ($\alpha=0.5, \gamma=7$) を用いた場合 (CASE-1) と、完全弾塑性型モデル ($\gamma=\infty$) を仮定した場合 (CASE-2) について行った。尚、コンクリートの要素分割数は40である。

3.1. スケルトンカーブについて

図-9に計算値 No.1 サイクルのスケルトンカーブを CASE-1 (R-O), CASE-2 (Bi-linear) それぞれについて点線で示し、これを実験結果の No. 1, 2, 5 サイクルの包絡線と比較した。初期剛性は EI (計) $= 2205 \times 10^5 \text{ (t} \cdot \text{cm}^2\text{)}$ であるのに対して、実験値は No.1 サイクルの初期部分 (荷重補正区間を除いた直線部分) で考えると、 EI (実) $= 2062 \times 10^5 \text{ (t} \cdot \text{cm}^2\text{)}$ となり、計算値よりは若干低いながらもほぼ一致しているとみなせる。初ひびわれモーメント (M_c) は、計算値では $M=698 \text{ (t} \cdot \text{cm)}$ で引張側最外端のコンクリート要素が引張限強度

に達して応力を負担しなくなるので、この点を初ひびわれ発生点と定義すれば、実験値の $M_e=390(t \cdot cm)$ よりかなり高い。しかし、計算では更に内部のコンクリート要素にひびわれが進行するに従って断面応力が一度低下し、中立軸がかなり上がった時点で再び応力が増えはじめる。(後述の図-11参照) この現象は実験では認められなかったが、実際に起り得ることである。実験の初ひびわれモーメントを如何に定義するかは難しい問題であろう。

最末端鉄筋の降伏は、CASE-1 では $M_y=1255(t \cdot cm)$ 、CASE-2では $M_y=1295(t \cdot cm)$ で降伏応力度に達するのに対して、実験では $M=1040(t \cdot cm)$ で降伏歪に達した。但し $M-1/\rho$ カーブの上ではこの位置での剛性低下は認められず、実際に $M-1/\rho$ カーブがねるのは、 $M=1360(t \cdot cm)$ 付近からである。

スケルトンカーブ全体としてみれば、鉄筋の降伏点付近までは実験値が計算値を若干上まわり、それ以後は計算値の CASE

-1 と CASE-2 の中間に実験値がある。

スケルトンカーブに関する限りは鉄筋の $\sigma \sim \epsilon$ 関係を完全弾塑性型に仮定した CASE-2の方が、CASE-1よりも実状に近いようである。

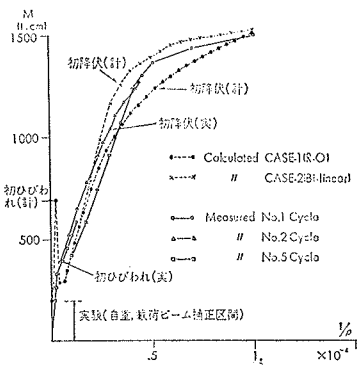


図-9 スケルトンカーブの比較

3.2. 繰返しループ形状について

図-10(a)~(d)に $M-1/\rho$ の繰返しループ形状について実験値と計算値 (CASE-1) を比較して示した。計算値の No. 1 Cycle は鉄筋の降伏に関して処女サイクルであり、これと同一の曲率振幅に対する定常ループが、No. 2 Cycle である。計算値の No. 1, No. 2 Cycle では実験値 (No. 5, 6 Cycle) と良く一致しているが No. 3, 4 Cycle となるに従って計算値と実験値に若干一

致な点が見受けられ、今後検討を要する点である。尚、後述の図-11に示す様に、CASE-2 の場合にはモーメント零の点を横切ってから曲率零の点へ向う所で大きく外側にふくらみ実験値とはかけはなれたものになる。この理由については次節で述べる。

