

# 有限要素法解析に用いる地盤定数についての一考察

木村 薫 吉岡 尚也  
藤原 紀夫

## Evaluation Technique for Soil Constants in Finite Element Analysis

Kaoru Kimura Hisaya Yoshioka  
Toshio Fujiwara

### Abstract

Applications of finite element analysis for soil structures have been studied in the authors' laboratory for some time. The greatest trouble in such studies is with the evaluation technique for soil constants. In spite of this evaluation technique being extremely important, the present situation is that each researcher determines it according to his own opinions. In this present paper, the authors' concepts of the evaluation technique are described along with other difficult problems in finite element analysis.

### 概要

有限要素解析を土構造物に適用する試みについては、著者らはこれまで数多く報告してきた。この解析方法の最大の問題点は解析に用いる地盤定数の推定方法である。地盤定数の推定は重要なことでありながら、その方法は各自各様の方法で実施されているのが現状である。この報告は、この地盤定数の推定方法について著者なりの考え方をまとめたものである。合わせて、その他の有限要素解析上の問題点についても述べている。

### 1. まえがき

有限要素法が適用される土質工学の具体的な問題は、構造解析と非構造解析に大別することができる。前者には、静的な応力変形解析、粘弾性解析、温度応力解析、動的解析などが含まれ、後者には、浸透流、拡散現象、温度分布などが含まれる。そして、前者と後者を同時に含むものとして、変形しうる媒体中の流体の流れ（圧密現象）などが考えられる。

ここでは、これらのうち、構造解析の静的応力変形解析と粘弾性解析に限って、話を進めることにする。これらの有限要素解析の実用化については著者らも行なってきているし、<sup>①,②,③,④</sup> 他でも数多く報告されている。

われわれが実際の問題にこれらの解析法を適用するとき考慮しなければならないことは、解析対象物の地盤や岩盤をいかにうまくモデル化し、その地盤や岩盤

の材料定数を適確に表現して、いかに解析に導入するかということである。

表一1は、これまでに報告されている有限要素解析の中から、弾性解析<sup>⑤</sup>、粘弾性解析<sup>⑥</sup>、弾塑性解析<sup>⑦</sup>、非線形解析<sup>⑧</sup>を1個ずつ選んで、それぞれ地盤のモデル化と地盤定数を決定した根拠および実際の解析に用いている定数について表にまとめたものである。

この表からみられるように、地盤定数の決定方法は、解析方法の種類と内容によって異なっている。これらに共通している点は、地盤のモデル化は水平ないくつかの層に分けること、地盤定数は比較的ラウンドな数値が使用されていることである。

