

弾性表層上の円形基礎の上下振動に関する動的ばねについて

中 川 恭 次 安 井 讓
渡 辺 清 治 若 松 邦 夫
角 田 智 彦 蔭 山 満

Dynamic Stiffness about Vertical Vibration of Circular Disk on an Elastic Stratum

Kyoji Nakagawa Yuzuru Yasui
Seiji Watanabe Kunio Wakamatsu
Tomohiko Tsunoda Mitsuru Kageyama

Abstract

In applying the finite element method to soil-footing interaction problems, it is necessary to account for the radiation of waves into the far-field by imposing appropriate conditions in the boundary of the finite element region. An excellent solution to this problem was derived by Waas. Making use of this boundary and following the work of Kausel, et al., a series of parametric studies on dynamic stiffness about vertical vibration of a circular disk on an elastic stratum was conducted. At first, investigating the influence of the element mesh size in the numerical accuracy of the solution, the effects on dynamic stiffness of Poisson's ratio, layer depth and embedment were studied.

概 要

Waas らによって開発された横方向の境界を処理した有限要素法を用いて弾性表層上の円形基礎の上下振動に関する動的ばねのパラメトリックな検討を行なった。動的ばねに対する影響を調べたパラメーターは、層厚比、ポアソン比、根入れの状態の3つである。得られた主な結果は次の様である；ばね係数は表層地盤の縦振動の固有振動数のところで谷をつくる。この谷の深さと広さは層厚が大きくなる程小さくなる。またポアソン比が大きくなるとこの谷は滑らかになる。逸散減衰係数は、縦振動の固有振動数を過ぎるまでは殆んど零で、その振動数を越えると急に大きくなる。基礎に根入れがあると静的ばねは大きくなる。ばね係数の振動数に対する変化の様子は根入れの状態によって大きく異なるが、逸散減衰係数は地表面基礎の場合と同じ様な傾向を示す。

1. 序

地盤と基礎との相互作用の問題を有限要素法で取り扱う際、有限要素でモデル化した領域の境界の処理が問題となる。近年、Waas¹⁾らによって横方向の境界の処理に関する画期的な方法が提案され、Kausel, Roësset²⁾³⁾らにより改良、発展されて来ている。Kausel, Roëssetはその境界処理を施した有限要素法を用いて弾性表層上の円形基礎の並進と回転振動に関する動的ばねについて詳細な検討を行なっている。これらの結果は機械基礎の設計者等に有用な知見を与えるであろう。ところで、実際には、上下振動する機械基礎も多い。そこで、同じ手法を用いて、円形基礎の上下振動に関して同様の検討を行なってみることとした。

2. 解析手法の概要

本研究で使用した解析手法およびプログラムは Waas らによって提案、開発されたものである¹⁾。ここではこの手法の概要を簡単に説明しておく。

まず、対象とする地盤-建物系を図-1の様に軸対称構造物系として理想化して考える。地盤は剛な基盤上にあるものとする。図-1中の不規則領域とは有限要素で分割してモデル化する必要がある領域であり、層領域とは横方向に半無限に広がった領域である。これら二つの領域は鉛直な円筒境界面で接続される。この層領域は実際の地盤の成層状態および計算精度の必要に応じていくつかの層に分割される。この層領域は不規則領域から伝播してくる波動を遠方へ伝える役目を果たす。この効果を、

不規則領域が層領域から受ける一種のばねマトリックスとして定式化する。このばねマトリックスを不規則領域の鉛直円筒境界面上の有限要素の節点に付加することによって層領域のエネルギー吸収効果を考慮しようという訳である。このマトリックスを定式化する際、層領域を伝播する表面波の固有値 (Wave number) と伝播モードを用いる。この固有値問題を誘導する際、層領域の個々の層において、変位の深さ方向の分布については有限要素と同じく直線におき、横方向の分布については解析的な解を満足するような要素を考える。この点にこの解析手法の原理の特色がある。この手法の主な欠点は、モデル化の際、下方に剛基盤を設定する必要があること、定常振動の問題に限定されること等である。

なお、ここで用いたプログラムは、軸対称構造物に軸対称荷重が作用する場合のほか、二次元的な拡がりを有する構造物に面内方向の荷重が作用する場合も取り扱うことができる。いずれの場合も荷重は不規則領域にある場合に限られる。