3.3. 断面の応力、歪分布の変遷

ここでは計算値 No.1 Cycle を例として、断面内のコンクリートと鉄筋の応力および歪分布がいかに変遷してゆくかを述べた。即ち図-11に No. 1 Cycle の $M-1/\rho$ ループを CASE-1, CASE-2 について示し、ループ上の主要な点 (A~N) についての断面の応力分布、歪分布を、図-12に示した。同図の上段は応力図で応力度にコンクリート又は鉄筋の各要素断面積を掛けた“力”で示してある。従って鉄筋については、最末端は鉄筋1本分、その他は2本分の“力”になっている。同図から以下の傾向をみる事ができる。

- 1) A点ではまだ完全弾性体なので引張側コンクリートも応力を負担し、中立軸は中央である (軸力=0故)
- 2) ひびわれが発生するとモーメントは一度減少し、B点まで落ちる。応力図からひびわれは断面中央より上部まで進行し、現象としては円周上の半周にひびわれが巻いたことになる。
- 3) C→Dとひびわれは急激に上部に進行するが、引張側鉄筋の応力負担が大きくなるのでモーメントは増大してゆく。
- 4) D→E→Fでは CASE-1 と CASE-2 の差が顕著にあらわれる。CASE-2 ではE点で最末端およびその内側の鉄筋(⑦, ⑧)が降伏応力度に達するのに対して CASE-1ではF点で⑦, ⑧が降伏する。この時 CASE-2では既に⑤が降伏域に入る。
- 5) 最大曲率のG点ではコンクリートの圧縮縁歪度が約 1000μ となり、ひびわれは全断面の約 $7/8$ まで進行し、鉄筋は④まで降伏する。尚、G点では、CASE-1, CASE-2 の差はあまりない。
- 7) G点からの戻り剛性はほぼ B→C→D に平行となる。圧縮側のコンクリートも次第に除荷され、I点では全断面に亘りコンクリートの応力負担はなくなって

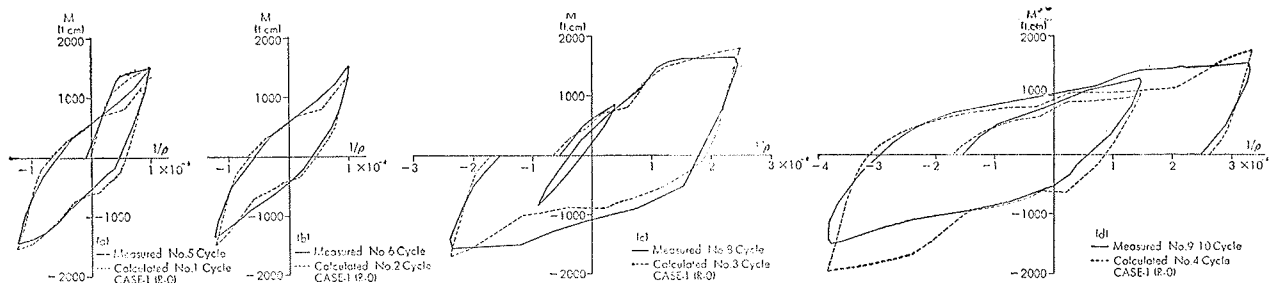


図-10 $M-1/\rho$ 履歴形状 (実験値と計算値 CASE-1 の比較)

