

# 鉄骨造3層2スパンフレームの共振実験による減衰常数の検討

昇 高 淳 岡 田 宏  
武 田 寿 一 表 佑太郎

## Experimental Studies on Damping Factor of the 2 Bay-3 Storied Model Steel Structure by Resonance Tests

Sunao Shotaka Hiroshi Okada  
Toshikazu Takeda Yutaro Omote

### Abstract

In order to appreciate the elasto-plastic behavior of steel frames in dynamic motion, several series of tests have been executed and analytical studies have also been carried out. In order to obtain more precise and extensive information, additional static and dynamic tests have now been executed on a two-bay, three-storied portal steel frame. In this paper, the experimental and the analytical results of resonance vibration tests are reported. The conclusions are summarized as follows: i) After strong ground motion tests by simulated earthquake input, natural periods of the specimen became longer than the initial ones and the damping factor of the first mode became larger. ii) Damping factors in the elastic range were very small and were not the type of internal viscous damping. iii) Concerning to the data processing, in order to evaluate damping factor more precisely, the analytical method 1, which used transfer functions for multi-degrees of freedom and was reported herein, was recommendable with use of this analytical method. The phase-lags of each story to the base motion, observed during experiments, was well explained.

### 概 要

鉄骨フレームの弾塑性振動時の諸性状の把握を目的として振動実験を行い、復元力特性や減衰項の取扱い方法について各種の解析による検討を行って来た。今回さらに詳細な検討や、その他の諸問題の研究のために静的実験から動的実験まで一連の実験を行った。本論はこの中で、鉄骨造3層2スパンフレームの供試体による共振実験に関するもので結論は次の通りである。i) 部材が塑性履歴を受けると固有周期がのがび、1階柱脚部の塑性化により1次の減衰常数が特に大きくなる。ii) 弹性範囲内での減衰常数は非常に小さく、また従来いわれているような内部粘性型とならない。iii) データ処理方法に関して、正確にデータ処理をするためには、多質点系伝達関数を使用した本解析方法が良い。この方法によればベースに対する各層の位相遅れの実験値もうまく説明できる。

### 1. 序

既報<sup>1)</sup>の通り鉄骨フレームの弾塑性時の動的性状を調べる目的で鉄骨3層2スパンフレームの振動実験を行い、復元力特性の考え方、減衰項の取扱い方法に関して各種の解析方法による実験結果との比較検討を行って来た。今回これらの問題点をさらに詳細に検討するため一連の実験を行った。供試体は載荷方向2スパン、直交方向1スパンの全溶接による鉄骨3層ラーメン構造とし、実験はこの供試体を振動台に固定し、

全部材が弾性範囲内となる小さな入力レベルでの模擬地震波による弾性振動実験と、大きな入力レベルによる弾塑性振動実験を行い、そして共振実験をそれらの前後、および中間の合計3回行った。さらに供試体の性状把握のために、素材の引張、圧縮繰返し載荷実験と、供試体と同一断面形状を持つ十字型接合部の正負繰返し載荷実験を行った。本報告はこれらの実験のうち共振実験に関するもので、弾性範囲内での減衰項、および模擬地震波による弾塑性振動実験後の固有振動数、減衰常数について述べている。さらに減衰常数そ

の他を求めるデータ処理方法に関して、1質点系伝達関数式を振動モデルの質点数だけ重ね合わせて得られる伝達関数式を用いる従来の方法<sup>2),3)</sup>と、最初から多質点系伝達関数式を用いる方法との比較検討を行っている。

## 2. 実験概要

### 2.1. 供試体説明

供試体は図-1に示すような3層鉄骨造で、加振方向のY方向フレームは、柱、梁共ビルトアップH型鋼を強軸まわりに使用し、パネル部分を水平リブプレートで補強した純ラーメン構造である。X方向フレームは梁にビルトアップH型鋼を強軸まわりに使用し、接合部は梁のウェブのみ柱に溶接し、ピン接合に近くした。各層の重りはY方向梁、柱に曲げモーメントが生じないようにX方向梁に直接のせ、さらに梁端部をピン接合に近くして柱の弱軸まわり曲げモーメントの発生を防いだ。降伏は柱の上下端に塑性ヒンジが発生する柱降伏タイプとした。

