

粒状体の流出について

李 相 一

Flow of Granular Materials

Soichi Lee

Abstract

The study of flow of granular materials is concerned with design of draw-out gates of structures such as silos and aggregate bins where granular materials are stored and discharged, and for estimating flows from faces of tunnels in excavating non-cohesive soil strata. The author caused Toyoura standard sand packed in a silo-like bin to be discharged from a gate at the bottom and studied the relation between discharge and height of specimen and that between discharge gate size and discharge. The results may be summarized as follows: the discharge is constant regardless of the height of the specimen, the discharge is proportional to the cube of the discharge gate diameter, and the mean falling velocity of the grain particles at the discharge gate is proportional to the discharge gate diameter. Further, what may be deduced from the above are that the confining pressure of the flow is constant regardless of the height of the specimen and that the pressure acting on the discharge gate in case there is stoppage once a flow is formed is proportional to the square of the discharge gate diameter.

概 要

粒状体の流出という研究は、サイロや骨材ビンのように粒状体を保存し取り出したりする構造物の取り出し口の設計や、砂質土中を掘削するトンネルの切羽に於る砂質土の流質量を推定することに関連するものである。本研究はサイロ状の貯蔵ビンにつめた豊浦標準砂を底部の流出口から流出させ、試料の高さと流量の関係、流出口径と流量の関係を求めたものである。結果の概要は、流量が試料高さにかかわらず一定であること、流量は流出口径の3乗に比例すること、各粒子の流出口での平均落下速度は流出口径に比例することである。さらに、これから推論できることは、流動部分の拘束圧は試料の高さにかかわらず一定であること、一度流動部を形成したのち静止させた場合に流出口に作用する圧力は流出口径の2乗に比例することなどである。

1. まえがき

粒状体の動的性質に関しては、それが動的荷重を受ける場合の挙動について研究されることが多く、その流動時の性質については未知のことが多い。粒状体の流出という問題は、直接にはサイロや骨材ビンなどのように、粒状体を保存しとり出したりする構造物の流出口の設計や、砂質土中を掘削するトンネルの切羽に於る砂質土の流出量を推定するのに役立つものである。この方面の研究では、サイロ内の側面に作用する土圧とかトンネルに作用する土圧の計算法はよく研究されているが、流出量の問題は未だ十分には研究されていない。

また、粒状体の研究に於て、粒状体と連続体との比較、とくに粒状体と液体との相似性と相異性に着目することは一つの方法である。両者の本質的相異は、前者がマサツ性物質であり、後者が粘性物質であるという点にある。この差違が両者の運動機構にどのように反映するかは重要な問題と思われる。

本研究は以上の両側面から、サイロ状の貯蔵ビンにつめた砂を下部の流出口から流出させ、その流量を測定し、結果に対して考察したものである。

2. 試験装置・方法ならびに記号

試験装置の概略図を図一1に示す。内径6.0cm、高さ90.0cmの円筒形の器に、下に円形の流出口をつけ

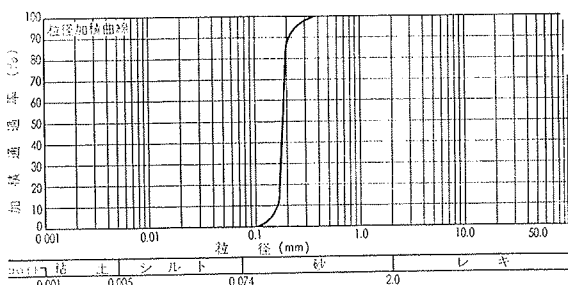
たものである。流出口の直径 (ϕ) は、2, 4, 6, 8, 10mm の各々 5 段階に変化させた。

