

くい基礎の動的 K 値と逸散減衰について

中川 恭次 安井 護
渡辺 清治 此上 典文

Dynamic Spring Constants and Radiation Damping of Pile Foundations

Kyoji Nakagawa Yuzuru Yasui
Seiji Watanabe Norifumi Konoue

Abstract

The authors have drawn up graphs for determining approximate values of dynamic spring constants and damping coefficients of pile foundations. The practical natures of these graphs are shown through comparisons with experimental results. It is assumed that pile foundations vibrate in a rocking mode and dynamic spring constants and damping coefficients of these foundations are derived from the dynamic characteristics of simple piles. As solutions for simple piles the authors make use of Tajimi's solution for horizontal vibration and Novak's solution for vertical vibration which are derived by applying the elastic wave theory on surface layers surrounding the simple piles.

概 要

くいに支持された基礎の動的なばねと減衰係数の概略的な値を求めるための図表を作成する。また、これらの図表を用いて求めた結果と実験結果とを比較する。基礎はロッキング振動をする場合を考える。このくい基礎の水平振動に関する動的なばねと減衰係数は単ぐいの水平振動の動特性の単純和で表わされるものとし、くい基礎の回転振動に関する動特性は単ぐいの上下振動特性から導びかれるものとする。この単ぐいの水平振動の解として田治見の解を利用する。また、上下振動に関する解として Novak の解を利用する。これらの解はいずれも、くいは軟弱な表層を貫ぬいて下層の剛な基盤に支持されていると仮定して、表層に弾性波動理論を適用して求められたものである。

1. まえがき

くいにより支持された機械基礎の動的設計においてくい頭部で即ち基礎底面で如何なる抵抗ばねと減衰定数を見積れば良いかということが問題になる。これらの定数の算定の根拠として波動理論解を利用することが考えられる。というのは、機械基礎はその振動振幅を十数 μ 以下の微小振幅に押えるように要求されることが多いからである。ところで、くい—地盤系の解には次の様なものがある。くいの頭部が水平に振動する場合の解は田治見¹⁾により求められた。また、くいが上下に振動する場合の解は Novak²⁾により求められた。これらの解はともに単ぐいが軟弱な表層を貫ぬいて下層の剛な基盤に支持されていると仮定して誘導されたものである。これらの解を利用して、くい1本あたりの等価剛性とか等価粘性減衰係数を求めておくことが実用上便利である。ところで、

くいの水平振動に関するこの作業は既に池田³⁾によりなされている。本報告では、この池田の研究を踏襲するとともに、くいの上下振動に関しても同様な作業を行なってみることにした⁴⁾。こうして、くい1本あたりの水平および上下振動に関する動特性がわかると、複数本のくいに支持された水平と回転に関するばね定数と減衰定数を簡単に定めることが可能となる。なお、本報告では群ぐい効果は無視している。

2. くい基礎のモデル化

図—1に対象とするくい基礎の例を示した。図中のn本のくいは表層を貫ぬいて下層の剛基盤に支持されているとする。基礎底面と地表面とは縁が切れているものとする。この基礎底面土の効果は後で半無限弾性波動理論等により考慮することが可能であるが、とりあえずその効果を無視する。このくい基礎がロッキング振動すると

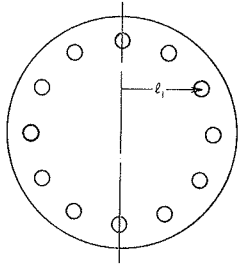
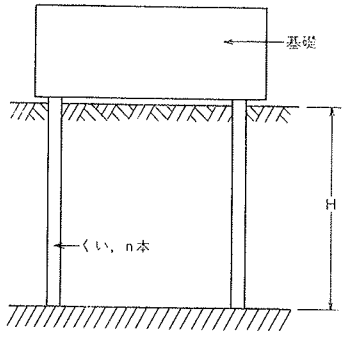


図-1 くい基礎

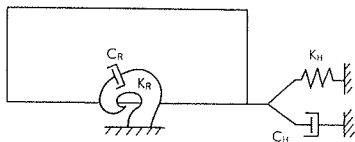


図-2 振動モデル

$$\left. \begin{aligned} K_R &= \sum_{j=1}^n l_j^2 K_{v^p} \\ C_R &= \sum_{j=1}^n l_j^2 C_{v^p} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 K_{v^p} 、 C_{v^p} は夫々、くい1本あたりのくい頭での上下振動ばねとくい頭での粘性減衰係数である。この粘性減衰係数はくい頭での上下振動に伴ない、くい周から表層地盤に逸散する波動逸散減衰に由来するものである。なお、 l_j は j 番目のくいの回転中心軸からの距離である。こうして、くい基礎が図-2のようにモデル化できると、このモデルに任意の機械振動が作用する場合の問題は簡単な2自由度系に関する振動理論で処理できる。ところで計算方法によっては、各次の減衰定数 h_j ($j=1, 2$) が必要な場合がある。そこで h_j ($j=1, 2$) を求めるための近似式⁴⁾を示しておく。

