

鉄筋コンクリート柱の付着について（その1）

——平面保持を仮定した場合の理論式の検討——

武田 寿一
吉岡 研三

Bond Characteristics of Reinforced Concrete Columns (Part 1) —Theoretical Investigation—

Toshikazu Takeda
Kenzoh Yoshioka

Abstract

In many standards for reinforced concrete structures the method of checking bond stresses between reinforcing bars and concrete of girders is based on the following assumptions: (1) the plane of a section remains a plane after deformation, and (2) the arm of the resisting moment of a section along a member is constant. For columns, however, the second assumption is not acceptable under the first assumption because of axial load effects. In this report, equations for checking bond of a column are derived both for working stress and the ultimate stress state with the first assumption mentioned above, and bond characteristics are discussed through examples of calculation results.

概 要

現在のコンクリートに関連する諸規準では、曲げとせん断を受ける部材の付着応力度の算定については、平面保持を仮定し、断面内の圧縮合力と引張合力との応力中心距離を一定として検討する方法を一法として採用している。曲げ、せん断、軸方向力を受ける柱についてもこの方法を準用している。しかし、柱主筋がなくとも若干の曲げ、せん断に抵抗することができ、柱主筋が少い時には、現行の付着応力度算定式では、過大な付着応力度を見込むことになって不合理である。本論文では、柱の場合について、曲げに関する平面保持を仮定し、許容応力度設計、ならびに終局強度時の付着検討式の誘導を行ない計算例を通じて定量的定性的に検討を加えたものである。

はじめに

鉄筋コンクリート構造は所謂合成構造であり、その一体性を第一義的に鉄筋とコンクリート間の付着特性に期待している。現在の鉄筋コンクリートに関連する諸規準では、曲げ、ならびにせん断力を受ける部材の付着については、平面保持の仮定と、曲げに対する断面の応力中心距離を一定として導いた検討式 $\tau = Q/\phi j$ (τ : 付着応力度, Q : せん断力, ϕ : 鉄筋周長, j : 応力中心距離) を使用していることが多い。しかし更に軸方向力を受ける柱については検討がなされておらず、はりの場合を準用しているようである。軸方向圧縮応力が作用している場合には、無筋コンクリートでも、

若干の曲げおよびせん断力に抵抗することが出来、はりの場合の検討式を一般には準用することが出来ない、すなわち主筋量が少ない場合には過大な付着応力度を見込むことになって不合理である。

本報告では、長方形断面柱について曲げに関して平面保持を仮定した場合の付着検討式の誘導と若干の計算結果についてのべる。

1. 付着検討式

図-1 に示すように、軸方向圧縮力 N 、せん断力 Q を受ける長方形断面を持つ単純支持材を考えその支持点からその距離 x にある断面での引張鉄筋合力を T とし、コンクリートの引張強度を無視すると、圧縮合力

Cは $C = T + N$ となる。その応力中心距離を j とし、微少長さ dx 離れた面を考えると、引張合力は $T + dT$ 、圧縮合力は $C + dT$ 、応力中心距離は $j + dj$ となる（負号は図示の矢印の方向を正する）。

鉄筋の付着応力度 τ_b 、 x 点での曲げモーメントを M とするとモーメント増分 $dM = Qdx$ から、式(1)、(2)が求まる。

$$\tau_b = \frac{1}{\psi} \frac{dT}{dx} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\tau_b = Q/\varphi \frac{dM}{dT} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで $J_b = dM/dT$ の意味を少し考える。

$$M = Qx = \left\{ j - \left(\frac{D}{2} - dc \right) \right\} N + Tj \quad \dots\dots\dots(3)$$

M についての全微分をとると、 N 、 Q を一定として

$$dM = Qdx = (N + T) dj + jdT \quad \dots\dots\dots(4)$$

式(1)、式(4)から

$$\tau_b = \frac{1}{\psi j} \left\{ Q - (N + T) \frac{dj}{dx} \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

