

スタッドジベルの弾塑性解析

安楽秀嶽 竹本 靖
武田寿一

Elasto-plastic Analysis of Stud Shear Connector

Hidetake Anraku Yasushi Takemoto
Toshikazu Takeda

Abstract

Composite beams are widely adopted in the designs of steel buildings and it is a trend of this day to analyze these beams taking into account the slippages between steel beams and concrete slabs which are connected to each other with shear connectors. Theoretical studies on the failure mechanisms and load-slip curves of such shear connectors, however, are difficult to find. A theoretical analysis of the elasto-plastic behavior of stud shear connectors is presented herein with the intention of examining the failure mechanisms and to obtain load-slip curves useful for numerical analysis of composite beams.

概要

鉄骨梁とコンクリート床を、シャーコネクターで結合し、合成梁としての働きを期待する設計法は、鉄骨建物等において広く採用され、鉄骨梁とコンクリート床のずれを考慮した解析等が行われているにもかかわらず、シャーコネクターの破壊のメカニズムや、荷重～ずれ曲線に理論的検討を加えた研究は見当らない。本論文は、スタッドジベルを対象に、簡単なモデル化による弾塑性解析を試み、その解析法を示すと共に、大まかな破壊のメカニズムに理論的検討を加え、併せて、合成梁の解析に使用し得る様な精度での荷重～ずれ曲線を求めようとしたものである。荷重～ずれ曲線の解析値と実験値を比較検討し、両者の類似性をもとに、解法の妥当性を確認すると共に、荷重の増加とともに、スタッドのモーメント分布の変化やコンクリートの反力分布の変化を解析より求めて提示し、スタッドジベルの破壊のメカニズムの大筋を明らかにした。

1. 序

鉄骨建物において、鉄骨梁とコンクリート床をシャーコネクターにより結合した合成梁として設計し、梁の横座屈を防止すると共に、両者の合成効果により骨組の強度と剛性の増加を期待するという設計法は、現在広く採用されている。そして、この様な骨組の応力解析を正確に行おうとすれば、両者の合成効果を正しく評価し、解析に反映させる事が必要となる。すなわち、静的な構造解析においては、応力配分や耐力に、動的な振動解析においては、弹性剛性や降伏強度、塑性剛性に与える合成効果の影響を知る必要が生じてくる。

この様な観点から、合成梁に関する実験的研究や解析的研究が種々試みられるようになった。既往の実験により、荷重の増加にともない、スタッドジベルが降伏して鉄骨梁とコンクリートスラブ間のずれが進行し、合成梁の荷重～変形関係における剛性の低下が見られ

る事、終局耐力はスタッドジベルが降伏した状態における全塑性モーメントによって決まる事等が明らかとなり、解析でもこのスタッドジベルの荷重～変形特性が考慮されつつある。

たとえば、青柳、武田等は、押し抜き試験の結果を基に、理想化されたスタッドジベルの荷重～変形関係を用いて単純支持合成梁の弾塑性解析を行っており¹⁾、また Yam や Chapman 等も、実験結果を基に、指數関数の形で理想化されたシャーコネクターの荷重～変形曲線を用いて同様の解析を行っている²⁾。

これ等の研究も含め、合成梁の解析においては、これを鉄骨梁、コンクリートスラブ、シャーコネクターの3つの構成要素に分け、各々について材料の応力～歪関係等、力と変形の関係を仮定して解析が行われている。この場合、シャーコネクターの荷重～ずれ曲線は、押し抜き試験を行って求めるのが常であり、それを解析的に求める方法は未だ確立されていない。そしてこの事が、素材試験の結果のみを用いて、一貫して

解析的に合成梁の弾塑性挙動を求める際の妨げとなっている。

シャーロコネクター、特にスタッドジベルに関しては、Viest の研究^①をはじめ、我国においてもいくつかの実験的研究^{②, ③}が行われ、押し抜き試験によりその弾塑性挙動が調べられているが、その多くは耐力的な考察に力点が置かれ、その荷重～変形関係に理論的考察を加えたものは見当らない。また、AASHO の基準や日本道路協会の示方書においても、その設計耐力は与えられているが、合成梁の解析に必要な荷重～変形関係についてはふれられていない。

