

有限要素法による地中防振壁の解析

内藤和章 藤原紀夫
木村薫 小出忠男

Finite Element Analysis of Underground Shock-Cut Wall

Kazuaki Naito Toshio Fujiwara
Kaoru Kimura Tadao Koide

Abstract

Vibratory energy through ground propagates mostly in the form of surface waves. The purpose of an underground vibration damping wall (so-called shock-cut wall) naturally is mainly to cut off these surface waves. Direct solutions of wave propagation equations are generally used for solving these problems. However, under complicated boundary conditions, it is impossible to find the solution by this method. In this paper, the mechanism of a vibration damping wall is solved by the finite element method. The results are compared with field test measurements and the advantages and disadvantages of this method are discussed. Needless to say, this finite element method is useful for solving dynamic behaviors of dams, shield tunnels, embankments and the like also.

概要

地盤振動エネルギーの大半は表面波として伝えられる。地中防振壁は、当然この表面波を主に遮蔽することになる。この解析方法としては、波動方程式を直接解く方法が一般に行われている。しかし、この解析方法では、複雑な境界条件のもとでその解を見出すことは一般に困難である。

本報告では、波動方程式を単純化した振動方程式を用いる有限要素法解析によって、地中防振壁を解析する。この解析結果と実測値を比較して、この解析方法の有用性を示す。もちろん、この解析方法は、地中防振壁の解析だけに用いられるものでなく、地震波や任意の入力波を受ける盛土堤体、ダム、シールドトンネル、地下鉄構築などの動的挙動解析に適用することができる。

1. まえがき

有限要素法は最近のコンピュータの発達と相まって、連続体の静的・動的解析に非常に有力な解析方法となっている。著者らは、ここ数年来この解析方法を土木工事の実際の構造物に応用することを試みてきた^{1)~4)}。

有限要素法による動的応答解析方法を大別すると、①step by step 解法②モード重ね合せ法になる。後者は、地上建造物の動的応答解析によく用いられる方法であり、各変位モードに分けて計算するため、計算時間が少なくてすむ。step by step 解法は直接積分法とも呼ばれ、各経過時間刻みごとに直接積分して解いてゆく方法であり、計算時間は多くなるが、その応答過程がつかめるため、地盤の波動伝播や、地中構造物の動的挙動解析によく用いられる。

以下に、step by step 解法による解析方法の概要と電算プログラムの組み立て手順について述べ、解析例として、地中防振壁の効果の解析結果を示す。この解

析結果と屋外実験における実測値とを比較して、この解析方法の妥当性を示す。

2. 基礎理論

解析モデル系の粘性減衰型を決めることができれば、有限要素法システムにおける振動方程式は次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{u}\}_t + [C]\{\dot{u}\}_t + [K]\{u\}_t = \{P\}_t \quad (1)$$

ここに、 $\{u\}_t$ 、 $\{\dot{u}\}_t$ 、 $\{\ddot{u}\}_t$ ；時刻 t における節点変位ベクトル、速度ベクトルおよび加速度ベクトル。 $\{P\}_t$ ；節点力ベクトル、 $[M]$ ；質量マトリックス、 $[C]$ ；減衰マトリックス、 $[K]$ ；剛性マトリックス。

減衰マトリックスは、通常粘性減衰だけが考慮され、レイレイダンピング (Rayleigh damping) と呼ばれるつぎの型をとることが多い。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2)$$

i 次の振動モードに対応する減衰定数 (h_i) は、 α と β を用いて、つぎのように表わされる。

$$h_i = \alpha / (2\omega_i) + \beta (\omega_i / 2) \quad (3)$$

ここに、 ω_i ； i 次モードの振動数
 α と β の値が与えられた時、最小減衰定数 (\bar{h}) を生ずる振動数 ($\bar{\omega}$) は次式で示される。

$$\bar{\omega} = \sqrt{\alpha/\beta} \quad (4)$$

もし、 \bar{h} と $\bar{\omega}$ が与えられれば、 α と β は次式から計算することができる。

$$\alpha = \bar{h} \times \bar{\omega} \quad \beta = \bar{h} / \bar{\omega} \quad (5)$$