(5)式の $\{ \}$ 内第2項は圧縮合力 $C = T + N$ の傾き $\frac{dj}{dx}$ の鉛直コンポーネントに相当し、あたかも全せん断力からこの負の付加せん断力を加えた値をせん断力とみただけ形となっている。はりの場合は鉄筋応力が低くなければ、一般に材軸にそっての j の変化は少なく、 $\frac{dj}{dx} = 0$ とみなしてよいが、柱の場合には一般には無視出来ない。

さて、 τ_b を求めるには、式(2)における dM/dT を計算すればよく、 τ_b 分布を求めるには、材軸に沿って行なえばよい。今引張鉄筋断面積 a_s 、そのヤング係数おれよびひずみを E 、 ϵ_t 、柱巾、柱丈を b 、 D とそれぞれ表わし、はりの場合にならって $J_b = dM/dT$ 、 $J_{b1} = J_b/D$ 、とすると、(2)式は J_{b1} を用いれば

$$\tau_b = Q/\varphi J_{b1} D \quad \dots\dots\dots(2)'$$

とあらわされ、 J_{b1} は(6)式によって計算出来る。

$$J_{b1} = \frac{1}{D} \left(\frac{dM}{dT} \right) = \frac{bD}{a_s} \cdot \frac{dm}{df_t} = \frac{1}{p_s} \frac{dm}{df_t} = \frac{1}{p_s E} \frac{dm}{d\epsilon_t} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに $m = M/bD^2$ 、 f_t = 引張鉄筋応力度

J_{b1} は応力中心距離比ではなく、付着検定用応力中心距離比と名づくべきものである。

以下に、圧縮側コンクリートの応力度—ひずみ関係を線形および非線形とした場合について J_{b1} を求める。

2. 圧縮側コンクリート—線形—（許容応力設計）

長方形断面について、中立軸に関する有効等価断面の一次および二次モーメントを S_n 、 I_n 、中立軸位置、

偏心距離を x_n 、 e 、でそれぞれ表わし、 d_e 、 d_t を図1のようにとり、ヤング係数比、圧縮側鉄筋比を n 、 p_s' とすると、以下の式が導かれる。

$$x_{n1} = x_n/D = 1 - d_{t1} - S_{n1}f_t/(\sigma_0 \cdot n) \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$e_1 = e/D = I_{n1}/S_{n1} + 1/2 - x_{n1} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$m = M/bD^2 = \sigma_0 \{ I_{n1}/S_{n1} + 1/2 - x_{n1} \} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$S_{n1} = x_{n1}^2/2 + np_s' (x_{n1} - d_{e1}) - np_s (1 - d_{t1} - x_{n1}) \quad (10)$$

$$I_{n1} = x_{n1}^3/3 + np_s' (x_{n1} - d_{e1})^2 + np_s (1 - d_{t1} - x_{n1})^2 \quad (11)$$

ここに $\sigma_0 = N/bD$

ここで式(9)、式(7)を f_t で微分すると、

$$\frac{dm}{df_t} = \sigma_0 \left\{ \frac{1}{S_{n1}} \frac{dI_{n1}}{dx_{n1}} - \frac{I_{n1}}{S_{n1}^2} \cdot \frac{dS_{n1}}{dx_{n1}} - 1 \right\} \frac{dx_{n1}}{df_t} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{dx_{n1}}{df_t} = \frac{-1}{\sigma_0 n} \left(S_{n1} + f_t \cdot \frac{dS_{n1}}{dx_{n1}} \cdot \frac{dx_{n1}}{df_t} \right) \quad \dots\dots\dots(13)$$

式(13)から

$$\frac{dx_{n1}}{df_t} = -S_{n1} / \left(\sigma_0 n + f_t \frac{dS_{n1}}{dx_{n1}} \right) \quad \dots\dots\dots(13)'$$

一方式(10)、式(11)を x_{n1} で微分して、

$$\frac{dS_{n1}}{dx_{n1}} = x_{n1} + n(p_s' + p_s) \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_{n1}}{dx_{n1}} &= x_{n1}^2 + 2np_s' (x_{n1} - d_{e1}) - 2np_s (1 - d_{t1} - x_{n1}) \\ &= 2S_{n1} \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