本論の目的は、この様な状況のもとにおいて、スタッドジベルに対し簡単なモデル化と、それに基づく弾塑性解析を行い、実験値と比較検討する事によりその妥当性を確認すると共に、その弾塑性挙動の大筋に理論的検討を加え、併せて、合成梁の弾塑性解析に有用な精度でその荷重～変形曲線を求める事にある。

2. モデル化

2.1. スタッド

図1(1)に示す様に、コンクリートスラブに埋め込まれ、一端を鉄骨フランジに溶接されたスタッドを、(2)に示す様に、一端ピン支持、他端は回転を拘束されたローラー支持の均一な鋼棒としてモデル化する。

これを図2(1)に示す様に、長さ方向にn分割し、各要素の重心に1, 2, ……nと節点番号を付け、端部を0, n+1とする。スタッドの変形に応じて作用するコンクリートの分布反力を図2(2)に示す様に、各要素の重心に作用する等価な集中荷重Pとして取り扱う。従ってモーメント分布は、各節点間では直線分布となり、図2(3)の様に表わされる。

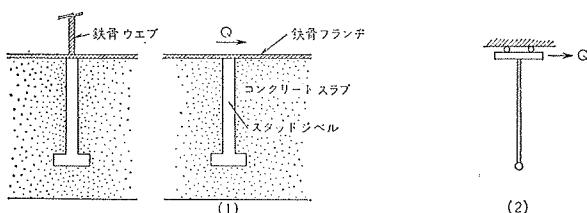


図1 スタッドジベル モデル化

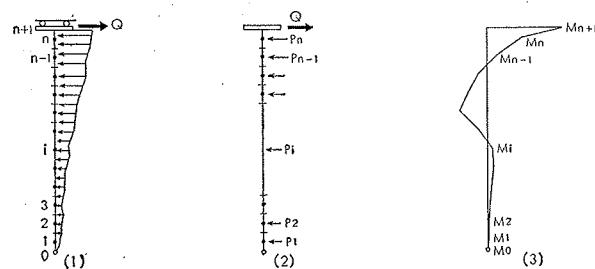


図2 スタッド モデル

スタッドの曲げモーメント～曲率の関係は、歪硬化の影響を考慮し、図3(1)の様にモデル化する。但し降伏モーメント M_y および歪硬化開始時の曲率 ϕ_{ST} は、素材試験の結果を基に、図3(2)の様に理想化された材料の応力 (σ)～歪 (ϵ) 関係を用いて次の様に表わす。

$$M_y = D^3 \sigma_y / 6 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\phi_{ST} = \epsilon_{ST} / D \quad \dots \dots \dots (2)$$

但し、D：スタッドの径

σ_y ：降伏応力

ϵ_{ST} ：歪硬化開始時の歪み

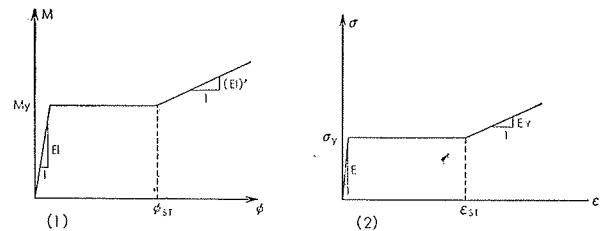


図3 M-φ, σ-ε 関係

2.2. コンクリート

スタッドの変形に応じて、コンクリートの弾性域に作用する、力と変形の関係は、Mindlin の第2解に基づいて求めるものとする。いま、コンクリートを均質な半無限弾性体と考え、そこに、スタッドに等しい径Dの鉛直な円筒を想定し、中心軸上の、スタッドの各要素の重心に相当する点に、それに応じて1, 2, ……, nと名付ける。(図4)

点jに単位の水平力が加わったとき、iを通る水平面と円筒が交わる任意の点A ($1/2D, \theta, Z_i$)、の水平変位 $U_{ij}(1/2D, \theta, Z_i)$ は、Mindlin の第2解を用いて、次の様に表わされる。

$$U_{ij}(D/2, \theta, Z_i) = F_1 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cos^2 \theta \cdot F_2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