このように、地盤定数の決定は重要なことでありながら、その推定方法は各自各様の方法で実施されているのが現状である。

そこで、以後においては、著者らの行なっている地盤定数の推定方法の例を示して、読者の参考に供した

文献	解析対象構造物	解 析 方 法	地盤定数					
			地盤のモデル化	地盤定数決定の根拠	使 用 し て い る 地 盤 定 数			
A <sup>3)</sup>	シールド外周地盤の挙動 (烏山幹線下水)	弾性解析	水平な6層 (埋め土, 粘土質シルト, シルト質粘土, 粘土質シルト, シルト質砂, 砂レキ)	ヤング率; 三軸UU試験のE <sub>50</sub> とLLT試験(各2ヶ所)による。ボアソン比; 粘土系の土は0.4, 砂系の土は0.3と仮定。各種土質調査試験を併用	ヤング率; 上層から50, 30, 30, 40, 250, 400kg/cm <sup>2</sup> ボアソン比; 上層から0.4, 0.4, 0.4, 0.35, 0.30, 0.30 ※注地盤のヤング率は注入前の2倍と仮定			
B <sup>6)</sup>	タンク基礎地盤の変形 および石炭積み上げによる地盤の変形	粘弹性解析 (一般化マクスウェルモデルの5要素)	水平な3層 (砂(1) 粘土(II) 砂(III))	砂(1)は平板載荷クリープ試験による。この際ボアソン比0.4と仮定。 粘土(II)は三軸クリープ試験。 砂(III)は砂(1)の値からN値との対比により推定	注1)			
C <sup>11)</sup>	シールド外周地盤の挙動 (東京~品川シールド)	弾塑性解析 (直接反復法)	水平な4層 (中砂, 砂混りシルト, 砂レキ, 固結シルト)	ヤング率; 各種の土質調査、試験から総合判断。 ボアソン比; Terzaghi, Pokrovsky Barkanからの提案から判断。	初期ヤング率; 上層から26, 65, 300, 600kg/cm <sup>2</sup> ボアソン比; 上層から0.3, 0.475, 0.45, 0.45			
D <sup>8)</sup>	ロックフィルダムの築造過程 (深山ダム)	非線形解析 (双曲線近似増分法)	1層 (ロックフィル材料, 疑灰岩)	大型三軸試験による応力-ヒズミ曲線 (供試体3個, その側圧0.5, 1.0, 1.5kg/cm <sup>2</sup> )	K=560, n=0.46, C=0.0, φ=45° 注2) R <sub>f</sub> =0.8, G=0.33, F=0.30, D=4.10			

注1) K<sub>0</sub>; 緩和弾性率の体積成分, G<sub>1</sub>; 緩和弾性率のせん断成分, T<sub>1</sub>; 緩和時間  
注2) K, n, R<sub>f</sub>, G, F, D; 三軸試験から求められる定数, R<sub>f</sub>; 破壊比

表一 地盤定数の使用実例

いと思う。

有限要素法を土構造物に適用する場合には、解析目的を明確にして、弾性解析か、弾塑性解析か、粘弾性解析にするかを決定する必要がある。すなわち、解析しようとする土構造物の変形・応力の概略的な挙動をみたいのであれば弾性解析とする。通常はこの弾性解の合理的な第1次近似で間に合う場合が多い。しかし、複雑な土構造物ではどの部分の地盤が一番早く破壊したり塑性化するのかを見たい場合が生じるので、その場合には弾塑性解析が必要となる。さらに、シールド工事による地表面の沈下などのように、時間とともに沈下がどのように進行するかを見たい場合には粘弾性解析が必要となる。

## 2. 弾性・弾塑性解析と地盤定数

有限要素法による弾性体の解析方法については、他の文献に詳しいので省略する。弾塑性解析の方法には、種々の方法があるが、ここでは、モール・クーロンの破壊基準を用いる直接反復法を考えることにする<sup>2)</sup>。

地盤定数を推定する方法としては、①N値、②一軸圧縮試験 ③三軸圧縮試験 ④平板載荷試験 ⑤ボーリング孔内横方向載荷試験などの結果を利用する方法が考えられる。

表2は、著者らが使用している土質調査・試験の結果から地盤定数を推定する表である。この表の内容は、著者らのこれまでの10数例にのぼる解析例とそれらの実測値との比較をもとにしたもののが大部分である

が、中には独創的なものも含まれている。読者諸氏の御批判をあおげれば幸いである。

N値と地盤の変形係数(E)との関係を求めたものとして有名なのはSchultze-Menzenbachの図である。この中には12種類のEとN値の関係式が示されている。そのうち中庸なものはE=71+4.9Nである。そこで、有限要素解析に用いる地盤の変形係数を、E=α(70+5N)として、αの値がどのような場合に実測値と解析値が合うかを調べた結果が表2の中に示されている。実測値と解析結果の比較については参考文献1), 2), 3)の中で詳しく述べてある。軟弱地盤の場合には、N値そのものが意味をもたなくなるので、竹中の提唱するE=210Cu(Cu; 非排水せん断強度)を用いることとする。