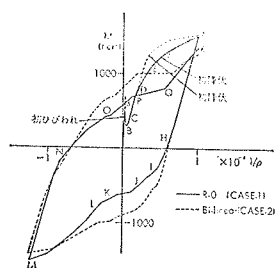


図-11 M-1/ρ

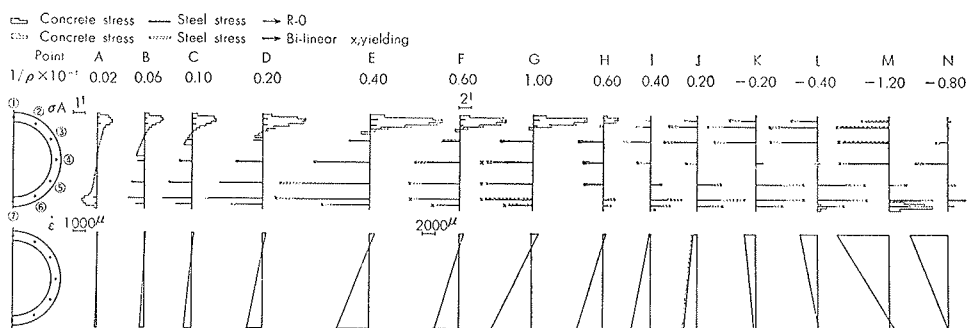


図-12 断面の応力、歪分布 (計算値 CASE-1 No. 1 Cycle)

いわば、“鉄筋梁”の状態になる。

8) I→J→Kとこの状態が続くのでM-1/ρループの形状は全く鉄筋のσ~ε関係に左右され、CASE-1とCASE-2との差は顕著になる。またこの時歪分布は全断面引張となるので中立軸は断面内にない。尚、K点ではCASE-2の場合に鉄筋①、②、⑤、⑥、⑦が降伏しているがCASE-1ではいずれも降伏していない。

9) L点で下方のコンクリートが圧縮側にかわるのでM-1/ρ曲線は再び立ち上り、負の最大点Mへと進む。この時点では圧縮降伏していた鉄筋⑤、⑥、⑦も応力負担が軽くなるので弾性復活する。

10) M点からの戻りは、先のB→C→D、G→Hに平行で、N点で再び“鉄筋梁”となり、以後同様な挙動を繰返す。

以上断面内応力分布と歪分布について述べたが、上記の過程で描いた全鉄筋のσ~ε履歴をCASE-1について示したのが図-13である。同図からも、外側の鉄筋①、②、⑥、⑦が圧縮降伏してゆく過程が解かるかと思う。

また本報には示していないが軸力がある場合には、軸力の無い場合に較べて、初ひびわれ点が高くなること、逆載荷時に早くひびわれが閉じてコンクリートの圧縮応力が働らくためM-1/ρ曲線は曲率零の点からすぐ立ちあがり、“鉄筋梁”の様相はあまり見られないことなどの相異点はあるが、全体的挙動は同様である。

3.4 エネルギー吸収について

大きな変形を受けたときのR. C. 部材の変形能をあらわす指標のひとつに、履歴ループ中で消費されるエネルギー吸収性が考えられる。ここでは図-10(b)の定常ループを例題にして吸収エネルギーに関する考察を試みた。

材軸にそって単位長さ当りの全歪エネルギー(ΔU)は、Δx区間の圧縮側コンクリートの全歪エネルギー(ΔU_c)と、鉄筋の全歪エネルギー(ΔU_s)との和であらわされる。即ち、

$$\Delta U = \Delta U_c + \Delta U_s \dots\dots\dots(1)$$

ここで ΔU_c は 図-1(a) のように要素分割すると、

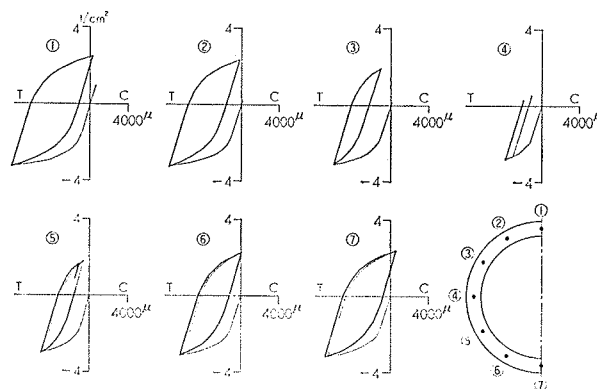


図-13 鉄筋の応力-歪 (計算値 No. 1, 2 cycle)