但し Z_i : i点の自由表面よりの距離。また、 F_1, F_2 は Appendix I に示す。

従って、深さ Z_i なる位置における、径Dの円筒表面上の変位の平均値、 \bar{U}_{ij} は次式の様になる。

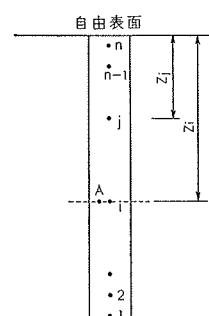


図4 コンクリート モデル

$$\bar{U}_{ij} = \frac{2}{D} \int_0^{\pi/2} U_{ij} \cdot \frac{D}{2} \cos \theta d\theta = F_1 + \frac{2}{3} F_2 \quad \dots \dots \dots (4)$$

コンクリートの変位を、この様な、各点 1, 2, …, n の深さに対応する円筒表面上の変位で代表させ、 \bar{U}_{ij} を要素とする行列を $[\bar{U}_{ij}]$ とすれば、各点 1, 2, …, n に働く節点力 {P} と、変位 {U} の間には、次の関係式が成り立つ。

$$\{U\} = [\bar{U}_{ij}] \{P\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ところで、コンクリートを弾性体として取り扱った場合、それはスタッダの頂部に相当する部分において最大の応力を示し、深さに従って減少し、ある程度以上の深さになると、その応力は非常に小さくなる。この事実を考慮し、コンクリートの塑性化は、表面から順次深さ方向に進行していくという仮定をもうける。

また、荷重の増加につれ、コンクリートの局部的な塑性化や、引張り応力領域における亀裂の発生等も考えられるが、ここでは、各点の節点力 P_1, P_2, \dots, P_n が、その終局値 P_0 に達するまでは、コンクリートは弾性体として扱い、{U} と {P} は(5)の関係式を満すものと仮定する。(終局荷重 $P_0 \rightarrow$ Appendix III)

さらに P_n が、その終局値 P_0 に達すると、以後 P_n は一定値 P_0 を保ち、その領域は完全に塑性化したものと仮定する。そして、それ以後の荷重増分に対する、1, 2, …, n-1 点の節点荷重と変形の関係は、新たに弾性域と塑性域の境界面を自由表面とする半無限弾性体としての取り扱いから求める。この手順を繰り返し、弾性域での節点荷重と節点変位の関係式が得られる。

3. 解析

3.1. 解析の概要

解析は、前述のモデル化に基づいて、大略次の手順で行われる。

- 1) 塑性化を考慮し、スタッダの頂部に作用するせん断力 Q 、節点荷重 {P} と変形 {y} の関係を導く。
- 2) コンクリートの、弾性域における節点荷重と変位の関係式を導く。
- 3) コンクリート弾性域における、スタッダとコンクリートの変形適合条件、および、その終局値で与えられるコンクリート塑性域の節点荷重を用い、スタッダのモーメント分布、および、コンクリート弾性域の節点荷重を与える方程式を導く。
- 4) 新しい要素の塑性化の進行をチェックしながら、荷重増分を決める。
- 5) 1)からの手順を繰り返す。

3.2. スタッダ

スタッダの変形と節点荷重の関係を求めておく。節点 j と j+1 によって区切られる長さ x_j の一要素を取り出し、両端のモーメントを M_j, M_{j+1} とし、曲率を ϕ_j, ϕ_{j+1} 、j 点の回転角を θ_j 、j と j+1 間の変位と回転角の増分を、各々、 $\Delta y_j, \Delta \theta_j$ としよう。

このとき、要素の塑性化の進行状態に応じて、変形と曲率、および、曲率とモーメントの関係が以下の様に導かれる。

1) 弹性

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_j &= -\frac{1}{6} x_j^2 \phi_j - \frac{1}{3} x_j^2 \phi_{j+1} + x_j \theta_j \\ \Delta \theta_j &= \frac{1}{2} x_j (\phi_j + \phi_{j+1}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\phi_j = \frac{1}{EI} M_j \quad \phi_{j+1} = \frac{1}{EI} M_{j+1} \quad \dots \dots \dots (7)$$