弾塑性解の最終変位量は弾性解のそれよりも一般に大きめとなるため、弾塑性解析の変形係数は弾性解析のものより大きめの値を用いる必要がある。これは、実際には地盤内のある部分だけが弾塑性挙動をする場合でも弾性解析ですませることが多いからである。また、弾塑性解においては、砂地盤でも粘着力(C)をゼロと仮定できず、軟弱地盤でも内部摩擦角(φ)をゼロと仮定できない。もしこれらをゼロと仮定すれば思われる所に塑性域が発生して、現実と一致しない結果となる。

一軸圧縮試験ではq<sub>u</sub>とE<sub>50</sub>が求まる。E<sub>50</sub>と105q<sub>u</sub>はほぼ一致し、弾性解析における変形係数としてその

調査試験		N 値		一軸試験	三軸試験	平板載荷試験	LLT 試験
解析法		砂質土	軟弱粘土				
弾性解 析	E (kg/cm²)	(1.0~1.5) (70+5N)	210Cu	105qu or E <sub>50</sub>	* (180~200) Cu or E <sub>50</sub>	E <sub>30</sub>	2.5E <sub>L</sub>
	v	0.3~0.4	0.4~0.475	同左	同左	同左	0.3
弾直 塑接 性反 復 解 析法	E (kg/cm²)	** (1.2~2.0) (70+5N)	210Cu	** (120~200) qu (1.2~2.0) E <sub>50</sub>	** (200~350) Cu (1.0~1.8) E <sub>50</sub>	** (1.2~2.0) E <sub>30</sub>	** (3.0~5.0) E <sub>L</sub>
	v	0.3~0.4	0.4~0.475	同左	同左	同左	0.3
	C (kg/cm²)	*** (0.05~0.1)	N/16 or Cu	qu/2	Cu		
	φ (度)	20+√12N	*** (1.0~2.0)	(φu)	φu		
五 要素 マ ク ス ウ エ ル 解 析 分 法	E <sub>0</sub> (kg/cm²)	70+5N	210Cu	105qu or E <sub>50</sub>	(180~200) Cu or E <sub>50</sub>	E <sub>30</sub>	2.5E <sub>L</sub>
	E <sub>1</sub> (kg/cm²)	E <sub>0</sub> /20	E <sub>0</sub> /3	同左	同左	同左	同左
	E <sub>2</sub> (kg/cm²)	E <sub>0</sub> /40	E <sub>0</sub> /6	同左	同左	同左	同左
	T <sub>1</sub> (分)	N	2N or 20Cu	10qu	20Cu		
	T <sub>2</sub> (分)	10×T <sub>1</sub>	10×T <sub>1</sub>	同左	同左		
(注記)		N : N値 Cu : 非排水セン断強度(kg/cm²) qu : 一軸圧縮強度(kg/cm²)	E <sub>30</sub> ; 30cm載荷板の変形係数 E <sub>L</sub> ; LLT による変形係数		* ; quより( $\sigma_1 - \sigma_3$ )が少し大きめであるため ** ; 弹塑性解の変位は弾性解より2倍程度大 *** ; みかけの粘着力や内部摩擦角		

表-2 土質調査・試験結果から地盤定数を推定する方法

まま用いることができる。

平板載荷試験による変形係数  $E_{30}$  とは30cm径の載荷板によるものである。また、その時の荷重は地盤が降伏する少し前のものを考えている。このようにして求めた  $E_{30}$  を弾性解析に用いた場合、実測値との比較においてよい一致をみる。

LLT試験を行なうと、地盤反力係数と変形係数( $E_L$ )が求まる。 $E_L$  は他の報告にもみられるように、有限要素解析の変形係数として用いるには、数倍小さすぎる値である。表-2では、弾性解析の時 2.5 倍、弾塑性解の時は3.0~5.0倍することにしてある。

ポアソン比の推定値については、Terzaghi の提唱値に準じている。いずれにしても、ポアソン比は地盤においては0.2~0.5の範囲内のものであり、その推定誤差が計算結果に与える影響は極めて少ない。