### 2.2. 実験説明

共振実験は図-2に示すように供試体を振動台に固定し、一定振動数の正弦波形で振動台を振動させ、供試体が定常振動になった後にA1よりA4の4ヶ所に設置した加速度計で加速度を検出し、結果をすべてデータレコーダーに記録した。この時の振動台の加速度レベルは供試体の動的性状が共振実験により変化しな

い程度の小さなレベルとし、入力振動数は2.0より10.0 Hzの範囲で変化させ、特に共振振動数近辺では小さな間隔で変化させた。実験は表-1に示すように荷重履歴のない状態でS-1を、次に全部材が弾性範囲内の応力状態での模擬地震波による弾性振動実験後S-2を、さらに大きな入力による弾塑性振動実験後S-3を行った。S-3実験時にはすでに1階柱脚部のフランジ、ウェブに局部座屈による亀裂が発生していた。

## 3. 実験データ処理

データレコーダーに記録された波形を1/200秒間隔でA-D変換し、当社電算機(IBM 370/158)により下記の要領でデータ処理を行った。

- i) 測定波形の例として図-3に、S-1の1次固有振動数時の各層の加速度波形を示すが、同図より1次固有振動数以外の他の振動数成分が混入し、特にベ

実験順序	実験名称	実験種別	説明
1	S-1	共振実験	初期状態でのf <sub>j</sub> , h <sub>j</sub> , X <sub>j</sub> の検討(j=1, 3)
2	E L	弾性振動実験	模擬地震波による弾性範囲内の振動実験
3	S-2	共振実験	主にf <sub>j</sub> , h <sub>j</sub> , X <sub>j</sub> の検討
4	P L	弾塑性振動実験	模擬地震波による塑性域を含めた振動実験
5	S-3	共振実験	一部の部材が降伏した後のf <sub>j</sub> , h <sub>j</sub> , X <sub>j</sub> の検討(j=1, 3)

注) f<sub>j</sub>, h<sub>j</sub>, X<sub>j</sub>はj次の固有振動数、減衰常数、モードベクトルを示す。

表-1 実験種別

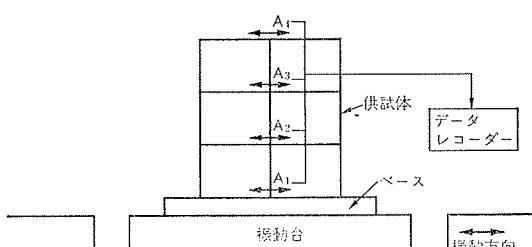


図-2 実験方法および測定位置

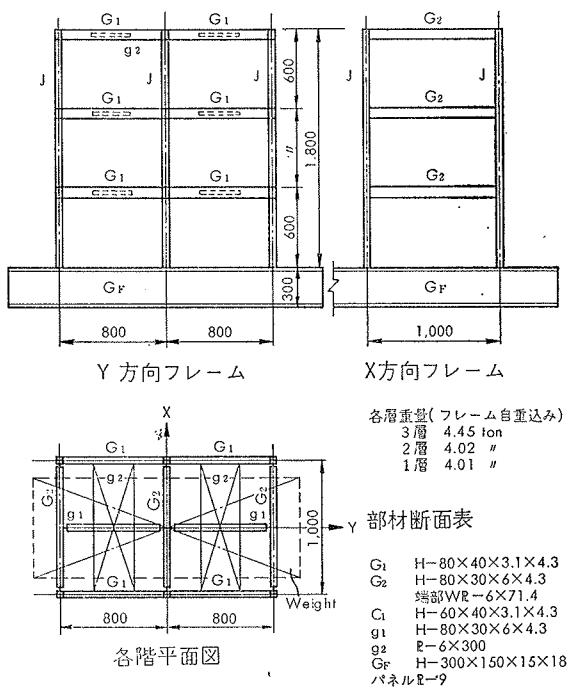


図-1 供試体説明図

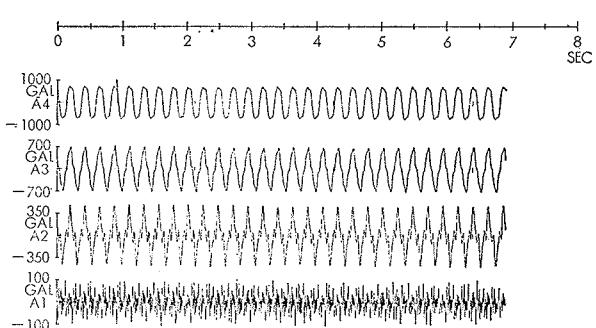


図-3 S-1の1次固有振動数時の波形

(f<sub>1</sub>=3.708Hz)