3. 動的ばねおよび諸記号の定義

図-2に示した様に質量のない剛な円形基礎が単位の上下変位振幅の正弦振動を受けているものとする。このとき、この基礎は地盤から反力を受ける。この反力に釣り合う力を、その強制振動の振動数での上下振動に関する動的 (複素) ばねと呼ぶ。この動的ばねを K_z で表わすことにする。この K_z を Kausel らにならって次の様に表わしておく。

$$K_z = K_{z0}(k_3 + ia_0c_3)(1 + 2\beta i) \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 K_{z0} : 静的なばねの実数部分 (以後静的ばねと呼ぶ)、 $a_0 = \Omega R / C_s$; 無次元円振動数、 Ω : 強制円振動数、 R : 基礎の半径、 $C_s = \sqrt{G/\rho}$; 弾性表層のせん断波の速度、 G : 弾性表層のせん断剛性、 ρ : 弾性表層の単位体積あたりの質量、 β : 弾性表層の材料 (履歴) 減衰、 k_3 : ばね係数、 c_3 : (粘性) 逸散減衰係数、 $i = \sqrt{-1}$; 虚数単位。

ここでついでに本論文で使用する他の記号の説明をし

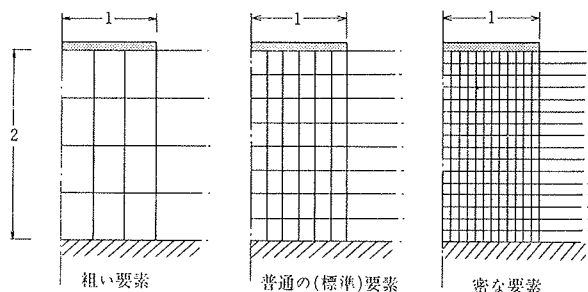


図-3 要素の大きさの検討用モデル ($H/R=2$)

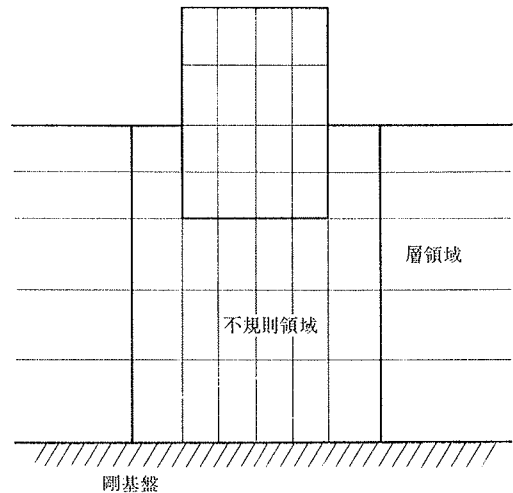


図-1 数学モデル

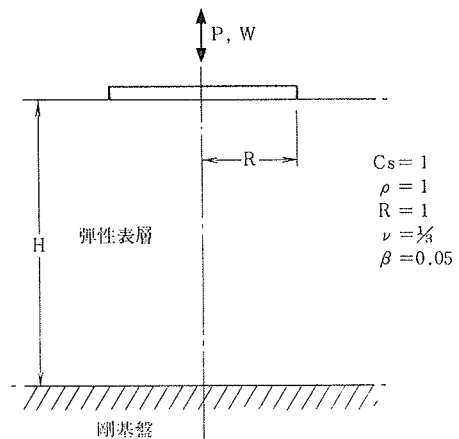


図-2 解析モデル

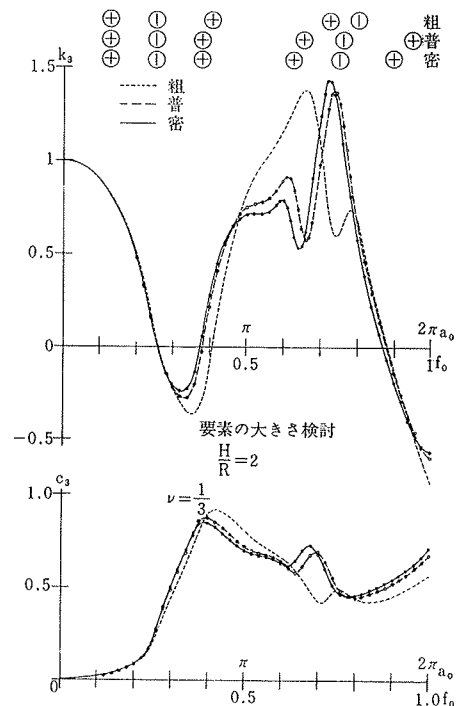


図-4 要素の大きさの影響 ($H/R=2$)

ておく。即ち、 H ；表層地盤の厚さ、 ν ；ポアソン比、 $f_0 = a_0/2\pi$ ；無次元振動数。

なお、以後の計算において、特に断わりがなければ、 $R=1, C_s=1, \rho=1, \nu=1/3, \beta=0.05$ の値を用いている。また、基礎と地盤との接触面では、上下変位のみ拘束した (smooth footing)。