流出した砂は、その下にとりつけた受け皿で受け、流出量の重さはハカリで計量し、体積は試料高さ (h) の減少により測定する。

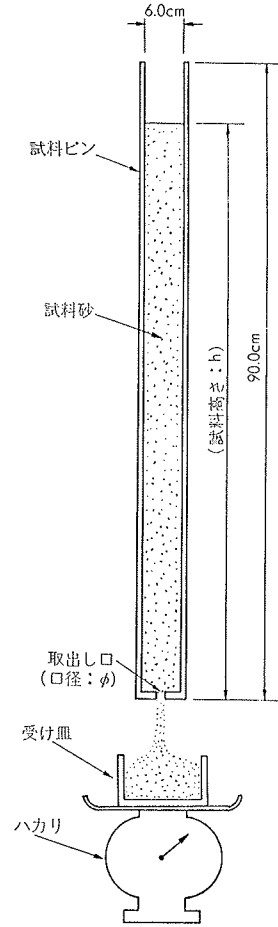
試験方法は、まず流出口を閉じておき、試料砂を上部からホッパーで静かに落下させ推積させる。この時点での試料高さ (h) を測っておき、次に流出口を開いて流出量の重さ (Q_w) とそれに要する時間 (t) を測定し、 $Q_w/t = (q_w)$ をこの試料高さでの重さの流量と定義する。また、試料高さの変化から体積変化 (Q_v) を測定し、 $Q_v/t = (q_v)$ を体積での流量と定義する。

これを各試料高さと同流口径の組み合わせで行ったものである。

試料として豊浦標準砂を用いた。図一 2 にその粒経



図一 2 試料の粒径加積曲線

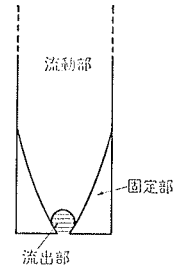


図一 1 試験装置の概略図

加積曲線を示す。均等係数 $U_c=1.14$ であり、きわめて均等な砂である。平均径 $D_{50}=0.18\text{mm}$ 、真比重 $G_s=2.67$ である。これを乾燥して用いた。

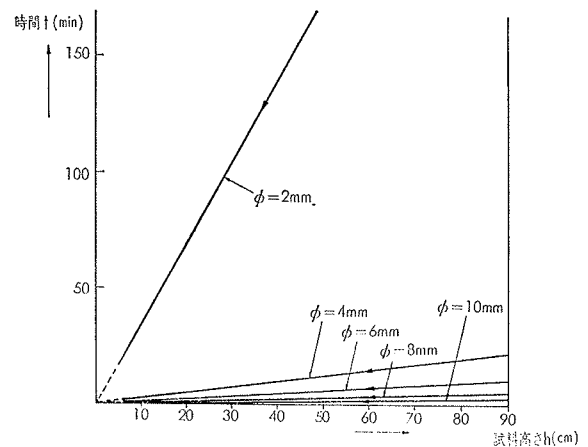
3. 試験結果とその解釈

供試体の流出時の状態は、大きく分けて図一 3 の 3 区分に分かれる。固定部とは流出時に土粒子が動かず固定したままのものであり、流動部は各粒子が相互の関連なく自由落下している部分であり、流動部は各粒子が相互に拘束しあいながら静かに動いているものである。



図一 3 供試体内の 3 区分

図一 4 に示すのは試料高さ



図一 4 試料高さの時間変化

$h=90\text{cm}$ の高さから流出させ、 h の減少量と時間の関係を各流出口径につき示したものである。この図から分ることは、 h が等速度で減少していることである。もしこれが液体ならば、 h が大きいほどその減少率が大きく、 h が小さいほどその減少が遅い筈である。この差異は粒状体の特徴を示していると思われる。

また、この勾配は流量に比例する量であるが、液体ならそれが ϕ^2 に比例する量となるが、粒状体の場合にはそうになっていない。これも特徴的である。

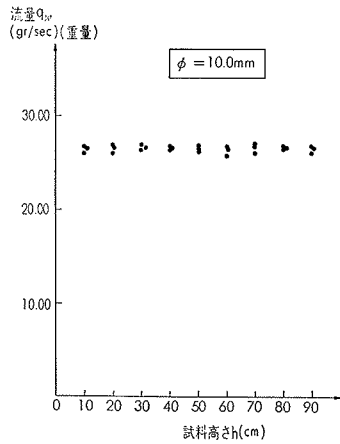
図一 5 に示すのは、 $\phi=10\text{mm}$ の場合の、試料高さと同重さの流量の関係である。これから q_w は h に無関係で一定である。この傾向は $\phi=2, 4, 6, 8\text{mm}$ の場合もまったく同様であり、 q_w は h に無関係であり一定である。 ϕ が小さいものほどデータのバラツキは増加する。これは図一 6 に示す。図一 5・6 の比較により q_w の大きさは ϕ により変化することが分る。当然