ス (A 1)においてその傾向が著しい事がわかる。他の振動数時においても同じ傾向が見られ、その原因は振動台の能力に比べて供試体の重量が若干大きいためと思われる。このため加速度振幅を図上より直接読み取る事が困難となり、フーリエ分解により求める事にした。フーリエ分解を短い測定データに使用すると、処理データ時間長さが振動数、振幅に影響を与えるため、本報告ではそのデータに含まれている主要振動数の振幅が最も大きくなる時、即ちその主要周期の整数倍の時間長さを処理データ時間長さとした。すなわち振幅が最も大きな層のデータに着目し、それに含まれる主要振動数および主要周期の概略値を求め、その周期の整数倍のデータ時間長さを基準として 1/100sec ずつデータ長さを変化させてフーリエ分解し、先に求めた主要振動数の概略値近辺で振動数の振幅を最も大きくせしめるものをデータ長さとする。

ii) 全層に関して上記データ長さでフーリエ分解し、ベース加速度振幅が 3.5gal 以上の振動数と、その時の加速度振幅、ベースに対する各層の応答倍率および位相遅れを求めた。応答倍率の実験値を図-6 に、位相遅れを図-8 に示す。

iii) 次に固有振動数、モードベクトル、刺激関数を求め結果を表-2、図-5 に示す。固有振動数は応答倍率が最大となる振動数としたが、この時のベースに対する各層の位相遅れは理論上  $\pi/2$ rad. となるはずであるが、図-8 上示すように実験では  $\pi$  または 0 rad. となり、この振動数近辺で位相が  $\pi$ rad. だけ急激に変化していた。これは実験中固有振動数と思っていた振動数が若干ずれていたためと思われる。次にモードベクトルを各次の固有振動数時の各層の加速度振幅の比率より求め、これと各層の質量より刺激関数を求めた。尚 S-2 の、2, 3 次刺激関数は、S-1 の値をそのまま使った。これは同実験が 1 次固有振動数近辺しか測定しておらず、フーリエ分解時に 2 次的に含まれていた振動数の加速度振幅より 2, 3 次の刺激関数を求めるに、その直交性が悪くなるからである。

iv) 以後次節に述べる解法一

1, 2 により減衰項の検討を行った。

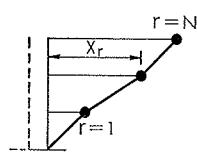


図-4 N 質点解析モデル

#### 4. 解析方法

##### 4.1. 基本式

図-4 に示す N 質点系の弾性応答の運動方程式は次

式となる。

$$[m] \{ \ddot{x} \} + [c] \{ \dot{x} \} + [k] \{ x \} = -\ddot{y} [m] \quad \dots\dots(1)$$

ここで [m], [c], [k] は各々質量、減衰、剛性マトリックスを示し、{x}, {y} は地盤に対する質点の相対加速度ベクトル、地盤の加速度を示す。地盤の加速度を次式のような正弦波と考えると、

$$\ddot{y} = \alpha e^{i\omega t} \quad \dots\dots(2)$$

となり、各質点の絶対加速度は次式となる。

$$\{ \ddot{x} + \ddot{y} \} = \sum_{j=1}^N \{ x_j \} \beta_j S_j(i_\omega) \alpha e^{i\omega t} \quad \dots\dots(3)$$

$$\text{但し } S_j(i_\omega) = \frac{1 + i 2 h_j \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 + i 2 h_j \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)}$$

となり、{x\_j},  $\beta_j$  は j 次のモードベクトル、刺激関数である。次に  $S_j(i_\omega)$  を実部  $p_j$  と虚部  $q_j$  にわけると、

$$S_j(i_\omega) = p_j + i q_j \quad \dots\dots(4)$$

$$p_j = \frac{a_j + b_j^2}{a_j^2 + b_j^2} \quad q_j = \frac{b_j(a_j - 1)}{a_j^2 + b_j^2}$$

$$a_j = 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \quad b_j = 2 h_j \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right) \quad j = 1, N$$