但し、 EI は弾性曲げ剛性

2) 弹塑性

要素の一部分のみが塑性化している場合、図 6 に示される塑性化の状況に応じ、次の関係式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_j &= \left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{6}\alpha^2 \right) x_j^2 \phi_j - \frac{1}{6}(1-\alpha)^2 x_j^2 \phi_{j+1} + x_j \theta_j \\ &\quad + \left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{2}{3}\alpha^2 \right) x_j^2 \phi_A - \frac{1}{3}(1-\alpha)^2 x_j^2 \phi_B \\ \Delta \theta_j &= \frac{1}{2}\alpha x_j \phi_j + \frac{1}{2}(1-\alpha) x_j \phi_{j+1} \\ &\quad + \frac{1}{2}\alpha x_j \phi_A + \frac{1}{2}(1-\alpha) \phi_B \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

但し $\phi_A = \phi_{ST}$ $\phi_B = \phi_y$ (1 に対し)

$\phi_A = \phi_y$ $\phi_B = \phi_{ST}$ (2 に対し)

$$\left. \begin{aligned} \phi_j &= \phi_{ST} + \frac{1}{(EI)'} (M_j - M_y) \quad \phi_{j+1} = \frac{1}{EI} M_{j+1} \left(\frac{1}{2} \text{IC} \right) \\ \phi_j &= \frac{1}{EI} M_j \quad \phi_{j+1} = \phi_{ST} + \frac{1}{(EI)'} (M_{j+1} - M_y) \left(\frac{2}{2} \text{IC} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

但し $(EI)'$ は塑性域曲げ剛性

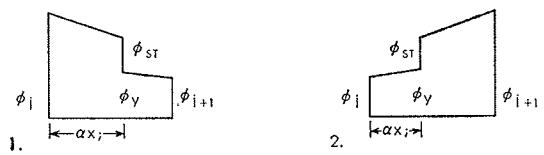


図-5 弹塑性曲率分布

3) 塑性

Δy_j と $\Delta \theta_j$ は (6) 式より与えられる。また、 ϕ と M の関係は

$$\left. \begin{aligned} \phi_j &= \phi_{ST} + \frac{1}{(EI)'} (M_j - M_y) \\ \phi_{j+1} &= \phi_{ST} + \frac{1}{(EI)'} (M_{j+1} - M_y) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

で、実験値に比べ、かなり変形が小さくなっているが、これはコンクリートの節点反力を、終局応力に達するまでは弾性体として取り扱った事、コンクリートの塑性化が進行しても、塑性域のコンクリートの節点力は常にその終局耐力を保つと仮定した事、等もその理由としてあげられよう。

解析値の荷重～変形曲線の中から、図7に示される1～3の点を代表に選び、その点における、スタッダのモーメント分布、コンクリートの反力分布およびスタッダの変形を図8～10に示す。荷重の増加に従い、まずコンクリートの表面が塑性化し、それが順次ある深さまで進行する。引き続きスタッダの頂部が降伏し、それに従ってこの点の拘束がゆるみ、やや下った点の逆向きのモーメントが増加し、降伏ヒンジが発生する。そして、最終的にはこの2点に降伏ヒンジが発生する事により終局耐力に達する事が見てとれる。

コンクリートの反力は、初期の段階では、ある深さまで3角形分布をしているが、荷重と共に塑性化が進む。しかし荷重にかかわらず、或る深さ以上はその影響は少ない。そして、降伏状態におけるスタッダのずれは、そのほとんどが、頂部からやや下った点の降伏ヒンジの発生によるものである事が、変形の分布図から見て取れる。これは、破壊後にコンクリートをはって得られるスタッダの残留変形とも一致する傾向である。図11には、荷重Qと、スタッダ頂部のモーメント、およびそこからやや下った点の逆向きモーメントの最大値の関係を示す。頂部および逆向きモーメント最大点の降伏による、応力伝達の変動の様子が、この図より理解出来る。

5. 結

簡単なモデル化に基づくスタッダジベルの弾塑性解析を行い、その破壊に到るメカニズムに理論的検討を加えた。破壊後にコンクリートをはつて調べられたスタッダの残留変形等から判断して、解析結果は大筋として妥当なものと考えられる。またその荷重～変形曲線は実験値と比較的良く一致しており、解析結果は合成梁の断弾性解析におけるスタッダジベルの荷重～ずれ曲線として使用するのに十分の精度を有している。従って本解析法を用いれば、合成梁の一貫した数値解析が可能となろう。