ながらφが大きいほどq_wも大きい。

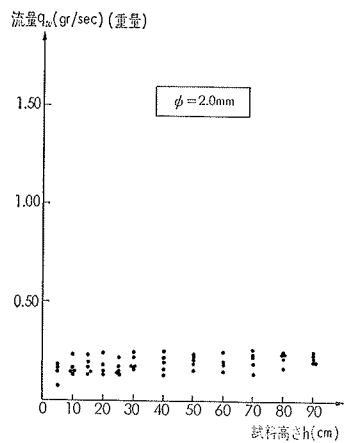
q_wがhによらないという事実は液体の場合との著しい相異である。

図一7, 8もhと体積の流量q_vとの同様の関係を示す。この量もφが小さいとかなりのバラツキ, 即ち不確定性を示すものである。この理由として, φが小さくなると試料粒径と流口径の比が小さくなり, アーチングが作用して, それが形成されたり壊されたりすることがくり返される為であると思われる。

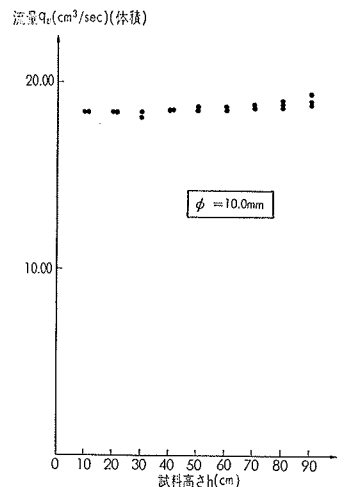
また, q_wとq_vが同じ傾向を示し, 比例しているようであり, これは流出時に流動部分が緩んでいないことを意味する。何故なら, もし緩んでいるとすると, q_wが変化してもq_vはさほど変化しない筈である。ところが実際にはq_w, q_vは比例しており, また, 流出した体積とhの変化から測定した体積は同じである。この故に流動部分は推積時の密度を維持したまま流動していると言える。



図一5 各試料高さに於る流量(重さ) (φ=10mm)



図一6 各試料高さに於る流量(重さ) (φ=2mm)



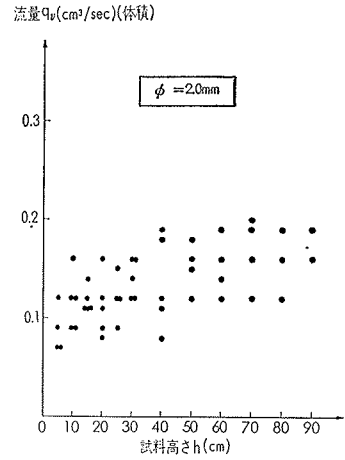
図一7 各試料高さに於る流量(体積) (φ=10mm)

図一9, 10にq_wとq_vの平均値を示す。q_w, p_vがhにかかわらずほとんど一定であるという傾向がはっきりしている。

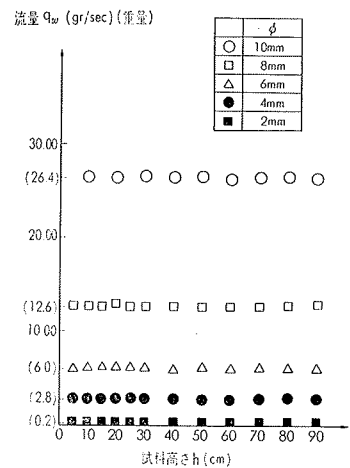
図一11にq_wとq_vの比例性を示す。これから流出部の砂の密度を求めることができる。即ちこれをγとすると, γ=q_w/q_vであり, これはφによる影響はなく, 平均するとγ=1.47gr/cm³である。G_s=2.67であるので, 流出部の間隙比e=0.82, 間隙率n=0.45となる。q_wとq_vについて対応がついたので, 以下の考察はq_wのみについて行う。