となり、(4)式を(3)式に代入し  $\alpha$  で除すると、

$$\frac{\ddot{x} + \ddot{y}}{\alpha} = Z_r e^{i(\omega t - \varphi_r)} \quad \dots\dots(5)$$

$$\text{但し } Z_r^2 = [\sum_{j=1}^N \phi_{rj} q_j]^2 + [\sum_{j=1}^N \phi_{rj} p_j]^2$$

$$\varphi_r = \tan^{-1} \left[ \frac{-\sum_{j=1}^N \phi_{rj} q_j}{\sum_{j=1}^N \phi_{rj} p_j} \right]$$

となり、 $Z_r$ ,  $\varphi_r$  は各々 r 層の応答倍率、ベースに対する位相遅れを示し、 $\varphi_{ri}$  は r 層 i 次モードの刺激関数を示す。 $Z_r^2$ ,  $\varphi_r$  は最終的に次式となる。

$$Z_r^2 = \sum_{j=1}^N \phi_{rj}^2 Q_{jj}^2 + 2 \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^j \phi_{rj} \phi_{rk} Q_{jk}^2 \quad \dots\dots(6)$$

$$\text{但し } Q_{jj}^2 = \frac{1 + 4 h_j^2 \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right]^2 + 4 h_j^2 \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2}$$

$$Q_{jk}^2 = \frac{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 + 4 h_j \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \right]}{\left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right]^2 + 4 h_j^2 \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right\}}$$

$$+ 4 h_k \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \right] + 4 h_j h_k \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^3 \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^3 \\ \times \frac{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \right]^2 + 4 h_k^2 \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2}{\left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \right]^2 + 4 h_k^2 \left( \frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \right\}}$$

$$\varphi_r = \tan^{-1} \left[ \frac{\sum_{j=1}^N \phi_{rj} \frac{2h_j(\omega/\omega_j)^3}{\left[1 - (\omega/\omega_j)^2\right]^2 + 4h_j(\omega/\omega_j)^2}}{\sum_{j=1}^N \phi_{rj} \frac{1 - (\omega/\omega_j)^2 + 4h_j(\omega/\omega_j)^2}{\left[1 - (\omega/\omega_j)^2\right]^2 + 4h_j(\omega/\omega_j)^2}} \right] \quad \dots\dots(7)$$

## 4.2. 解法一

本解法は  $N = 3$  の時の(6)式を使って最少自乗法により各次の減衰常数を求めるものである。具体的にはまず全次数の減衰常数を仮定する。次に 1 次の減衰常数を求める時には、共振曲線の 1 次の山部分、即ち 8.5 Hz 以下の全層のデータに関して、(6)式に測定振動数と仮定減衰常数、刺激関数を代入して求まる応答倍率と測定応答倍率との差の自乗和を求める。次に 1 次の減衰常数のみ変化させて自乗和が最少となる時の値を求める。2.

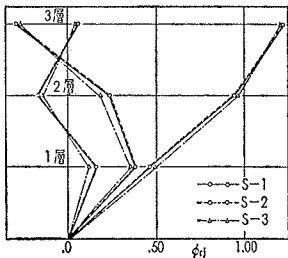


図-5 刺激関数

3 次の減衰常数についても同じようにして求めるが、その時使用するデータは 2 次については 8.5~15.0

実験名称	層数 r 次数 j	刺 激 関 数 $\phi_{rj}$			固有振動数 $f_j$ (Hz)	減衰常数 $h_j$ (%)
		1	2	3		
S-1	1	.4615	.9459	1.2211	3.708	.382
	2	.3758	.2395	-.2910	11.518	.189
	3	.1621	-.1720	.0635	18.144	.315
S-2	1	.4600	.9448	1.2215	3.711	.655
	2	.3758	.2395	-.2910	11.460	.436
	3	.1621	-.1720	.0635	18.053	.221
S-3	1	.4926	.9662	1.2102	3.571	2.739
	2	.3606	.1862	-.2711	10.967	.225
	3	.1195	-.1428	.0555	17.718	.176

表-2 解法一による振動性状

解法 次数 j	層数 r 次数 j	刺 激 関 数 $\phi_{rj}$			減衰常数 $h_j$ (%)	比率の平均値 (%)
		1	2	3		
2A	1	.6010 (130)	1.2494 (132)	1.6079 (132)	.506 (132)	( $\phi_{rj}$ : 133 ) ( $h_j$ : 140 )
	2	.5128 (136)	.3075 (128)	-.3939 (135)	.255 (135)	
	3	.2054 (127)	-.2442 (142)	.0836 (132)	.480 (152)	
2B	1	.3459 (75)	.6465 (68)	1.1199 (92)	.286 (75)	( $\phi_{rj}$ : 80 ) ( $h_j$ : 76 )
	2	.2535 (67)	.1541 (64)	-.2693 (93)	.136 (72)	
	3	.1579 (97)	-.1762 (102)	.0391 (62)	.257 (82)	