$$h_j = \frac{h_H(z_j - s)^2 + h_R \cdot e_0^2}{(z_j - s)^2 + e_0^2}, \quad j=1, 2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 z_j は j 次のモードのロッキング中心の重心からの距離であり、 s は重心の基礎底面からの距離である。また e_0 、 h_H 、 h_R は次式で与えられる。

$$e_0^2 = \frac{K_R}{K_H} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\left. \begin{aligned} h_H &= \frac{1}{2} \cdot \frac{C_H}{K_H} \omega_j \\ h_R &= \frac{1}{2} \cdot \frac{C_R}{K_R} \omega_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

する。この場合、くい基礎は図-2に示す様な簡単なモデルに置換できよう。図-2中の K_H 、 C_H は夫々次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_H &= nK_{H^p} \\ C_H &= nC_{H^p} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 K_{H^p} 、 C_{H^p} は夫々、くい1本あたりのくい頭での水平振動ばねとくい頭での粘性減衰係数である。この粘性減衰係数はくい頭での水平振動に伴ないくい周から表層地盤に逸散する波動逸散減衰に由来するものである。また、図-2中の K_R 、 C_R は夫々次式で与えられる。

(5)式中の ω_j は j 次の固有円振動数である。

以上に述べてきた要領で、くい基礎の振動特性を、群ぐい効果を見捨て、くい1本あたりの特性に帰結させて取扱うこととする。

3. 波動理論解の性質

3.1. くいの水平振動

田治見は、水平振動のみを考え、くい頭固定、くい端が基盤にピンを持たされている単ぐいについての解を求めている¹⁾。その解には、くい頭部に正弦振動する水平力 $Q \cdot e^{i\omega t}$ を加えたときのくい頭の変位 $U_p \cdot e^{i\omega t}$ を表わす式が含まれている。この式から加振力 Q を変位応答 U_p との比、即ちくい頭での水平復元力 $\tilde{K}_{H^p}(i\omega)$ を求め整理すると次の様な形に書き表わせる。

$$\tilde{K}_{H^p}(i\omega) = K_{H^p} + i\omega C_{H^p} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに $i = \sqrt{-1}$ である。この $\tilde{K}_{H^p}(i\omega)$ は複素数であり、 K_{H^p} 、 C_{H^p} は実数であって、次の様なパラメーターを含んだ関数である。即ち、 ω/ω_g 、 h_g 、 $\mu/E\beta$ 、 C_T/C_L 、 $\pi a/2H$ 、 ρ_P/ρ 、 $\mu\pi a$ の諸パラメーターである。ここで a : くいの半径、 C_T : 表層地盤のS波の速度、 C_L : 表層地盤のP波の速度、 h_g : 表層地盤の相当減衰定数、 μ : 地盤のせん断剛性、 H : 表層地盤の厚さ、 ρ : 表層地盤の単位体積質量、 ρ_P : 内実断面のくいに換算されたいの単位体積質量、 ω_g : 表層地盤の1次の固有円振動数、 E : くいヤング係数、 β : 内実断面としたいの断面二次モーメント I_0 に対するくいの断面二次モーメント I の比 (I/I_0)。