弾塑性解析の直接反復法と増分法との差については、われわれの方法と佐々木ら<sup>⑨</sup>の方法について、同じモデルで解析してみた所、まったくよい一致を示したので、地盤定数の推定方法も同じと考えてよいように思われる。

### 3. 粘弹性解析と地盤定数

#### 3.1. 一軸・三軸・平板載荷によるクリープ試験

著者らの粘弹性解析方法は<sup>⑩</sup>、地盤を線形粘弹性体と考え、その粘弹性挙動は一般化マクスウェルモデル(5要素まで)に従うものとし、いわゆる増分法によって逐次解を求めるものである。この方法は、圧密現象を対象とするものではなく、比較的短期の地盤のクリープ解析をするのに用いられるものである。一般化

マクスウェルモデルを表わす緩和関数は次式で示される。

$$E(t) = E_0 + E_1 \exp(-t/T_1) + E_2 \exp(-t/T_2) \quad (1)$$

ここに、 $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  は粘弹性定数である。 $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  はバネ定数に相当し、 $T_1$ ,  $T_2$  は時間の次元をもつもので緩和時間と呼ばれる。

まず、一軸圧縮クリープ試験によって粘弹性定数を決定する方法について述べる。鉛直載荷応力  $\sigma_1$  を一定に保ってクリープ試験を行なうと、鉛直ヒズミの時間曲線  $\varepsilon_1(t)$  が得られる。一方、緩和関数  $E(t)$  と  $\varepsilon_1(t)$  との間には次の関係式が成り立つものとする。

$$E(t) = \sigma_1 / \varepsilon_1(t) \quad (2)$$

緩和関数は(1)式で示されるので、(1), (2)式を用いて、図上における曲線のあてはめにより粘弹性定数 ( $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ) を決定することができる。

曲線のあてはめについてもう少し詳しく述べると、赤木らは、一般マクスウェルモデルを仮定する場合には線形粘弹性解析となるため、弾性解析と粘弹性解析の対応原理から、ラプラス変換を用いて粘弹性定数を決定する方法について述べている。しかし、ここではもっとも原始的な方法すなわち、曲線の図式あてはめによる方法を用いることにする。なぜなら、赤木らの方法は非常に複雑であるが、我々の方法は簡便であり、しかもその結果はほとんど同じであるからである。

つぎに、一軸圧縮クリープ試験の実施例について述べる。供試体の採取場所は都下清瀬市の大林組技術研究所敷地内で、G L-2.0m の所の関東ローム層である。この採取場所は、後述の LLT や平板載荷クリープ試験を実施した場所と同じである。供試体の寸法は、 $\phi 50\text{mm}$ ,  $h=100\text{mm}$ とした。図-1は一軸圧縮クリープ試験を実施中の写真である。測定中の供試体の変質をさけるために、薄いビニール袋にくるんで、一定温度の水の中に入れて試験した。図-2は粘弹性定数をもとめるための  $E(t)$  曲線のあてはめの例(供試体No. 1-2)である。表-3は、このようにして求めた供試体8個の一軸圧縮クリープ試験結果の一覧表である。表の中には、粘弹性定数はもちろん、その平均値( $\mu$ )と

標準偏差 ( $\sigma$ ) も示してある。

三軸圧縮試験において、鉛直応力  $\sigma_1$  と拘束圧  $\sigma_3$  を一定に保ってクリープ試験を行なうと、鉛直ヒズミの時間曲線  $\varepsilon_1(t)$  と半径方向のヒズミ時間曲線  $\varepsilon_3(t)$  が得られる。緩和関数  $E(t)$  と  $\varepsilon_1(t)$ ,  $\varepsilon_3(t)$  の間に次式で示される関係式が成り立つものとする。

$$E(t) = (\sigma_1 - 2\nu\sigma_3)/\varepsilon_1(t) \quad (3)$$

$$E(t) = \{(1-\nu)\sigma_3 - \nu\sigma_1\}/\varepsilon_3(t) \quad (4)$$

ここに、 $\nu$  はポアソン比である。

(1)と(3)式を用いると、一軸クリープ試験の場合と同様にして、粘弾性定数を決定することができる。三軸クリープ試験の実施例については、既に大阪の地下鉄工事現場の沖積粘土について実施した例を発表してあるので、それを参照されたい<sup>4)</sup>。