したがって、 $h_i = (\bar{\omega} / \omega_i + \omega_i / \bar{\omega}) (\bar{h} / 2)$ となる。

系の中で各節点の加速度は小さな時間刻み Δt の間では線型に変化すると仮定する。当然、速度は2次曲線的に、変位は3次曲線的に変化する。すなわち、

$$\begin{cases} \{\ddot{u}\}_t = 6/(\Delta t)^2 \cdot \{u\}_t - \{A\}_{t-\Delta t} \\ \{\dot{u}\}_t = 3/\Delta t \cdot \{u\}_t - \{B\}_{t-\Delta t} \end{cases} \quad (7)$$

$$\{A\}_{t-\Delta t} = 6/(\Delta t)^2 \cdot \{u\}_{t-\Delta t} + 6/\Delta t \cdot \{\dot{u}\}_{t-\Delta t} + 2\{\ddot{u}\}_{t-\Delta t} \quad (8)$$

$$\{B\}_{t-\Delta t} = 3/\Delta t \cdot \{u\}_{t-\Delta t} + 2 \cdot \{\dot{u}\}_{t-\Delta t} + \Delta t/2 \cdot \{\ddot{u}\}_{t-\Delta t} \quad (9)$$

(2)、(7)式を(1)式に代入して整理すると次式を得る。

$$[\bar{K}] \{\bar{u}\}_t = \{\bar{P}\}_t \quad (10)$$

ここに、 $[\bar{K}] = [K] + C_2[M]$ 、 $\{\bar{P}\}_t = \{P\}_t + [M] \{[A]_{t-\Delta t} + C_3[B]_{t-\Delta t}\}$ 、 $\{\bar{u}\}_t = 1/C_1 \cdot \{u\}_t - \beta[B]_{t-\Delta t}$ 、 $C_0 = 3\alpha/\Delta t + 6/(\Delta t)^2$ 、 $C_1 = 1/(1 + \frac{3}{\Delta t}\beta)$ 、 $C_2 = C_0 \times C_1$ 、 $C_3 = \alpha - C_2\beta$

(10)式は漸化式であり、各々の時間刻みの始まり ($t - \Delta t$) での初期条件が既知であれば、時間刻み (Δt) ごとに(10)式を解くことができる。すなわち、(10)式を解いて等価変位 $\{\bar{u}\}_t$ を求める。次に、 $\{u\}_t = C_1 \times \{\bar{u}\}_t + C_1 \beta[B]_{t-\Delta t}$ によって $\{u\}_t$ を求め、(7)式によって、 $\{\ddot{u}\}_t$ 、 $\{\dot{u}\}_t$ を求めることができる。変位が求めれば、これに応力マトリックスを乗じて、応力を求めることもできる^{5),8),9)}。

(図-1)に電算プログラムのフローチャートを示す。プログラムは ERESPO と AREN のオーバーレイ

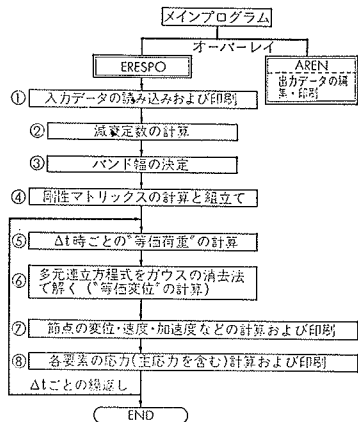


図-1 フローチャート

プログラムとなっている。ERESPO は解析用のサブプログラムであり、AREN は出力データを編集、印刷するサブプログラムである。

使用できる要素は4角形要素とバネ要素である。入力波 $\{P\}_t$ は任意の波形と地震波(当社所有のもの)のどちらでもよく、また“加速度”でも“力”でもよい。連立方程式の解法はバンドマトリックスを用いたガウスの消去法によっている。