復元力特性を(6)式の様に表示しておけば、 K_{H^p} は動的なばねに相当し、 C_{H^p} は粘性減衰係数に相当することになる。

図-3に(6)式の計算例を示した。即ち K_{H^p} 、 C_{H^p} を ω/ω_g に対してプロットしたものである。この計算例から

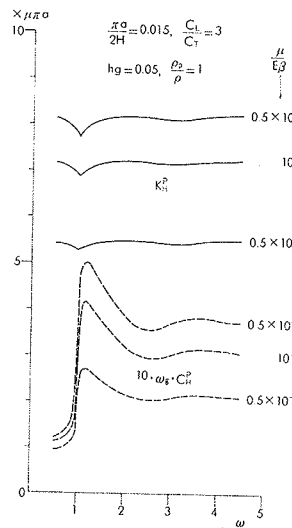


図-3 $\tilde{K}_{H^p}(i\omega)$

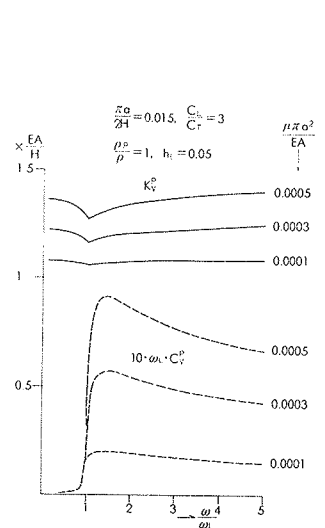


図-4 $\tilde{C}_{H^p}(i\omega)$

次の様なことがわかる。動的ばね K_H^p は振動数に対して、あまり大きく変化しないこと、また減衰係数 C_H^p は加振円振動数が表層地盤の1次の固有円振動数より低いところでは殆んど零で、その振動数を越えると大きくなり、ほぼ一定値をとるようであること等がわかる。なお、図-3は $\mu/E\beta$ をパラメーターとして計算したものである。他のパラメーターが K_H^p 、 C_H^p に及ぼす影響をみるための計算結果は文献4)に掲載してある。

3.2. くい上下振動

Novak²⁾は上下振動のみを考え、くい端が基盤に支持された単ぐいの頭部に正弦振動する鉛直力 $V \cdot e^{i\omega t}$ が作用する場合の解を求めた。この式から加振力 V とくい頭での上下変位応答振幅 W_p との比、即ちくい頭での上下復元力 $\tilde{K}_v^p(i\omega)$ を求め整理すると、水平振動の場合と同様に次の様に書き表わされる。

$$\tilde{K}_v^p(i\omega) = K_v^p + i\omega C_v \quad \dots\dots\dots(7)$$

この $\tilde{K}_v^p(i\omega)$ は次の様なパラメーターの関数である。即ち、 ω/ω_L 、 h_L 、 $\mu\pi a^2/EA$ 、 C_L/C_T 、 $\pi a/2H$ 、 ρ_p/ρ 、 EA/H の諸パラメーターである。ここで A はくいの断面積である。また、 ω_L は表層地盤の1次の縦振動の固有円振動数であり、 h_L は表層地盤の縦振動に関する相当減衰定数である。

図-4に(7)式の計算例を示した。即ち、 K_v^p 、 C_v^p を ω/ω_L に対してプロットしたものである。パラメーターとして $\mu\pi a^2/EA$ を用いてある。他のパラメーターが K_v^p 、 C_v^p に与える影響については文献4)に記載してある。図-4をみると、水平振動の場合と同様に、次のようなことがわかる。動的ばね K_v^p は振動数に対してあまり大きく変化しないこと、また減衰係数 C_v^p は加振振動数が表層地盤の1次の縦振動の固有振動数を過ぎるまでは殆んど零で、その振動数を越えると大きくなり、ほぼ一定値をとるようであること等がわかる。

なお、表層地盤の相当減衰定数 h_g 、 h_L として粘性減衰型を仮定している。この減衰型および与えるべき値についての検討結果については別の機会に報告することと

する。

4. 計算図表の作成

さて、実際にくい基礎を用いる必要がある地盤は軟らかく設計は $\omega/\omega_g > \omega/\omega_L > 1$ の加振振動数範囲で行なわれることになろう。このような場合には、前章で述べた動的ばねと減衰係数の性質からみて、これらの値を近似的に一定値と考えてもよさそうである。そこで、 K_H^p と C_H^p として $\omega/\omega_g=3$ のときの値で代表させることとし、 K_v^p 、 C_v^p として $\omega/\omega_L=3$ のときの値で代表させることにする。なお、池田³⁾は $\omega/\omega_g=1$ のときの値を代表値として用いている。

図-5と図-6、7は夫々、この様な考えのもとに作成した、 K_H^p と C_H^p の計算図表である。 K_H^p については $\pi a/2H$ の値の如何に拘らず図-5を用いて良い。

図-8、9と図-10、11は夫々 K_v^p と C_v^p の計算図表である。いずれの図も横軸は $\mu\pi a^2/EA$ である。

これらの図を用いると、 $\pi a/2H$ 、 C_L/C_T 、 ω_g 、 ω_L 、 EA/H 、 $\mu\pi a$ 、 $\mu/E\beta$ 、 $\mu\pi a^2/EA$ の値がわかれば K_H^p 、 C_H^p 、 K_v^p 、 C_v^p の値を求めることができる。更に(1)式および(2)式によりくい基礎全体の K_H 、 C_H 、 K_R 、 C_R を算出することができる。