注) ( ) の値は解法一に対する比率 (%)

表-3 解法二による S-1 の結果

Hz, 3 次については 15.0 Hz 以上の範囲のものとする。このようにして全次数の減衰常数を求め、これを新しい仮定値として再び同じ計算を繰返し、両者が一致した時が求める各次減衰常数となる。その結果を、図-6、表-2 に示す。

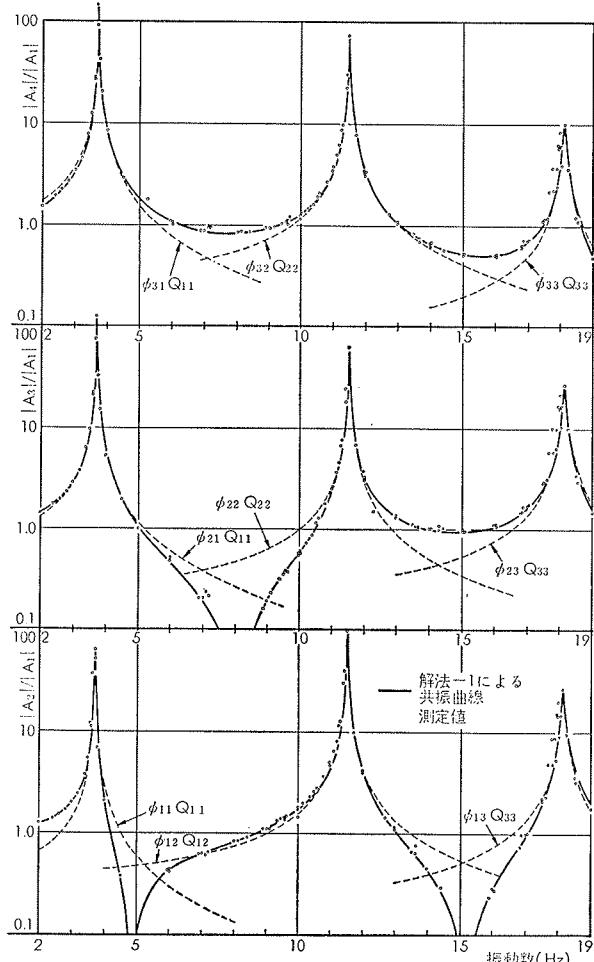


図-6 解法一による S-1 の共振曲線

## 4.3. 解法二

本解法は解法一とほぼ類似した解析方法であるが次の点で相異がある。第 1 は解法一で(6)式を使用するのに対して、本解法では 3 質点系の伝達関数式は各次の固有振動数を持つ 1 質点系の式の和と仮定し次式を使用する点である。

$$Z_r = \sum_{j=1}^3 \varphi_{rj} Q_{jj} \quad \dots\dots(8)$$

第 2 は、解法一では刺激関数をあらかじめ求めにおいて減衰常数のみ未知数として最少自乗法により求めるのに対して、本解法では減衰常数と刺激関数を未知数とした。全未知数を同時に求めるに解析が複雑となるため、全データを各層ごとのデータ群に分割し、未知数を全次数の減衰常数とその層の全次数の刺激関数として最少自乗法により解析した。従って減衰常数