各要素の断面積 dA を用いて

$$\Delta U_c = \int_0^m \epsilon U_0 \cdot dA \cdot \Delta x \quad (m; \text{コンクリート要素数})$$

但し $\epsilon U_0 = \int_0^{\epsilon} \sigma \cdot d\epsilon$ (単位容積当りの歪エネルギー)

同様に、ΔU_s は各配筋位置での鉄筋断面積和 da を使い、

$$\Delta U_s = \int_0^n \epsilon U_0 \cdot da \cdot \Delta x \quad (n; \text{鉄筋段数})$$

但し $\epsilon U_0 = \int_0^{\epsilon} \sigma \cdot d\epsilon$

そこで今、図-10(b)の M-1/ρ ループ (計算値) で囲まれる吸収エネルギー (ΔU 計) をループ面積から計算すると単位長さ当り ΔU計≒0.163 t となる。

(実験値ループでは ΔU実≒0.168 t) 一方、同ループに対応する各鉄筋のσ~ε関係(計算値)は図-13の閉じたループであるから、鉄筋の全歪エネルギー ΔU_s(計)≒0.148 t となる。従って M-1/ρ ループでの吸収エネルギーのうち、鉄筋による消費分は

$$\Delta U_s / \Delta U \approx 0.907 \dots\dots\dots(2)$$

となり、本例題のように降伏曲率に対して約2.5倍の曲率振幅をもつ定常ループでは、全吸収エネルギーの約9割が鉄筋によって消費されていることになる。

この傾向は軸力がある場合には同一曲率の振幅に対しては前記の比率はやや小さくなり、また曲率振幅が更に大きくなると、軸力の無い場合も有る場合も、ΔU_s/ΔU は更に若干大きくなる。

一方、式(2)の関係をを用いると、逆に任意の曲率振幅に対して、鉄筋の消費エネルギーを計算すれば、M-1/ρ

ループの吸収エネルギーを推定することができる。

即ち、本例題のような断面、配筋に対して正負同一の曲率振幅が与えられた場合を考えると、図-14を参照して各鉄筋の歪振幅 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_7$ は長さの換算だけで容易に算定することができる。

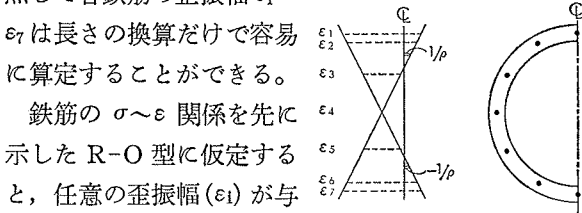


図-14 鉄筋歪振幅

鉄筋の $\sigma \sim \varepsilon$ 関係を先に示した R-O 型に仮定すると、任意の歪振幅 (ε_i) が与えられた R-O ループはループの中心をどこに移しても相似形であり、面積が不変である利点を利用して正負等振幅 ($-\varepsilon_0, -\sigma_0 \sim \varepsilon_0 \sim \sigma_0$) の 1 Cycle 中に消費されるエネルギー E_s は

$$E_s = \phi \sigma(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \dots \dots \dots (3)$$

であらわすことができる。図-2(b)中の曲線式を用いて式(3)を整理すると最終的には

$$\frac{E_s}{\frac{1}{2} \varepsilon_y \sigma_y} = 8\alpha \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_y} \right)^{\gamma+1} \dots \dots \dots (4)$$

一方、R-Oループのスケルトンカーブは

$$\varepsilon_0 / \varepsilon_y = \sigma_0 / \sigma_y + \alpha (\sigma_0 / \sigma_y)^\gamma \dots \dots \dots (5)$$

であるから、式(4)、式(5)を連立で解けば、任意の歪振幅 ε_0 に対する鉄筋の歪エネルギー E_s を理論的に計算することができ、図-14のような場合には、各歪振幅にその位置での各鉄筋断面積和を掛けることによって、単位長さ当りの鉄筋ループによる消費エネルギーが計算される。全鉄筋の総和 $\Delta U_s = \sum E_s \cdot a$ を得ることによって、式(2)から M-1/ρ ループの吸収エネルギー ΔU は、 $\Delta U = \Delta U_s / 0.9$ によって推定することができる。