なお、図-5~11は全て $\rho_p/\rho=1$ 、 $h_g=h_L=0.05$ と仮定して計算した。

5. 実験結果との比較

5.1. 実験例1

本節ではR.C.クーリングタワーの振動実験⁵⁾から得られた動的K値の検討を行なう。減衰については、実験により得られた共振曲線が $1/\sqrt{2}$ 法に適用していないので、その検討は省く。表-1に示した様な諸元を有する鋼管ぐい24本が半径12.6mの円周上に等間隔に配置されている。表層の厚さ H は30m、そのせん断波速度 C_T は55m/secである。 $\rho=0.18 \text{ ton/sec}^2/\text{m}^4$ 、 $C_L/C_T=3$ として必要なパラメーターの値を求めると、 $\mu/E\beta=0.153 \times$

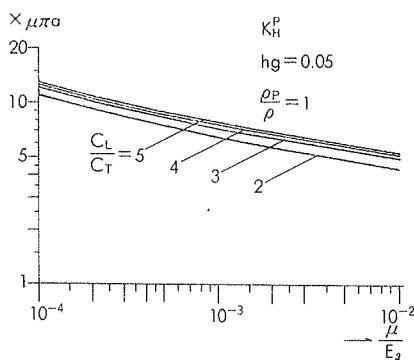


図-5 K_H^p

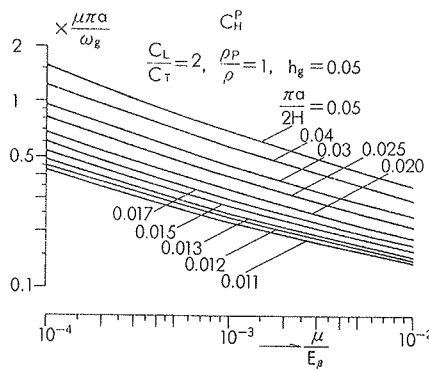


図-6 C_H^p

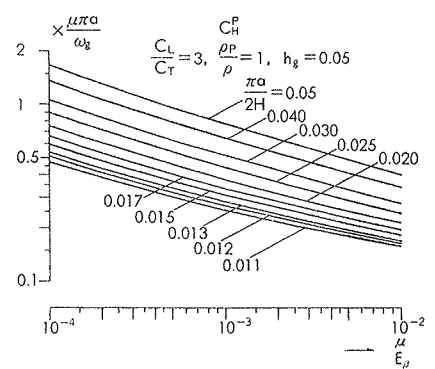


図-7 C_H^p

E (kg/cm ²)	2a (cm)	A (cm ²)	I (cm ⁴)
2.1×10 ⁶	55.88	217.9	8.13×10 ⁴

表一 実験例1のくいの諸元

E (kg/cm ²)	2a (cm)	A (cm ²)	I (cm ⁴)
2.1×10 ⁶	350	582	6.21×10 ⁴

表二 実験例2のくいの諸元

10⁻³, $\mu\pi a^2/EA=0.292 \times 10^{-3}$, $\pi a/2H$
 $H=0.0146$ となる。これらの値を用
 いて、図-5, 9 および(1), (2)式に
 より計算すると $K_H=1.15 \times 10^6$ kg/
 cm, $K_R=3.48 \times 10^{12}$ kg·cm となる。
 実験値は夫々 2×10^6 kg/cm と $4.5 \times$
 10^{12} kg·cm であったからほぼ合っ
 ていると言える。ついでながら上記
 の計算値に基礎底面土の効果を加味
 すると K_H, K_R は夫々 1.52×10^6
 kg/cm, 4.08×10^{12} kg·cm となり更
 に良く一致する⁵⁾。なお、共振時の
 基礎の振幅は、水平で 0.26μ , 上
 下で 0.2μ と大変小さい。

5.2. 実験例2

本節では模型円型基礎の振動実
 験⁶⁾ から得られた動的K値と減衰の
 検討を行なう。表一 2 に示したP.C.
 ぐい2本が円型基礎を支えている。
 くい間隔は120cmである。くいの直
 列方向に加振した場合の実験結果を
 考察する。表層地盤に関する定数は
 次の様である。 $H=10$ m, $C_T=122$ m/
 sec, $C_L=200$ m/sec, $\rho=0.143$ ton
 ·sec²/m⁴である。このとき諸パラメ
 ーターの値は $\pi a/2H=0.0275C_L/C_T$
 $=2$, $\mu/E\beta=1.16 \times 10^{-3}$, $\mu\pi a^2/EA=1.62 \times 10^{-3}$ となる。
 これらの値を用いて実験例1と同様にして K_H, K_R を求
 めると夫々 1.41×10^5 kg/cm, 1.40×10^9 kg·cm とな
 る。実験値は夫々, 9.04×10^4 kg/cm, 8.14×10^8 kg·
 cm であるからほぼあっていると言える。次に減衰定数
 の検討を行なう。減衰定数は図-5, 6 と(1)~(5)式を用
 いて定めれば良い。ところで実験によれば, (3)式中の z_1
 $-s$ は 36.1 cm, (5)式中の ω_1 は 81.64 radi/sec と得ら
 れている。これらの値を用いて1次の減衰定数を求めると
 10.3%と得られる。実験値は6.3~9.6%と得られてい