平板載荷試験において、載荷重  $P$  を一定に保ってクリープ試験を行なうと、載荷板の時間に対する沈下曲線  $w(t)$  が得られる。一方、緩和関数  $E(t)$  と  $w(t)$  の間につきの関係式が成り立つものとする。

$$E(t) = P(1-\nu^2)/2aw(t) \quad (5)$$

ここに、 $\nu$ ；ポアソン比、 $a$ ；載荷板の半径を示す。ポアソン比を仮定することができれば、(1)と(5)式を用いて、上述と同様な方法で粘弾性定数を決定することができる。このクリープ試験の実施例については、後述するが、文献3)の中でも述べてある。

### 3.2. LLT によるクリープ試験

実際に利用されるボーリング孔内横方向載荷試験は、LLT と Pressiometer の2つである。LLT の一般的な試験方法については、土質工学会編の土質調査法に詳しいので省略し、著者らの考えた、LLT によるクリープ試験方法についてだけ述べる。

まず、普通の LLT 試験を実施して、セルの初期圧  $p_0$  と降伏圧  $p_y$  を求める。つぎに、場所を移動してセル圧が  $(p_0 + p_y)/2$  までは通常の LLT 試験を実施して、その後は  $p_t = (p_0 + p_y)/2$  の一定セル圧でクリープ試験を実施する。そうすると、ボーリング孔半径の時間的変化曲線  $r(t)$  を得ることができる。一方、 $E(t)$  と

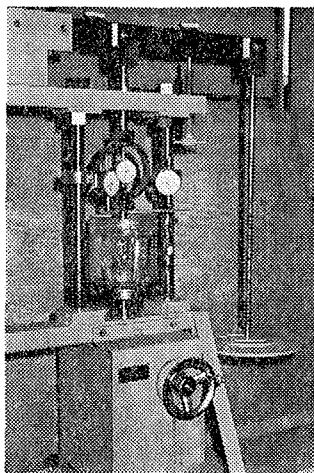


図-1 一軸クリープ試験装置

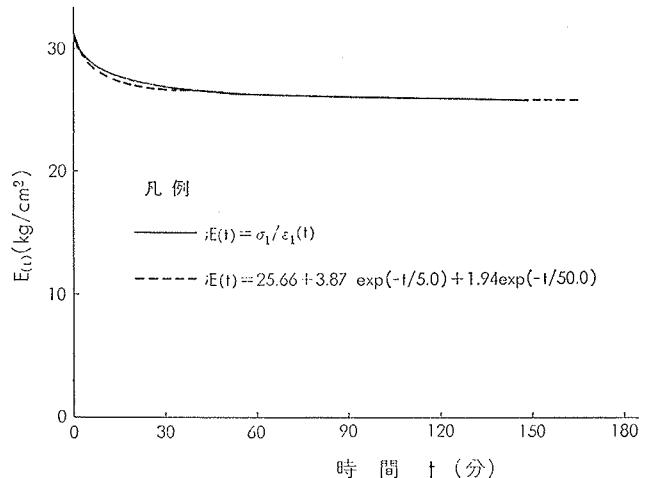


図-2  $E(t)$  曲線の図式あてはめ例 (No. 1-2)