剛性マトリックスの求め方については静的解析と同様であるので省略する。質量マトリックスは、4角形要素の質量を4つの節点に4分の1ずつかかるとして求める。

3. 解析モデル

解析モデルは、当技術研究所の敷地内で実施した地中防振壁の効果を調べる野外実験に合せたものとする。野外実験の規模は、地表面に広さ1.0m 角で、厚さ50cm のコンクリート製の起振台があり、この上に起振機がのせてあり、起振機の中心から3.4m離れた所に、深さ3.0m、幅10mの空溝が掘ってあるものである。

図-2に解析モデルの分割図を示す。起振台から空溝の面に垂直な断面で、平面ヒズミ状態を仮定している。起振台を中心に左右対称に境界を選び、左右両端部はバネ(バー)要素で支持されているとし、下部境界は固定とした。要素数は158(バネ要素14)、節点数は187である。

地盤は、GL-6.5m まではN値3~7の関東ローム層で、それ以下はN値50以上の砂レキ層である。それぞれの地盤定数は図-2の中に示したものを仮定した。ヤング率(E)とポアソン比(ν)は、地盤の弾性波速度から推定した。すなわち、P波速度を V_p 、S波速度を V_s 、密度を ρ とすると、これらの間には次の関係式が成立する。

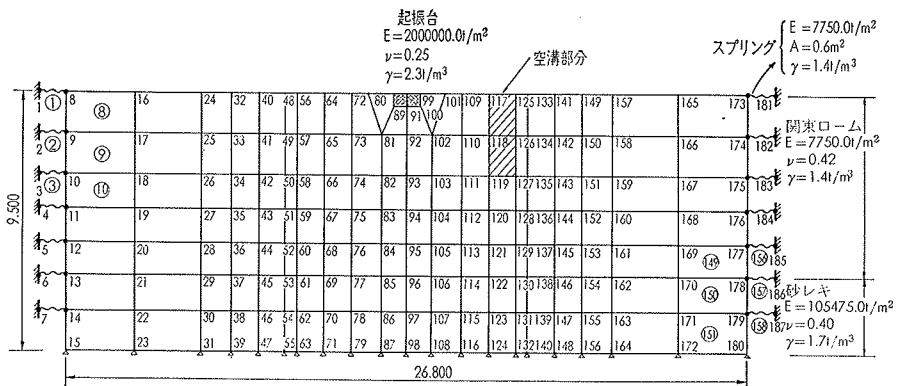


図-2 解析モデルの分割図

$E_p = V_p^2 \rho (1 + \nu) (1 - 2\nu) / (1 - \nu)$, $E_s = V_s^2 \rho 2(1 + \nu)$ (1)
 $E_p = E_s$ としてポアソン比を求め(1)式にこれを代入するとヤング率が求まる。関東ローム層の V_p と V_s はそれぞれ, 380, 142m/sec である。砂レキ層の V_p は 466m/sec であるが, V_s は不明であったため, ポアソン比を0.4と仮定することにした。

解析は, 野外実験に合せたいくつかのケースについて実施したが, 以下においては主に, 起振台の中央で鉛直方向に705.3kgの起振力で15.06Hzのサイン波を作用させたケースについて述べる。この場合, 地盤の減衰定数(h)を4%と仮定すると前述した α と β は(5)式を用いて, それぞれ3.784, 0.000423となる。時間刻み(Δt)は0.00184秒とした。hと Δt の決定方法については後述する。