るからほぼ合っていると見える。なお、本実験の基礎の
 共振時の水平振動振幅は 50μ と大きい。振幅の大きき
 に対応させて μ を低減させれば、ばね定数, 減衰定数と
 も更に良く一致させることができる⁴⁾。また基礎の底面
 土は砂質土であり、基礎の振動振幅が大きいため、局所
 的な流動状態にあるものとしてその効果を無視した。

6. 終りに

群ぐい効果を無視できるようなくい基礎のばね定数と
 減衰定数の概略的な値を求めるための図表を作成した。
 特に機械基礎の設計には有効であろう。

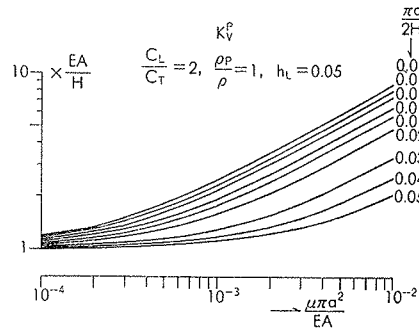


図-8 K_v^p

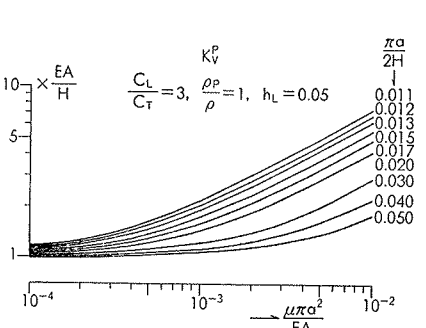


図-9 K_v^p

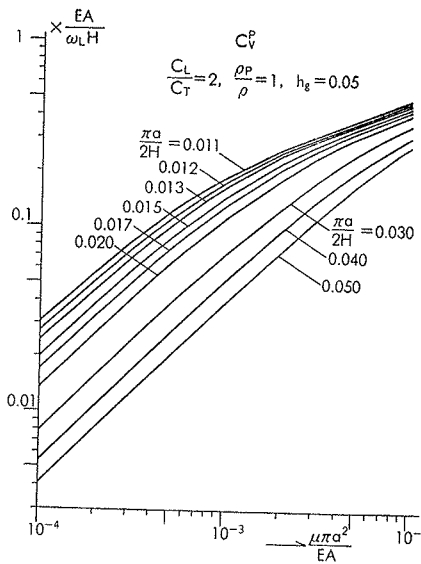


図-10 C_v^p

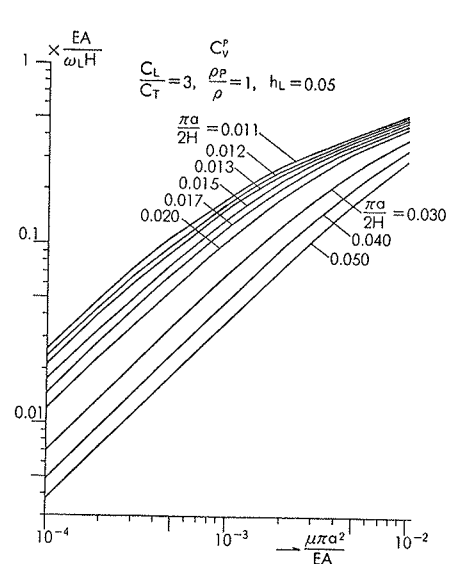


図-11 C_v^p

参考文献

- 1) 田治見：基礎構造の地震応答，日大，(1966)
- 2) T. Nogami, M. Novak：Soil-Pile Interaction in Vertical Vibration, E.E.S.D. Vol.4, (1976)
- 3) 石田, 久徳, 池田：単杭の等価動特性, 日本建築学会中国大会, (昭和43.10)
- 4) 中川, 渡辺, 安井, 此上：くい基礎の動的ばねと逸散減衰について, 大林組技研報告書, (1977)
- 5) 角田, 若松, 蔭山：R.C. クーリングタワーの振動実験, 大林組技研報告書, (1976)
- 6) 渡辺, 此上他：圧縮機基礎設計に伴う振動実験結果報告書(略題), 大林組技研報告書, (1977)