6. 謝 辞

この研究にあたり、本研究所江戸宏彰氏に、資料の提供をはじめ、種々の有益な助言をいただいた事を深謝します。

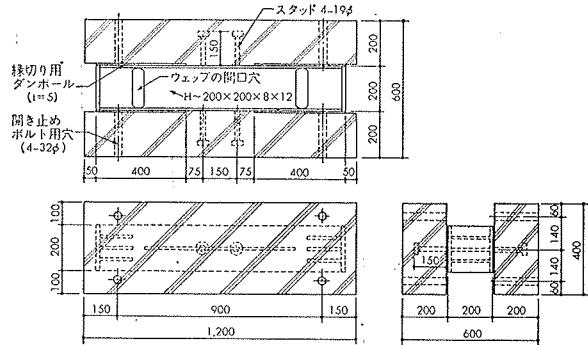


図-6 押し抜き試験試験体

スタッダ	E (t/cm^2)	E_Y (t/cm^2)	σ_y (t/cm^2)	$\varepsilon_{ST} (\times 10^6)$
	2,100	28	3.1	20,000
コンクリート	$E/\sqrt{f_c}$ (t/cm^2)	f_c (t/cm^2)	ポアソン比	
	175	0.22	0.167	

表-1 材料の機械的性質

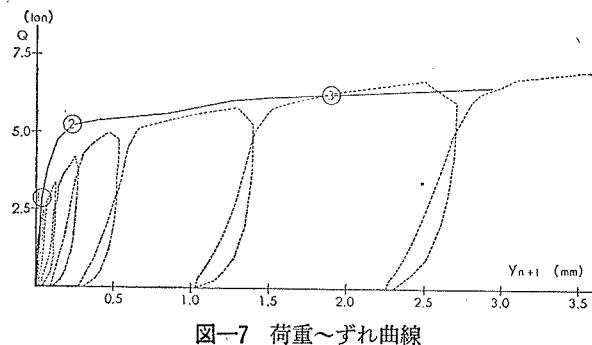
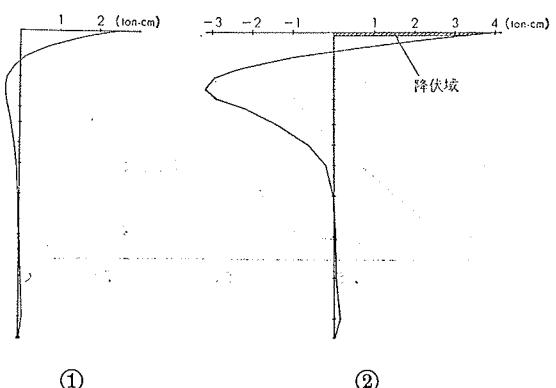
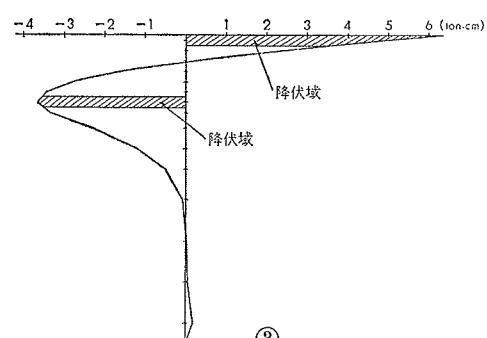