図一12にφならびにφ/D₅₀に対してq_wをプロットしたものを示す。q_wがφの数次のべき関数になっているようである。液体の場合はq_wは流出口の断面積に比例する筈である為, q_w∝φ²の関係が予想されるが, 粒状体の場合は必ずしもそうではないようである。

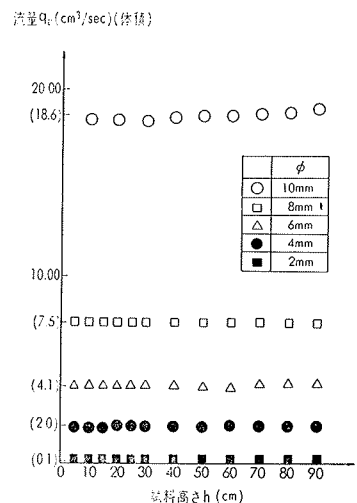
図一13にlog q_wとlog φの関係プロットすると, その勾配はほぼ3である。従って, 次の関係式が成立



図一8 各試料高さに於る流量(体積) (φ=2mm)



図一9 各流出口径に対する流量(重さ) (平均値)



図一10 各流出口径に対する流量(体積) (平均値)

する。

$$q_w = \text{const.} \cdot \phi^3 \quad \dots\dots(1)$$

流出口通過時の各粒子の落下速度の平均値を v とすると、単位時間にそれが占める流量は図-14より

$$q_w = \frac{\pi \phi^2}{4} v \times (1-n) G_s \quad \dots\dots(2)$$

これに $n=0.45$, $G_s=2.67$ を代入して

$$v = 0.87 \frac{q_w}{\phi^2} \quad \dots\dots(3)$$

が得られる。従って、(1)式から $v \propto \phi$ が予想される。

図-15に v と ϕ の関係をプロットした。両者は比例関係にあり

$$v = 0.41 \frac{\phi}{D_{50}} \quad \dots\dots(4)$$

の関係がある。

流出部の範囲を推定してみる。図-16に示す如く、

仮に $z=h_0$ の高さから粒子が相互の拘束を離れて自由落下しているものと見なすと、その範囲では、

$$\ddot{z} = -g \quad \dots\dots(5)$$

であり、これを図-16の境界条件で解くと、流出口での速度は

$$v_0 = -\sqrt{2gh_0} \quad \dots\dots(6)$$

である。これから流出部分の高さが推定でき、それを換算自由落下高 h_0 と名づけると

$$h_0 = \frac{v_0^2}{2g} \quad \dots\dots(7)$$

となり、 $h_0 \propto \phi^2$ 関係

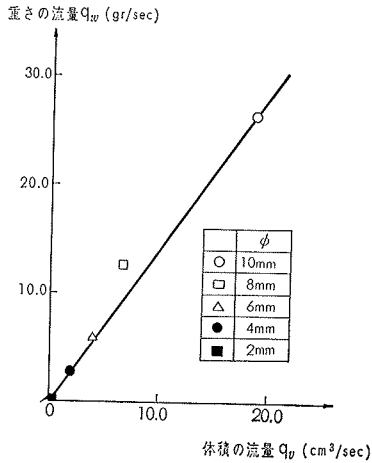


図-11 q_w と q_v の比例性

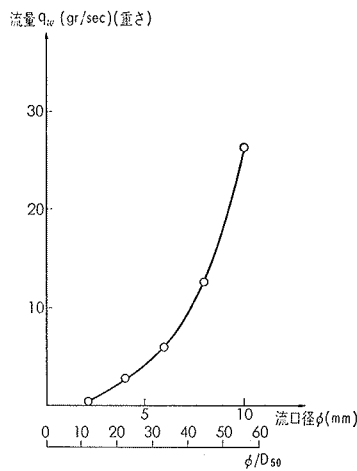


図-12 q_w と ϕ の関係

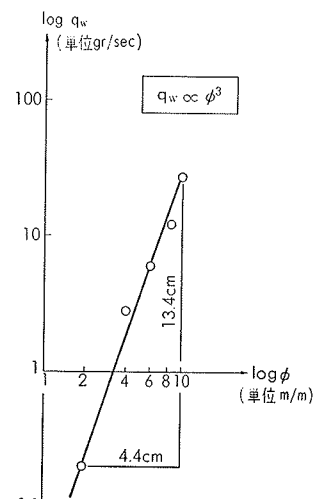


図-13 $\log q_w$ と $\log \phi$ の関係