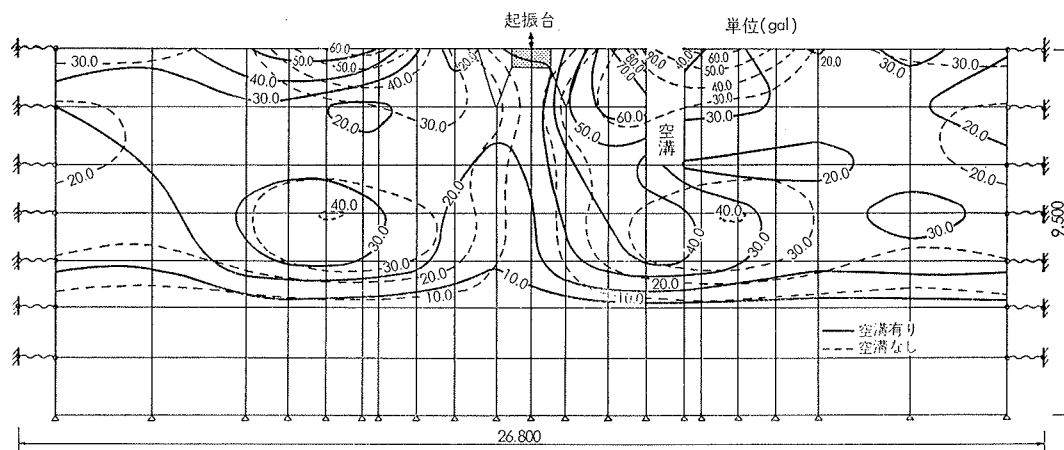
4. 解析結果

図一3に地盤内における水平方向最大加速度の等高線図を示す。起振台から両側下方45度の方向に加速度の“島”のようなものがみられる。参考のために, 関

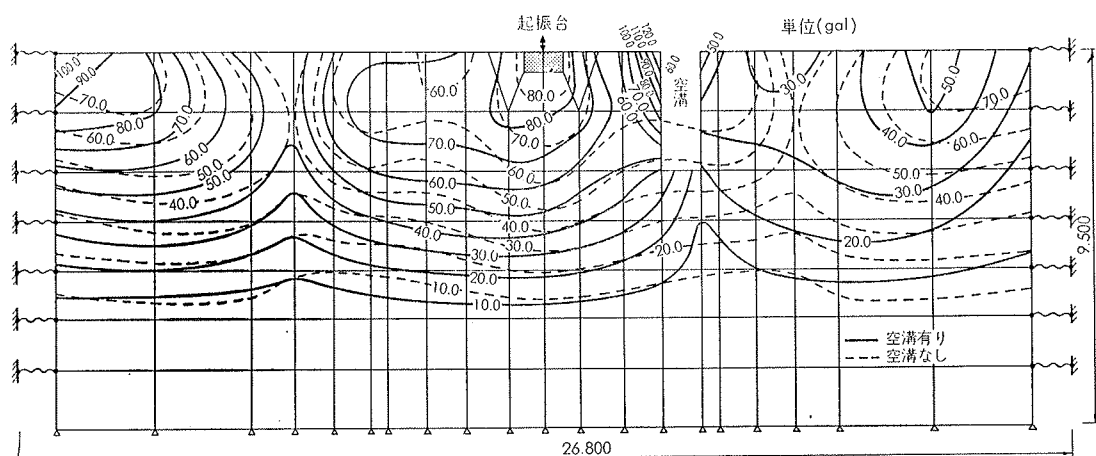
東ローム層のS波の波長(λ_s)は9.5mである。また, 空溝周辺では, そのコーナ部は大きくゆれ, 下からまわり込んでいる様子がみられる。空溝がない場合には対称であるが, 空溝を設けると当然のことながら対称性がくずれている。

図一4に地盤内における鉛直方向最大加速度の等高線図を示す。起振台から放射状に振動が伝播する様子がみられる。空溝周辺では, コーナ部が大きく増幅され, 下からまわり込んでいる様子がみられる。参考のために, 関東ローム層のP波の波長(λ_p)は25.0mである。両側の境界部分では, 反射波の影響と見られる加速度の増加がみられる。