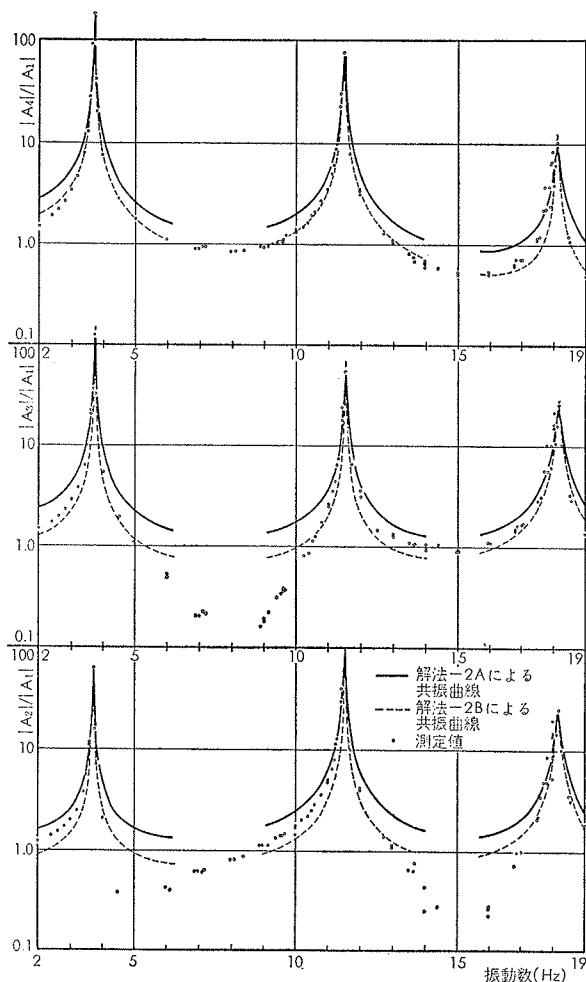


図-7 解法-2によるS-1の共振曲線

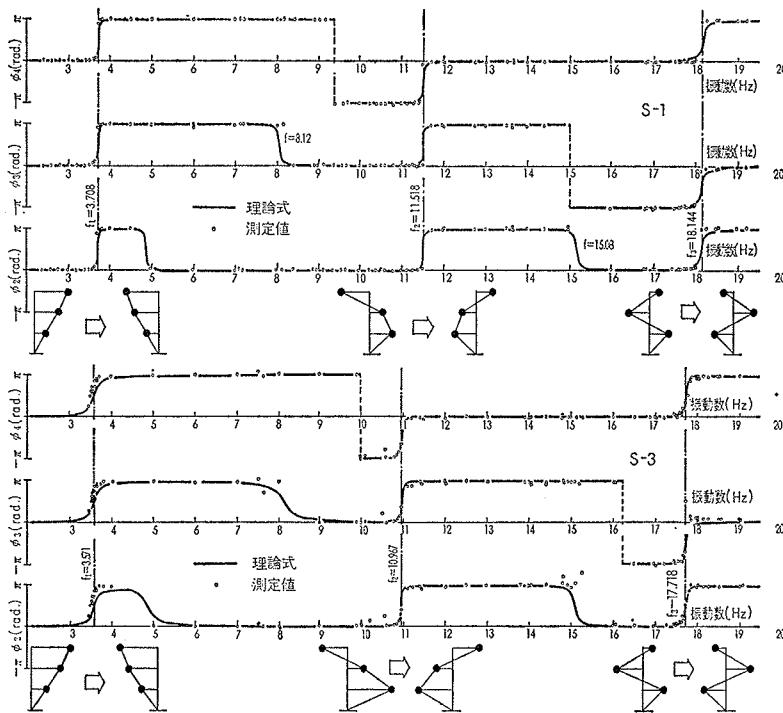


図-8 ベースに対する各層の位相遅れ

は各層について求まるため、それらの平均値を採用した。

第3は、誤差の評価方法に関するもので、本解法では2種の方法で解析した。解法-2 Aは解法-1と同じ誤差評価方法で、応答倍率の大きさに無関係に一律に評価する場合であり、解法-2 Bは応答倍率の小さいデータに重みをかけて評価する場合、即ち(8)式より求まる値と実験値の両者について各々常用対数値を求めてそれらの差を誤差とする場合である。解析結果は図-7、表-3に示す。

## 5. 考察

### 5.1. 解法-1によるS-1, 2, 3の比較

表-2、図-5より次の事がわかる。S-1とS-3を比較すると、S-3は一部の部材が塑性域に入っているため固有振動数が2~5%小さくなり、即ち固有周期が全次数について長くなり、刺激関数にも違いが見られる。減衰常数は1次が0.38%より2.74へと大きくなるが、他の次数についてはあまり変化が見られない。これは1次モードの変形に対して大きな影響を与える1階柱脚部の塑性化が大きかったためと思われる。次にS-1とS-2を比較すると、固有振動数、刺激関数(1次のみ)について大きな変化は見られず、ただ減衰常数が少し大きくなっている程度である。これより弾性範囲内の振動実験では建物の性状はほとんど変わらなかった事がわかる。さらに従来減衰常数は