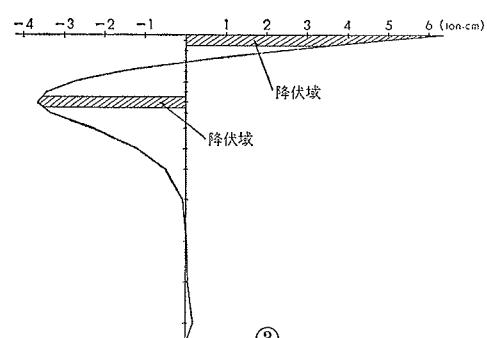
図-7 荷重～ずれ曲線



①



②



③

図-8 スタッダ曲げモーメント分布

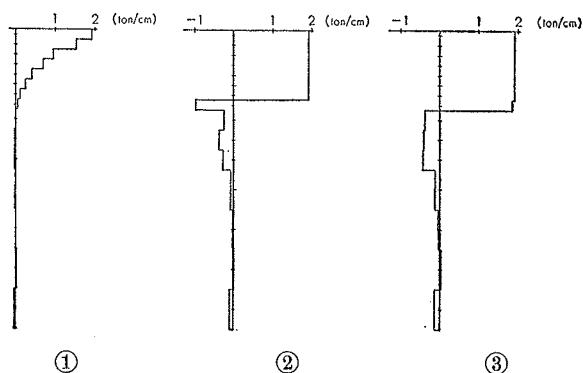


図-9 コンクリート反力分布

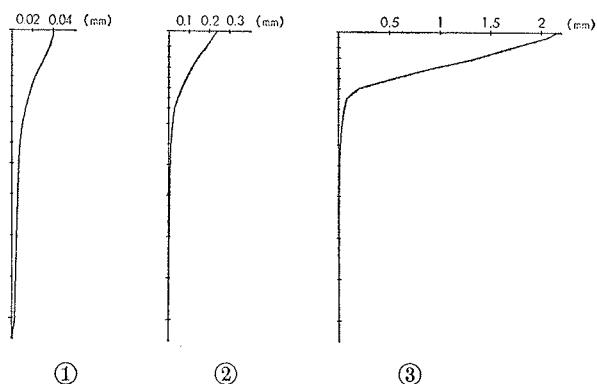


図-10 スタッド変形分布

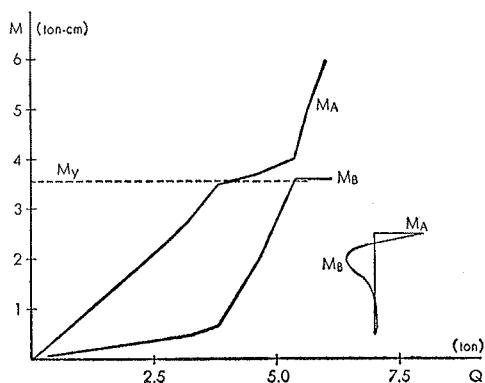


図-11 荷重増加とモーメントの変化

Appendix

I. 半無限弾性体の自由表面上に原点を有する円筒座標 (r, θ, Z) の、中心軸上的一点 $(0, 0, Z_j)$ に単位の水平荷重が作用する場合、弾性体内の任意の一点 (r, θ, Z_i) の水平変位 U_{ij} は、Mindlin の第2解を用いて、次の様に表わされる。

$$U_{ij} = F_1 + r^2 \cos^2 \theta F_2$$

$$\text{但し } F_1 = \frac{1}{16\pi(1-V)G}$$

$$\left[\frac{3-4V}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2Z_i Z_j}{R_2^3} + \frac{4(1-V)(1-2V)}{R_2 + Z_i + Z_j} \right]$$

$$F_2 = \frac{1}{16\pi(1-V)G} \left[\frac{1}{R_1^3} + \frac{3-4V}{R_2^3} - \frac{6Z_i Z_j}{R_2^5} \right]$$

$$R_1 = (r^2 + (Z_i - Z_j)^2)^{1/2}$$

$$R_2 = (r^2 + (Z_i + Z_j)^2)^{1/2}$$

V : ポアソン比, G : せん断弾性係数

ここで $r = D/2$ とおけば、(3)式の係数が求まる。

II. 要素の塑性化の程度に応じて、(7), (9), (10)式より求められる、曲率とモーメントの関係式を、(6), (8)式に代入しまとめれば、(1)式の係数は次の様に与えられる。

1) 弾性

$$a_j = -\frac{1}{6} x_j^2 \frac{1}{EI} \quad b_j = 2a_j \quad c_j = 0$$

$$d_j = e_j = \frac{1}{2} x_j \frac{1}{EI} \quad f_j = 0$$

2) 弾塑性

$$a_j = \left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{6}\alpha^2 \right) x_j^2 \frac{1}{G_1} \quad b_j = -\frac{1}{6}(1-\alpha)^2 x_j^2 \frac{1}{G_2}$$