図一5, (a)(b)に, それぞれ地表面における水平方向と鉛直方向の最大加速度の分布図を示す。縦軸はgal/kgで示してある。これは計算と実験とにおいては起振力がそれぞれ705.3kgと137.9kgと差があったためである。図中においては, 空溝がない場合の計算値と, 空溝がある場合の計算値と実測値を示してある。空溝によって, 振動が遮蔽されている様子は, 計算値



図一3 地盤内における水平方向最大加速度の等高線図 (15.06Hz)



図一4 地盤内における鉛直方向最大加速度の等高線図 (15.06Hz)

と実測値ともによく見られる。空溝の起振側のコーナ部では振動が増幅されている様子がみられる。この現象は Wood⁶⁾ の実験にも見られるものである。

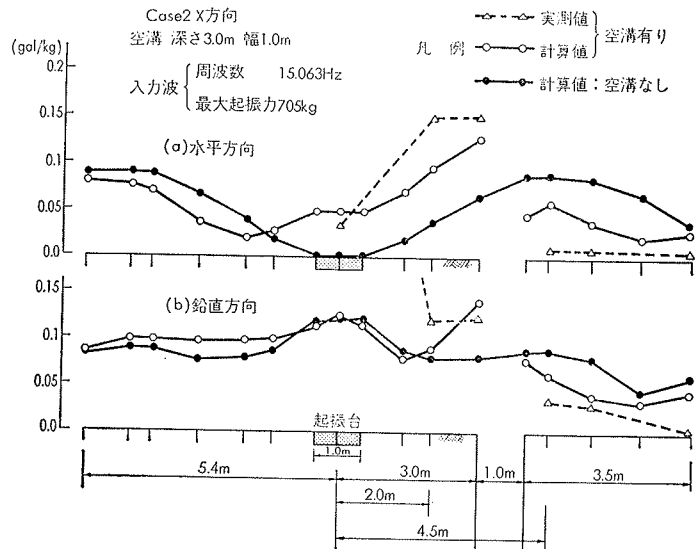
図一六 は各時刻ごとの地表面の動きを示したものである。この図をみると、空溝の右側では振幅が非常に小さくなっており、防振効果がよくみられる。ただし、これは、左右両境界からの反射波の影響がない経過時間 ($t=0.435$ 秒) までしか示していないためである。また、このことは境界条件がかなり大きく解析結果を左右することを示しているとも言える。

図一七 は節点 90 (起振点), 110, 134 における軌跡曲線の計算値と実測値との比較図である。計算値は変位の軌跡を、実測値は加速度の軌跡曲線を示しているため、定量的な比較はできないが、傾向はよく一致しているのが見られる。また、実測値は定常状態のものであり、計算値は初期値から示しているため、比較にあたっては、計算値のある時間経過した後の軌跡曲線と実測値のそれを較べる必要がある。

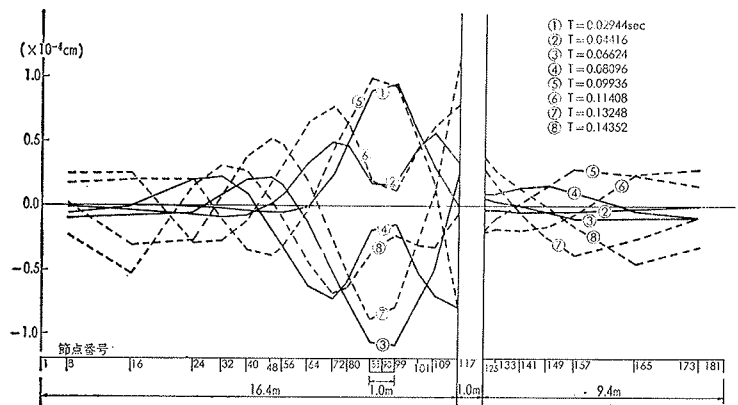
図一八 は節点 90, 110, 134 の鉛直方向変位の時間応答曲線を示している。すなわち、図一七 (a) の鉛直方向変位の応答曲線である。図一七 (a) では、かなり乱れた動きをしているように見えるが、図一八 ではかなりなめらかな曲線である。また、134 節点の曲線は、計算時間が少なく、まだ定常状態に達していないことを示している。