式(13)′、(14)、(15)、を用いて式(12)を求めると

$$\begin{aligned} \frac{dm}{df_t} &= \sigma_0 \left[\frac{I_{n1}}{S_{n1}} \{ x_{n1} + n(p_s' + p_s) \} - S_{n1} \right] / \left[\sigma_0 n + \right. \\ &\quad \left. f_t \{ x_{n1} + n(p_s' + p_s) \} \right] \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

従って、式(6)、式(16)から J_{b1} が求まる。

3. 圧縮側コンクリート—非線形—（終局強度）

鉄筋断面積によるコンクリートの断面欠損を考慮した一般の場合についてコンクリートの圧縮時塑性を入れて式を誘導する。

任意断面における引張鉄筋、圧縮鉄筋、コンクリートの歪度を図1に示すように、それぞれ ϵ_t 、 ϵ_c' 、 ϵ_c とする。断面でのモーメントの釣合、軸方向力の釣合および平面保持の仮定から、式(17)~式(19)を得る。

$$m = f(\epsilon_t, \epsilon_c, \epsilon_c') \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\sigma_0 = g(\epsilon_t, \epsilon_c, \epsilon_c') \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$0 = h(\epsilon_t, \epsilon_c, \epsilon_c') \quad \dots\dots\dots(19)$$

上式を ϵ_t で微分し、マトリックスで表わす。

$$\begin{Bmatrix} \frac{dm}{d\epsilon_t} \\ \frac{d\sigma_0}{d\epsilon_t} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \epsilon_t} & \frac{\partial f}{\partial \epsilon_c} & \frac{\partial f}{\partial \epsilon_c'} \\ \frac{\partial g}{\partial \epsilon_t} & \frac{\partial g}{\partial \epsilon_c} & \frac{\partial g}{\partial \epsilon_c'} \\ \frac{\partial h}{\partial \epsilon_t} & \frac{\partial h}{\partial \epsilon_c} & \frac{\partial h}{\partial \epsilon_c'} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{d\epsilon_c}{d\epsilon_t} \\ \frac{d\epsilon_c'}{d\epsilon_t} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(20)$$

式(20)を連立に解いて $dM/d\varepsilon_t$ を計算すれば J_{b1} が式(6)により求まる。長方形断面の場合は、式(17)～式(19)は、式(17)～式(19)で表わされる。

$$m = \frac{d_1^2}{(\varepsilon_c + \varepsilon_t)^2} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma \varepsilon d\varepsilon + p_s'(E\varepsilon_c' - \sigma') \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} d_1 - d_{c1} \right) + \frac{p_s E \varepsilon_t^2 d_1}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} + \sigma_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} d_1 \right) \dots\dots\dots(17')$$

$$\sigma_0 = \frac{d_1}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon + p_s'(E\varepsilon_c' - \sigma') - p_s E \varepsilon_t \dots\dots\dots(18')$$

$$0 = \varepsilon_c' - \{ \varepsilon_c - (\varepsilon_c + \varepsilon_t) d_{c1} / d_1 \} \dots\dots\dots(19')$$

式(17'), (18'), (19)'を ε_t で微分して

$$\frac{dm}{d\varepsilon_t} = \frac{1}{(\varepsilon_c + \varepsilon_t)^2} \left[\frac{-2d_1^2}{(\varepsilon_c + \varepsilon_t)} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma \varepsilon d\varepsilon - p_s' d_1 \varepsilon_c (E\varepsilon_c' - \sigma') + p_s d_1 E \varepsilon_t (\varepsilon_t + 2\varepsilon_c) + \sigma_0 \varepsilon_c d_1 \right] + \frac{1}{(\varepsilon_c + \varepsilon_t)^2} \left[d_1^2 \sigma_c \varepsilon_c - \frac{2d_1^2}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma \varepsilon d\varepsilon + p_s' d_1 \varepsilon_t (E\varepsilon_c' - \sigma') - p_s d_1 E \varepsilon_t^2 - \sigma_0 d_1 \varepsilon_t \right] \frac{d\varepsilon_c}{d\varepsilon_t} + p_s' \left(E - \frac{d\sigma'}{d\varepsilon_c'} \right) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} d_1 - d_{c1} \right) \frac{d\varepsilon_c'}{d\varepsilon_t} \dots\dots\dots(20)$$