にあることが分る。これを示したのが図-17である。もっとも自由落下している部分とそうでない部分がかよいはっきりと区分できるものではないが、一応このような仮定のもとでは h_0 はきわめて小さく、はく離して

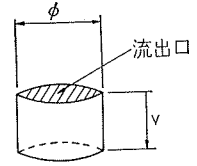


図-14 単位時間の流出体積

図-18に於て、1から2まで粒子が流下するまでのエネルギーロス h_L とすると、ベルヌーイの定理により

$$h_L = \left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_1} + z_1 \right) - \left(\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 \right) > 0 \quad \dots\dots(8)$$

(この式で v は速度、 g は重力加速度、 p は圧力、 γ は密度、 z は高さを表わす)

$$z_1 - z_2 = h$$

$$v_2 \gg v_1$$

$$p_1, p_2 = 0$$

であるから

$$v_2 = \sqrt{2g(h-h_L)} \quad \dots\dots(9)$$

(4)式と(9)式は等しいから、これから

$$h-h_L = \left(0.41 \frac{\phi}{D_{50}} \right)^2 / 2g \quad \dots\dots(10)$$

となり、この式の変分をとると

$$\delta h - \delta h_L = \frac{1}{g} \left(\frac{0.41}{D_{50}} \right)^2 \phi \delta \phi \quad \dots\dots(11)$$

であり、従って ϕ が一定なら $\delta \phi = 0$

$$\delta h = \delta h_L \quad \dots\dots(12)$$

となる。この式の意味は、粒子が δh

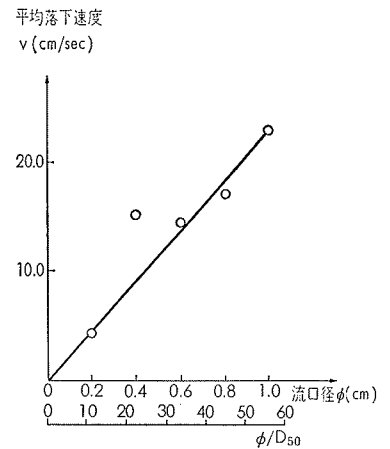


図-15 平均落下速度と流口径の関係

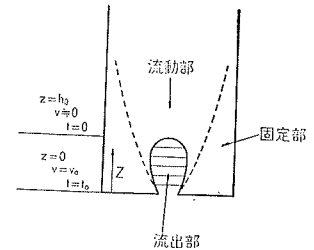


図-16 流出部分の模式図

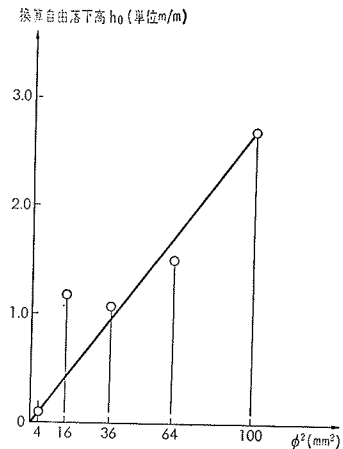
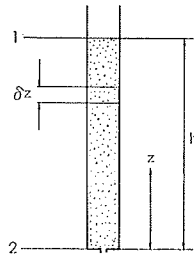


図-17 換算自由落下高と流口径の関係

流下する間に、それと同じ量のエネルギーロス δh_L があることである。即ち、液体の流下の場合には位置のエネルギーが運動エネルギーに転化されるが、粒状体の場合は、位置のエネルギーがそのまま失なわれている。