$$c_j = \left(\alpha - \frac{3}{2}\alpha^2 \right) x_j^2 \phi_{ST} - \left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{6}\alpha^2 \right) x_j^2 \frac{1}{(EI)} M_y - \frac{1}{3}(1-\alpha)^2 x_j^2 \phi_y \quad (1 \text{ に對し})$$

$$c_j = \frac{1}{2}(1-\alpha)^2 x_j^2 \phi_{ST} + \frac{1}{6}(1-\alpha)^2 x_j \frac{1}{(EI)} M_y + \left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{2}{3}\alpha^2 \right) x_j^2 \phi_y \quad (2 \text{ に對し})$$

$$d_j = \frac{1}{2}\alpha x_j \frac{1}{G_1} \quad e_j = \frac{1}{2}(1-\alpha) x_j \frac{1}{G_2}$$

$$f_j = \alpha x_j \phi_{ST} - \frac{1}{2}\alpha x_j \frac{1}{(EI)} M_y + \frac{1}{2}(1-\alpha) x_j \phi_y \quad (1 \text{ に對し})$$

$$f_j = (1-\alpha) x_j \phi_{ST} - \frac{1}{2}(1-\alpha) x_j \frac{1}{(EI)} M_y + \frac{1}{2}\alpha x_j \phi_y \quad (2 \text{ に對し})$$

$$\text{但し } G_1 = (EI)' \quad G_2 = EI \quad (1 \text{ に對し})$$

$$G_1 = EI \quad G_2 = (EI)' \quad (2 \text{ に對し})$$

3) 塑性

$$a_j = -\frac{1}{6} x_j^2 \frac{1}{(EI)'} \quad b_j = 2a_j$$

$$c_j = -\frac{1}{2} x_j^2 \left(\phi_{ST} - \frac{1}{(EI)'} M_y \right)$$

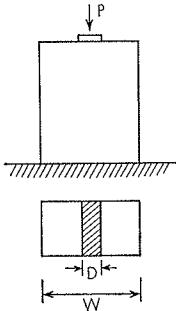
$$d_j = e_j = \frac{1}{2} x_j \frac{1}{(EI)'} \quad f_j = x_j \left(\phi_{ST} - \frac{1}{(EI)'} M_y \right)$$

III. 文献(8)で、Hawkins は、矩形コンクリート試験体の表面に帯状の加力をを行い、そのときのコンクリートの終局耐力を調べた。そして、その時の加力点における平均応力 σ を、試験体の幅 W 、荷重の幅 D 、コンクリート強度 f_c の関数として次の様に表わし、他の研究との比較検討を試みた。

$$\sigma = C \sqrt{f_c} (D/W)^{1/3}$$

C は実験に基づく定数であり、Newton-mm を単位として 22.5 となる。本報告は、これをもとに、スタッドから押されるコンクリートの、長さ x の部分の局部的な終局耐力を次式で求めた。

$$P_0 = \sigma \cdot D \cdot x$$



参考文献

- 1) 青柳、武田、他 3 名 合成ばかりの実大試験（その 1～3）AIJ 関東支部学術研究発表会 S 43
- 2) 平野、友永 合成梁に関する実験的研究（その 1、押し抜き試験）AIJ 学術講演会 S 47
- 3) 平野、友永 合成梁に関する実験的研究（その 3、押し抜き試験 '72）AIJ 学術講演会 S 48
- 4) 李、他 3 名 合成梁に関する実験的研究（その 2、合成梁の曲げ試験）AIJ 学術講演会 S 47
- 5) 李、密川、他 3 名 スタッドのせん断ずれを考慮した合成梁の弾塑性解析（その 1、その 2）AIJ 学術講演会 S 48
- 6) I. M. Viest: Investigation of Stud Shear Connectors for Composite Concrete and Steel T-Beams. Journal of A. C. J. April 1956
- 7) L. C. P. Yan and J. C. Chapman: The inelastic behaviour of simply supported composite beams of steel and concrete. Proceeding of I. C. E. Dec., 1968
- 8) N. M. Hawkins: The bearing strength of concrete for strip loadings. Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 71, June, 1970
- 9) D. R. Plum: Strength of studs in composite construction. Proceeding of I. C. E. Feb. 1972