$$\frac{d\sigma_0}{d\varepsilon_t} = \left[\frac{-d_1}{(\varepsilon_c + \varepsilon_t)^2} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon - E p_s \right] + \left[\frac{d_1 \sigma_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_t} - \frac{d_1}{(\varepsilon_c + \varepsilon_t)^2} \int_0^{\varepsilon_c} \sigma d\varepsilon \right] \frac{d\varepsilon_c}{d\varepsilon_t} + \left[p_s' \left(E - \frac{d\sigma'}{d\varepsilon_c'} \right) \right] \frac{d\varepsilon_c'}{d\varepsilon_t} = 0 \dots\dots\dots(21)$$

$$\frac{dh}{d\varepsilon_t} = \frac{d_{c1}}{d_1} - \left(1 - \frac{d_{c1}}{d_1} \right) \frac{d\varepsilon_c}{d\varepsilon_t} + \frac{d\varepsilon_c'}{d\varepsilon_t} = 0 \dots\dots\dots(22)$$

式(20)～(22)において $d\varepsilon_c/d\varepsilon_t$, $d\varepsilon_c'/d\varepsilon_t$ を消去すれば $dm/d\varepsilon_t$ が求まる。

ここに σ' は圧縮鉄筋位置でのコンクリート応力度であり、 $d\sigma'/d\varepsilon_c'$ はコンクリート σ - ε から求まる。

以上は圧縮鉄筋を弾性としているが、降伏している場合には、圧縮鉄筋に関する項を弾塑性的に扱う。

4. 計算例 1 圧縮側コンクリート—線形—

図2は $n=15$, 複筋比1の正方形柱で $d_{c1}=d_{t1}=0.1$ の場合の付着検定用 J_{b1} , f_t , σ_0 の関係を p_s に対して表わしたもので、図中実線はコンクリートの圧縮強度が充分に大きく釣合軸力以下の場合である。コンクリートの圧縮で許容モーメントがきまる場合は実線と点線との交点から J_{b1} を求める。この時の引張主筋の応力度は横軸に示される。なおコンクリート圧縮強度の2/3を許容値として用いている。

実線の傾向をみると、引張鉄筋の応力度が低い程 J_{b1}

は大きく、鉄筋比が小さい程その傾向が強い。又軸方向圧縮応力度が高くなるにつれ、 J_{b1} は大きくなるが、引張鉄筋比が多くなると軸方向圧縮応力度の J_{b1} に対する影響は小さくなる。しかしながら鉄筋比が大きく、軸方向圧縮応力度が高い場合には、通常コンクリートの圧縮強度で耐力がきまり、許容耐力時の J_{b1} はかなり大きくなる。なおこの例では圧縮筋の降伏を考慮していないが、通常のコンクリート強度、鉄筋の降伏点範囲では、圧縮筋で耐力がきまることは殆んどない。

5. 計算例 2 圧縮側コンクリート—非線形

コンクリートの応力—ひずみ関係に e 関数法を用い、コンクリート強度 $F_c=210 \text{ kg/cm}^2$, 強度時ひずみ $\varepsilon_B=2500 \times 10^{-6}$ として計算例1と同様に J_{b1} を表わしたのが図3である。実線は圧縮鉄筋の降伏を考慮していない場合で J_{b1} に対する軸方向応力度、鉄筋応力、鉄筋比の影響は計算例1の実線の場合とかなり似ているが、非線形 ($F_c=210 \text{ kg/cm}^2$) とした場合の J_{b1} は線形の時よりも若干小さい。

同図中点線は圧縮鉄筋の降伏を考慮し、また圧縮筋の降伏点を引張筋のそれと同一とし、横軸の鉄筋応力度を降伏点と読みかえて丁度引張筋が降伏した時の J_{b1} を示す。同一軸方向応力度のもとで、圧縮筋が降伏するかしないかで J_{b1} - σ_y 関係に不連続を生ずる。同図から圧縮筋の降伏による J_{b1} の低下はかなり大きいことがうかがえる。