	荷重 (kg)	鉛直応力 (kg/cm²)	$E_0$ (kg/cm²)	$E_1$ (kg/cm²)	$E_2$	$T_1$ (分)	$T_2$ (分)	$E_0 + E_1 + E_2$ (kg/cm²)	破壊応力 (kg/cm²)	水温 °C
No. 1	2.002	0.1034	16.60	1.47	0.73	3.0	40.0	18.80	0.5096	14.0
	2.002	0.1007	25.66	3.87	1.94	5.0	50.0	31.47	0.4982	13.5
	2.002	0.1015	18.67	1.39	0.69	3.5	35.0	20.75	0.6015	15.0
No. 2	4.014	0.2033	23.80	1.41	0.70	3.0	30.0	25.91	0.4043	16.0
	4.000	0.2026	16.41	0.86	0.43	4.0	40.0	17.70	0.5023	17.0
	4.000	0.2071	45.72	1.93	0.97	4.0	40.0	48.62	0.6157	14.0
No. 3	6.002	0.3070	26.14	5.20	2.60	7.0	70.0	33.94	0.4084	13.5
	6.002	0.3121	32.17	2.35	1.17	4.0	40.0	35.69	0.6203	15.0
	平均値 $\mu$		25.65	2.31	1.15	4.2	43.1	29.11	0.5200	14.8
標準偏差 $\sigma$		9.12	1.39	0.69	1.2	11.4		9.81		

表-3 一軸圧縮クリープ試験結果一覧表

試験方法	$E_0$	$E_1$	$E_2$	$E_0 + E_1 + E_2$	$T_1$ (分)	$T_2$ (分)
一軸圧縮クリープ試験	25.7	2.3	1.2	29.2	4.2	43.1
平板載荷クリープ試験	45.5	15.5	7.2	68.2	1.6	16.6
LLT クリープ試験	7.9	11.9	7.0	26.8	19.8	147.5

表-4 各種クリープ試験結果比較表

$r(t)$  との間にはつきの関係式が成り立つものとする。

$$E(t) = (1+\nu) \left\{ \frac{r_0 + r(t)}{2} \right\} (p_t - p_0) / (r(t) - r_0) \quad (6)$$

(1)と(6)式を用いれば上述と同様の方法で粘弾性定数を求めることができる。

表-5 は、LLT および Pressiometer によって地盤反力係数、変形係数と粘弾性定数を求めた結果の一覧表である。

上述したように、表-3の一軸クリープ試験と表-5の LLT クリープ試験および平板載荷クリープ試験は、当研究所内の同じ場所で実施したものであり、同じ深さのこれらを比較表にしたものを表-4に示してある。このうち、平板載荷の試験結果は、有限要素解析結果と実測値を比較してほぼよい一致をみた値であ

り、眞の値に近いと言える<sup>3)</sup>。

#### 4. むすび

有限要素解析上のその他の問題点について少しふれてみることにする。

薬液注入やケミコパイルによつて改良された地盤の定数については、改良後のN値や粘着力の増加は約2倍となるとの報告が多いことから、これをもとに、表一2から地盤定数を決定することができよう。除荷の状態の地盤挙動を解析する場合には、地盤の変形係数はみかけ上数倍大きなものとなる。

Changは、除荷時の変形係数は載荷時のそれの約3.5倍になると述べている。

地盤の中に地中連続壁や矢板壁が存在する場合、その剛性が地盤のそれに比べて非常に大きくなるため、地盤内応力に乱れが生じる。特に、上述した重ね合せ法を用いる場合には、これが顕著である。また、土留壁背面と地盤、クイと地盤などのように、明らかに不連続となるものは、ズレ要素を考えないと現実的な解を得ることは困難である。

地下水位が存在する場合には、全応力的か有効応力的に考えるかは解析対象構造物によって異なるが、全応力的考え方の方が多く用いられている。

境界拘束条件や要素分割方法などについて、常に詳しい検討をすることは、解析量が多くなるため不可能に近い。また、三次元解析は、コンピュータの容量と消費時間が膨大となって、実用的な解析は困難な現状と言えよう。