図一18 計算用模式図

失なわれなくなる高さは(10)式の $h-h_L$ であり、これは換算自由落下高に等しいものと見なされる。

$$h-h_L=h_0 \quad \dots\dots(13)$$

以上のことから、流下時に流動部分の一つの粒子に加わる拘束圧に関して推論を行う。

一つの粒子が図一18の δz 流下する間にそれが失なうマサツエネルギーは $\bar{f} \cdot \bar{\mu} (\delta z)$ である。(ここで、 \bar{f} はその粒子にかかる平均拘束圧、 $\bar{\mu}$ は平均動的マサツ係数)これが位置のエネルギーの減少に等しいのであるから

$$\bar{f} \cdot \bar{\mu} (\delta z) = G_s \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_{50}}{2} \right)^3 g (\delta z)$$

これから

$$\bar{f} = \pi G_s D_{50}^3 g / 6 \bar{\mu} \quad \dots\dots(14)$$

となり、一つの粒子が鉛直方向に流下している場合、動的マサツ係数が一定なら流動部分の平均拘束圧は深さにかかわらず一定であるという結論になる。もし、流線が鉛直方向と θ の角度で曲がっている場合は

$$\bar{f} = \pi G_s D_{50}^3 g \cos \theta / 6 \bar{\mu} \quad \dots\dots(15)$$

となり $\cos \theta$ に比例することになる。

次に、流出から静止に移行した場合の考察を行う。

(8)式から

$$-(h-h_L) = -h_0 = \left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma_1} \right) - \left(\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma_2} \right)$$

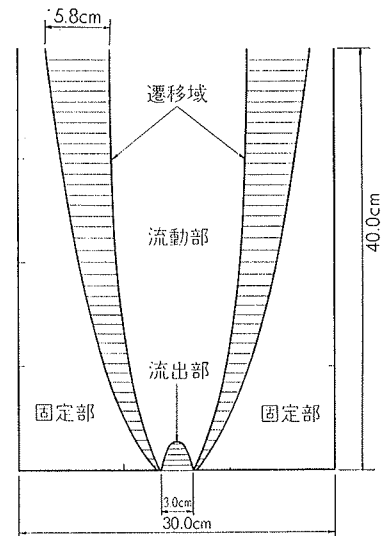
となり、静止時では、 $v_1=v_2=0$ 、 $p_1=0$ であるから

$$p_2 = \gamma_2 h_0 = \text{const.} \gamma_2 \phi^2 \quad \dots\dots(16)$$

となる。静止時には流出口の板に作用する圧力は γh であるが、一度それを流下させてから静止させると、その板にかかる圧力は変化して $\gamma_2 h_0$ に等しくなり、流口径との関係は $p_2 \propto \phi^2$ となる。

4. 流動部の形について

図一19に示すのは、直径 $D=2.375\text{mm}$ の鋼球を傾斜した平面上に配置し、 $\phi=3.0\text{cm}$ の流出口で流した場合の流動部、流出部ならびに固定部の形である。固定部と表現したところは、鋼球粒子が流出時にも動かず固定しているところであり、遷移部と表現したところは、流出時に粒子が動いたり動かなかったりするところである。流動部の形は放物線の如きであるが、いわゆる安息角と一致しないのは疑問として残る部分である。



図一19 二次元鋼球モデルによる流動部の形

5. あとがき

粒状体の流出というテーマに関しては、液体のそれとは性質を異にする面が多く、未知の部分が多い。以上の報告は実験結果をそのまま記した部分とそれより演繹した部分よりなるが、後者については今後の実験により確かめていかねばならぬものと思われる。

例えば、 $v \propto \phi$ 、 $p_2 \propto \phi^2$ の関係の妥当性の検証が必要であると思われる。

参考文献

- 1) K. Terzaghi: Stress Distribution in Dry and Saturated Sand above a Yielding Trap Door. Proc. of Intern. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., Cambridg, Mass. 1936
- 2) 村山他: アルミ棒積層体によるトンネル切羽の安定に関する模型実験, 竹中技術研究報告第12号 1974