以上は 15.06Hz の鉛直方向入力波についてのみ述べたが、10Hz と 25Hz の入力波についても同様の解析を行っている。これらをまとめてみると、次のごとくなる。

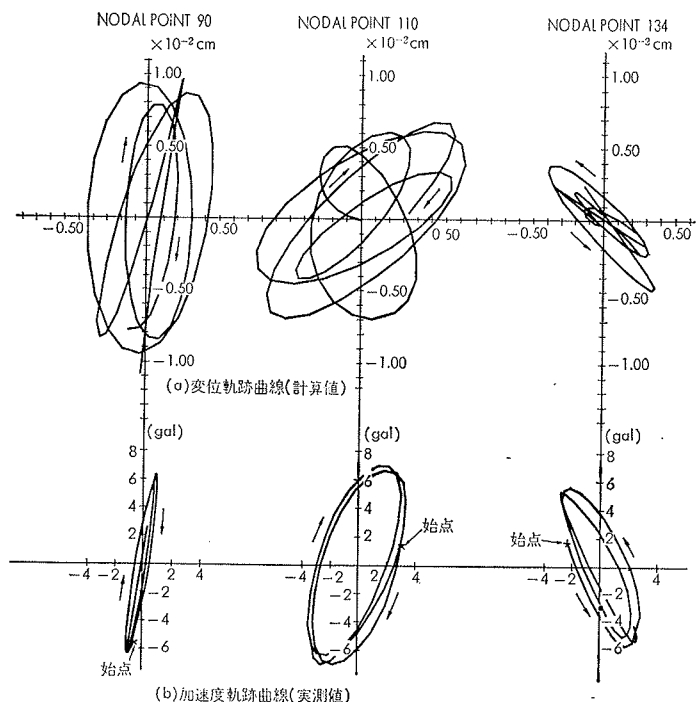
10Hz では、空溝を設けた場合には、設けない場合よりもむしろ振動が大きくなった。これは次の原因によるものと考えられる。S 波の波長 (λ_s) と空溝の深さ (H) との比 H/λ_s が約 1/5 と小さいため、S 波の伝播を遮蔽するには空溝の深さが小さすぎ、一方、空溝周辺は自由面となるため、溝底面より回折してきた波動によって振動が増幅されたものと思われる。15Hz では、上述したように、空溝を設けることによって、半分くらいの振動遮蔽効果があるようである。25Hz では、さらに



図一五 地表面における水平・鉛直方向の最大加速度分布図 (15.06Hz)



図一六 各時刻における地表面の動き (15.06Hz)



図一七 軌跡曲線の計算値と実測値の比較図 (15.06Hz)