(例題) 上記の手法を図-10(c)の実験 No. 8 サイクルに適用してみる。同ループは閉じた完全な 1 サイクルの定常ループではないが、 $-2.4 \times 10^{-4} < 1/\rho < 2.4 \times 10^{-4}$ の正負同一曲率振幅とみなすことにする。図-14によって各歪振幅を計算し、式(4)、式(5)を用いると、全鉄筋の消費エネルギー $\Delta U_s = \sum E_s \cdot a$ は単位長さ当り $\Delta U_s = 0.594 \text{ t}$ となり、式(2)から M-1/ρ ループの吸収エネルギーは $\Delta U = 0.660 \text{ t}$ と推定される。

一方、図-10(c)は定常ループではないが、これを $M < 0$ の半ループを定常状態と考えて、これが描くであろう 1 サイクルの吸収エネルギーをループの面積から算出すると

計算値 (No. 3 Cycle) = 0.640 t

実験値 (No. 8 Cycle) = 0.856 t

となる。この結果をみると、計算値 (0.640 t) は、前記の手法を用いて推定した $\Delta U = 0.660 \text{ t}$ とほぼ良い

傾向にあるが、実験値に対しては良好でない。この理由として、ループがまだ定常でないこともあるが、むしろ、実際にはコンクリートの受けもつエネルギー吸収が大きく、エネルギー吸収の面から考える、先の図-2(a)に示したコンクリートの $\sigma \sim \varepsilon$ 履歴は若干修正した方がよさそうである。

4. 結 び

本報は R. C. 円筒断面が定軸力下で正負繰返し曲げを受ける時の断面の基本的性質について述べたものである。本報の要約は以下の通りである。

- 1) R. C. 円筒断面の繰返し曲げに対する M-1/ρ 履歴は断面をコンクリートの細分割要素と、鉄筋要素とから成る集合体と考え、各々に本報で仮定した応力、歪関係を用いて、断面応力のつりあいを逐一みながら、解くことが出来、その結果は、本報で示した実験結果ともかなり良く一致する。
- 2) 鉄筋の $\sigma \sim \varepsilon$ 関係を仮定する場合には、スケルトンカーブに対しては完全弾塑性型を、繰返しに対しては R-O 型を用いるのがよい。
- 3) 定常状態での M-1/ρ ループ中で吸収されるエネルギー (ΔU) の約 9 割が鉄筋の応力歪ループによって消費される。また、この関係を用いれば、任意の曲率振幅に対して、 ΔU は鉄筋の $\sigma \sim \varepsilon$ 曲線式から理論的に推定することができる。
- 4) エネルギー吸収の面から考えると、本報で仮定したコンクリートの応力歪履歴を若干修正すれば更に良い結果が得られよう。

尚、本解析法による M-1/ρ 履歴ループは、筆者等が既に報告した⁴⁾ R. C. 円筒断面に対する Degrading Tri-linear loop のモデル化とかなり良い一致をみる事ができたことを付記する。

謝辞 本研究を進めるに当たり東京大学梅村教授、青山助教授の御指導をいただき、深く感謝します。

引用文献

- 1) P. Park, D.C. Kent 「Reinforced concrete members with cyclic loadings」 A. S. C. E. SD 1972. 6
- 2) P.C. Jennings 「Earthquake response of a yielding structure」 A. S. C. E. EM 1965. 8
- 3) H. Aoyama 「Moment-curvature characteristics of reinforced concrete members subjected to axial load and reversal of bendings」 A. C. I. SP-12 1965
- 4) 表・武田 「R. C. 超高煙突の弾塑性応答に関する研究」(第 1 報, 第 2 報) 大林組技術研究所報 No. 6, No. 7