結 び

平面保持を仮定し、圧縮側コンクリートが線形、非線形の場合について、柱の付着検討式を誘導した。二、三の計算例から軸方向圧縮応力が付着応力検定用応力中心距離比 J_{b1} に及ぼす影響はかなり大きく、引張筋比が小さく、鉄筋降伏点が低い程、又、軸方向応力が大きい程 J_{b1} が大きくなることがわかった。これはコンクリートが線形、非線形に共通な点である。

許容応力設計で軸方向応力が高く圧縮側コンクリートで耐力がきまる場合には、引張筋の応力が降伏点よりも低く、従って J_{b1} も大きくなる。

コンクリートの非線形を考えた場合、軸方向圧縮応力が高く圧縮筋の降伏を生ずると J_{b1} はかなり小さくなる点も注目すべき点であろう。

本報告では引張筋の付着について検討したが、同様に圧縮筋についても検討することが出来よう。

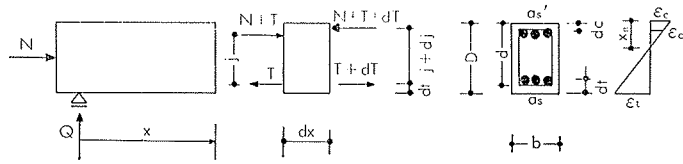


図-1 記号

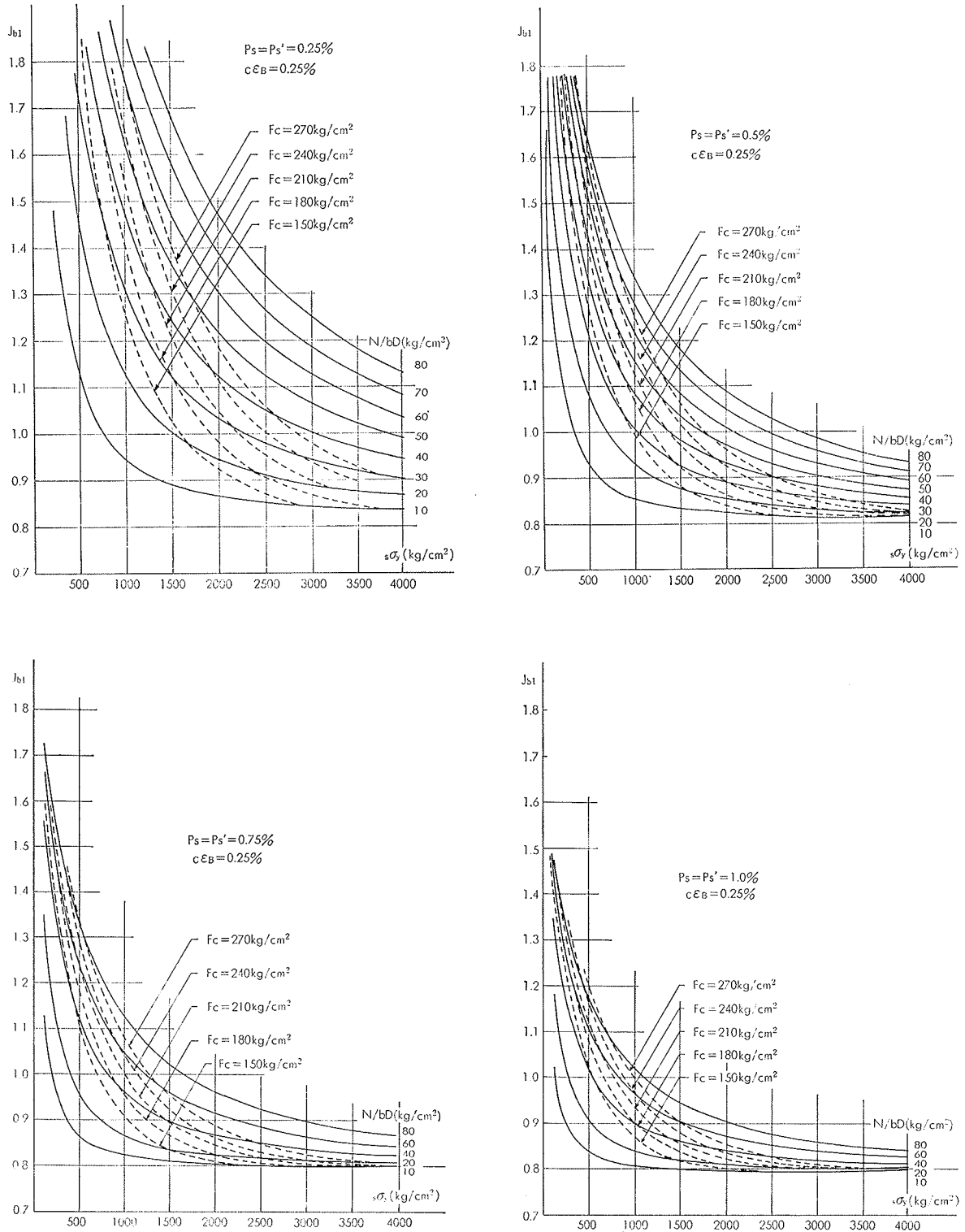


図-2 J_{b1} と s_{σ_y} の関係 圧縮側コンクリート一線形