最後に、以上のようにして求めた地盤定数を使用して行なった解析結果の信頼性について考えてみることにする。今、均一な粘土地盤の挙動を考えることにし、一軸圧縮強度 $q_u$ を土質試験によって求めたとする。一般に、 $q_u$ は正規分布となり、その変動率は0.3であると言われている。さらに、変形係数は $q_u$ に比例すると仮定すれば、その変動率も0.3となる。変位量は変形係数に逆比例するので、単純な計算をすれば、変位量1cmの計算値は、0.77~1.43cmに入る確率が68.3%という意味である。

土質工学における有限要素法の最大の貢献はある人

地盤No	深 度 G.L.-m	測 定 LLT	第I土圧 P <sub>I</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	第II土圧 P <sub>II</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	地盤低数 K(1kg/cm <sup>2</sup> )	変形係数 E(1kg/cm <sup>2</sup> )	E <sub>1</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	E <sub>2</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	E <sub>3</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	T <sub>1</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	T <sub>2</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	N値(推定) 上 質
1	2.0	LLT	0.96	1.68	1.13	6.76						4
1	1.7	Pressiometer	0.22	1.70		31.96						2
2	1.7	Pressiometer	0.48	1.45		19.55						4
2	2.0	LLT (フリーフラム)										4
3	2.0	LLT	0.38	1.10	1.16	6.97						4
4	2.0	Pressiometer (フリーフラム)	0.38	(0.75)		(24.60)	9.79	8.77	6.50	11.5	145.0	8
5	2.0	Pressiometer (フリーフラム)	0.18	(1.18)		(29.50)	6.09	14.97	7.49	25.0	150.0	8
6	2.0	LLT	0.18	0.98	7.27	39.88						8
	2.0	LLT	1.01	2.51	7.50	10.36						4
	3.0	LLT (フリーフラム)	0.43	(1.89)	7.00	(19.85)	31.17	7.48	3.74	6.0	60.0	8
7	4.0	LLT	0.54	2.35	6.21	10.31						4
	5.0	LLT (フリーフラム)	0.62	(1.78)	8.92	(53.45)	29.91	6.85	3.12	7.0	70.0	8
	7.0	LLT	1.01	4.19	12.23	86.97						40
	8.0	LLT (フリーフラム)	1.68	(2.70)	14.60	(96.60)	61.11	4.72	2.36	12.0	120.0	50

( )内の値は、底の値に対する変形係数

表一5 LLT および Pressiometer 試験結果一覧表

が述べているように、「安定解析」一辺倒でよしとした時代から、いわゆる「変形解析」の時代に変えようとしている点にある。しかし、この解析方法には上述したような多くの問題点を含んでいる。これらの問題点は容易に解決つくものではないので、今後とも大いに研究を重ねるつもりである。

#### 参考文献

- 斎藤、内藤、藤原：有限要素法によるシールド外周地盤の解析、土木学会第27回講演集 III-148
- 斎藤、内藤、藤原：有限要素法によるシールド外周地盤の解析（弾塑性）、第9回土質工学発表会
- 斎藤、内藤、藤原、吉岡：有限要素法によるシールド外周地盤の解析（粘弾性）、第10回土質工学発表会
- 内藤、藤原、吉岡：有限要素法によるシールド外周地盤の粘弾性挙動解析例、大林技研所報、No. 13
- 田尾：有限要素法による地表面沈下解析、トンネルと地下、(1976. 7)
- 赤木、色部、伊藤、田村：海岸軟弱地盤の変形挙動と粘弾性解析；土と基礎、(1973. 12)
- 半谷、中井、山口、福地：シールド掘削にともなう沈下解析、土木学会誌、54-9
- 仲野、田中、山下：有限要素法による深山ダムの応力変形解析：土と基礎、(1975. 1)
- 佐々木、松本：有限要素法による土の弾塑性解析、鹿島建設技術研究年報、第20号