防振効果が顕著にみられた。この場合の H/λ_s は約1/2である。

また、解析で用いた地盤減衰定数 $h=4\%$ は、上記のどのケースについても少し小さすぎたような気がする。

5. むすび

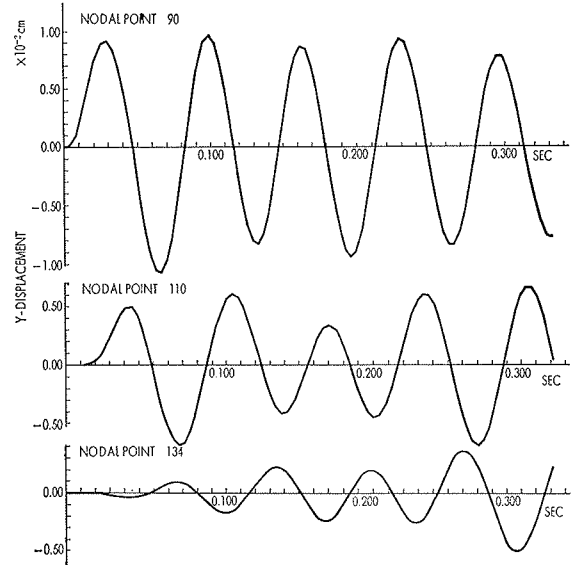
以上述べてきたように、step by step 解法による有限要素法は、地中防振壁の解析に用いた場合、地盤内の全体にわたって、その挙動を明瞭に見ることができる非常に有力な手法である。また、この解析方法では、境界条件や地盤性状が複雑であっても何ら特別の考慮をする必要がない。

一方、この解析方法にもいくつかの問題点がある。

この問題点について、防振壁の解析に限定せず、step by step 解法による地盤の動的挙動解析全般について述べると次のごとくなる。

- (1) 地盤に関する諸定数の推定方法が確立されておらず、かつこの推定の仕方によって結果が大きく左右される。ヤング率とポアソン比の推定には、前述した弾性波速度から求める方法がよいように思う。減衰定数は、大地震のような振幅の大きい場合には7~20%、大きい振幅が予想される場合には3~10%がよいように思う。
- (2) 時間刻み Δt のとり方については、最小固有周期を T_{min} とすると、 $\Delta t \leq T_{min}/\pi$ とすべきだと主張する人もいる⁴⁾。本解析では、入力波の周期を T_i とすると、 $\Delta t = T_i/(10 \times \pi)$ を用いている。
- (3) 計算打ち切り時間は定常状態になるまでとするのは原則であるが、上記の Δt の大きさと合わせてコンピュータ消費時間との関係で、定常状態になるまで計算をさせることは困難である。
- (4) 境界反射波は解析結果に大きく影響する。本解析では、左右両端境界をバネ要素で支持してみたが十分とは言えない結果である。境界にダンパーを加えることを主張する人もいる⁷⁾。
- (5) 地中防振壁の解析においては、平面ヒズミ問題と仮定することができる構造物は少ない。これは、起振源が点発振のものが多いからである。
- (6) 境界拘束条件、要素の分割方法などについての詳しい検討をすることは、実際には解析量が多くなるため、不可能に近い。

今後は上記の問題点を解決すべく努力するとともに、防振壁については、さらに詳しい解析を試みたいと思



図一8 鉛直方向変位の時間応答曲線 (15.06Hz)

っている。

最後に、このプログラムの開発にあたっては、当社機械計算部の徳永氏と中央大学学生中島君から多大な御援助をいただいた。ここに記して深く感謝致します。

参考文献

- 1) 斎藤, 内藤, 藤原, 吉岡; 有限要素法による地盤の粘弾性解析, 大林組技術研究所報, No. 11, 1975
- 2) 斎藤, 内藤, 藤原; 有限要素法によるトンネル外周地盤の挙動解析例, 大林組技術研究所報, No. 7, 1973
- 3) 斎藤, 藤原; 有限要素法による浸透流・熱流などの解析 (定常・非定常), 第8回土質工学研究発表会, 1973, 139(E-7)
- 4) 斎藤, 内藤, 藤原; 有限要素法によるシールド外周地盤の挙動解析 (弾塑性), 第9回土質工学研究発表会, 1974, 206(H-5)
- 5) E. L. Wilson; A computer program for the dynamic stress analysis of underground structures Uni. of California, January, 1968
- 6) R. D. Woods; Screening of surface waves in soil, ASCE, Vol. 94, SM4, July, 1968
- 7) 柳沢栄司; 地盤振動の遮蔽効果に関する基礎的研究, 第8回土質工学研究発表会, 1973, 155(E-8)
- 8) 土質工学会編; 土と構造物の動的相互作用
- 9) 土木学会編; 地震応答解析と実例