鉄筋コンクリート柱の付着（その1）・武田・吉岡

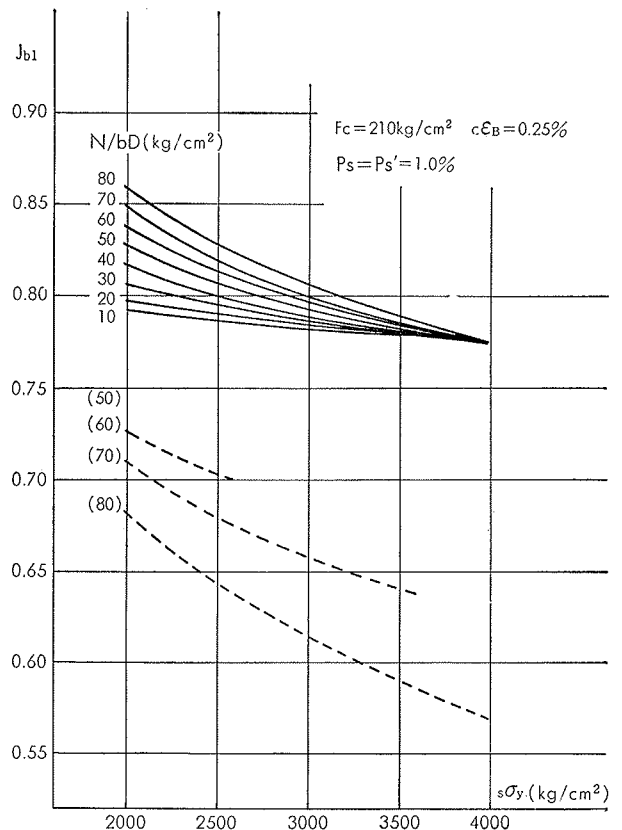
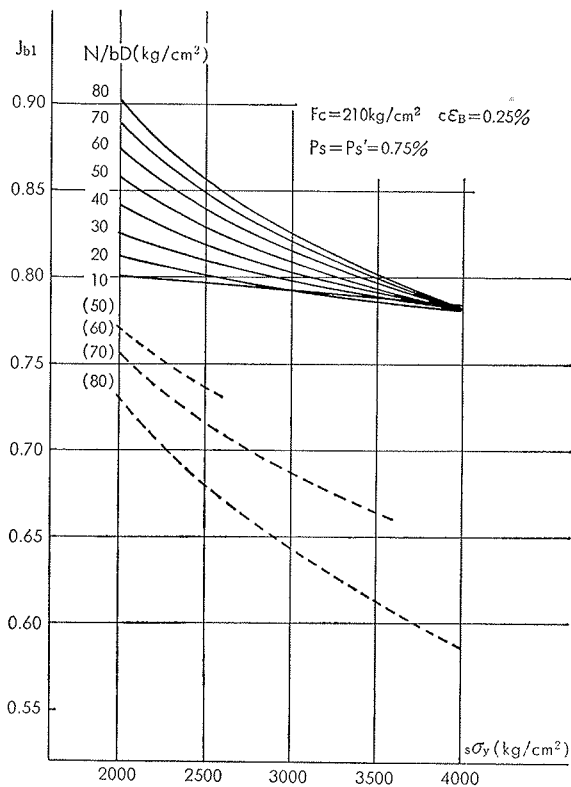
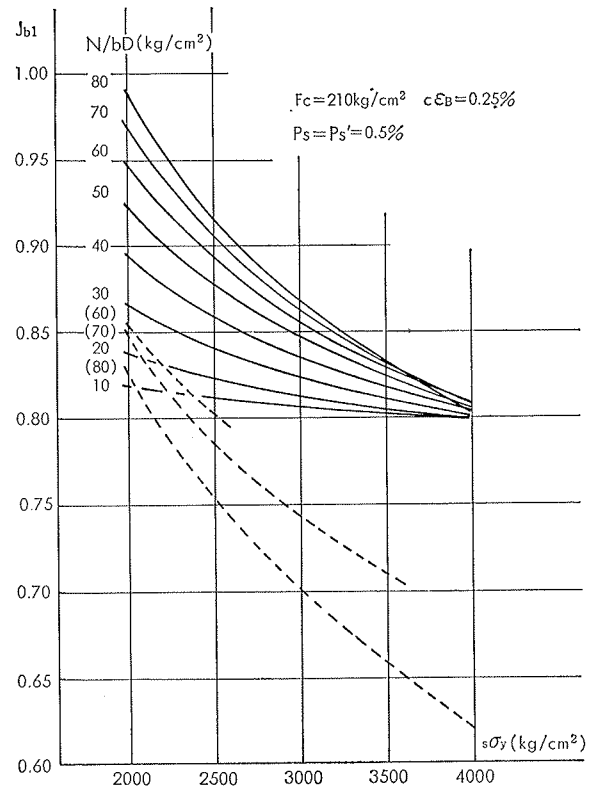
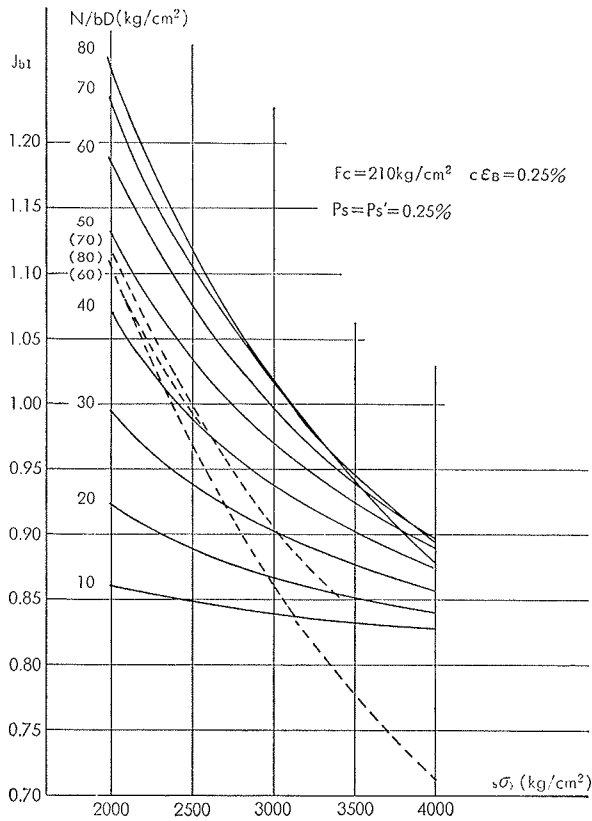


図-3 J_{b1} と $s\sigma_y$ の関係 圧縮側コンクリート—非線形—