高次になる程大きくなるといわれているが、S-1、S-2ではその傾向は見られなかった。

### 5.2. 解法-1と解法-2の比較

S-1について各解法結果を比較すると、図-6の解法-1では共振曲線の山および谷部分の全領域にわたって良く一致しているが、図-7の解法-2 A、解法-2 B共あまり一致せず、特に1層の1、2次間、2、3次間の谷部分の振動数領域と、2層の1、2次間の谷部分の振動数領域に、次節に述べるような応答倍率が0となる所(位相が逆転する所)があらわれていない。さらに解法-2 Aと2 Bの比較では、応答倍率の小さい側に重みを考えた2 Bの方が2 Aの下側となっている。表-3の刺激関数の各層について全次数の和を求めると、2 A、2 Bで各々1.30, 0.80となり、直交性が悪く、各次の減衰常数の平均値は解法-1に比

べて2A, 2Bは各々140, 76%となっている。これらのことより解法一2によると誤差がかなり大きくなり、特に応答倍率の小さなデータまで使用する時には注意が必要である。

### 5.3. 位相遅れについて

(7)式に解法一1の結果を代入し、各層のベースに対する位相遅れを実験値と共に図-8に示す。同図より実験値と良く一致している。また同図より全層同時に位相が逆転する所 ( $\phi$  が 0 より  $\pi$  rad. または、その逆になる所) と、一層ごとに逆転する所が見られる。前者は各次の固有振動数を境として全位相が逆転し振動モードに変化がない所であり、後者は1次モードから2次へ、2次モードから3次へと振動モードが変わる所で、その振動数時のその層の応答倍率が 0 となる所である。図-6の共振曲線の図にもその傾向が見られる。減衰常数を 0 として(7)式より  $\phi_r = \pm\pi/2$  時の解を求めるとき表-4となり、図-8の結果と一致する。次にS-1とS-3を比較すると、1次減衰常数はS-3の方が大きいため位相遅れの変化もゆっくりしている事がわかる。

実験名称	f (Hz)		
	r=1層(A2/A1)	r=2層(A3/A1)	r=3層(A4/A1)
S-1	4.88, 15.18	8.05	53.87
S-2	4.88, 15.10	8.03	59.15
S-3	4.86, 15.08	8.12	—

注) 上記の f 値以外にも各次の固有振動時に  $\phi_r = \pi/2$  となる

表-4 ベースに対する位相遅れ ( $\phi_r$ ) が  $\pm\pi/2$  になる時の振動数 (f)

## 6. 結論

本論を通じて次の事がわかった。

- i) 表-2に示すように S-1に対する S-3の固有

振動数は小さくなり、減衰常数は特に1次が大きくなつた。これは S-3 の前に行つた弾塑性振動実験により、部材が塑性域に入ったため固有周期がのび、特に1階柱脚部の塑性化が非常に進んでいたために、1次モードに関係する1次減衰常数が大きくなつたと考えられる。S-1, S-2の減衰常数は内部粘性型のような固有振動数に比例するタイプとならず、ほぼ一定値となりその値も非常に小さいものである。

- ii) 1質点系の伝達関数の単純重ね合せ方式（解法一2）を応答倍率の小さな範囲まで使用した場合、理論値と実験値はあまり一致せず、そのため減衰常数に誤差が多く含まれる。
- iii) ベースに対する位相遅れは、本論に示した理論式は実験値に良く一致し、さらに各次の固有振動数を境として全層の位相が逆転する事、モードが変化する時順次1層ずつ位相が変わる事が実験的にもうかがう事が出来た。
- iv) 今回のように同一実験結果に各種の振動数を含む場合、従来のように波形のプロッター図より加速度振幅を読み取ると精度が悪くなるが、本論のようにフーリエ分解を使ったデータ処理方法によれば充分良い精度が得られる。

## 参考文献

- 1) 岡田宏他4名：鉄骨造1層1スパンフレームの衝撃荷重および鉄骨造3層2スパンフレームの振動実験、大林組技術研究所報、No.7, 1973
- 2) 大谷圭一：伝達関数の数式近似について、建築学会大会号、昭和50.10
- 3) 広松 猛：強制振動実験における解析法へのアプローチ、建築学会論文報告集、No.200、昭和47.10
- 4) 田治見宏：建築振動学、コロナ社