4. 要素の大きさの検討

要素の大きさをどの程度まで細かくすれば、正解と比較して妥当な結果が得られるか、また、基礎からある程度離れた深さではより粗い要素を使えないかということを検討する。

まず、要素分割を細かくしていくと計算結果はどの様に収束していくかをみる。そのために、図-3に示した様に、 $H/R=2$

の場合について、3種類の要素分割モデル (粗い, 普通, 密) を考える。静的ばね K_{z0} の収束の様子については次章で考察する (図-7)。係数、 k_3, c_3 の計算結果を図-4に示した。この図から、 $f_0 =$

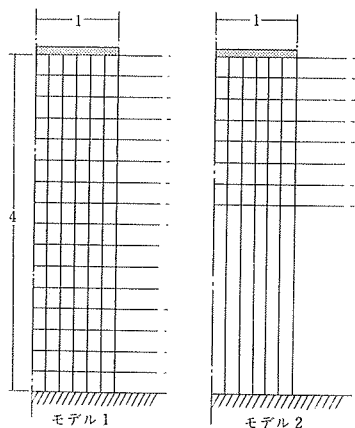


図-5 要素の大きさの検討用モデル ($H/R=2$)

0.3 までは、3種類のモデルについての計算結果は良く一致していることがわかる。この f_0 の値は、粗い要素の大きさはせん断波の波長の約 $1/7$ であることを示している。普通の要素分割モデルと密な要素分割モデルの計算結果の比較からも同様な結論が得られる。このことから、有限要素の大きさは、せん断波の波長の $1/7$ 以下にする必要があることがわかる。

次に、基礎からある程度離れたところではより粗い (長い) 要素が使えないかということを検討する。その検討用のモデルを図-5に示した。これらのモデルの k_3, c_3 の計算結果を図-

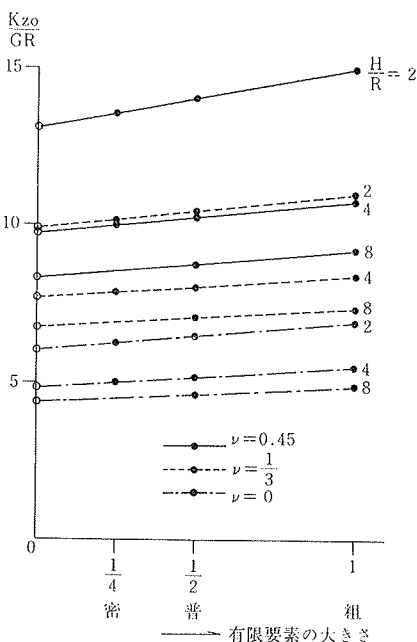


図-7 静的ばねの補間

6に示した。先と同様な検討により、要素の大きさがせん断波の波長の約 $1/4$ に対応する f_0 の値のところから、2つのモデルの計算結果の不一致が大きくなることがわかる ($f_0=0.12$)。

以上の考察から、基礎の直径の深さまではせん断波の波長の $1/7$ 以下の大きさの要素を用いる必要があり、それ以深ではせん断波の波長の $1/4$ 以下の大きさの要素を用いれば良いことがわかる。

5. 層厚の影響

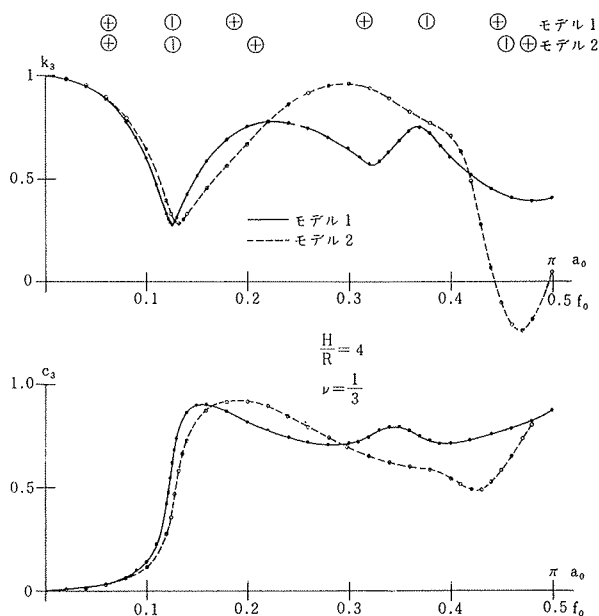


図-6 要素の大きさの影響 ($H/R=4$)

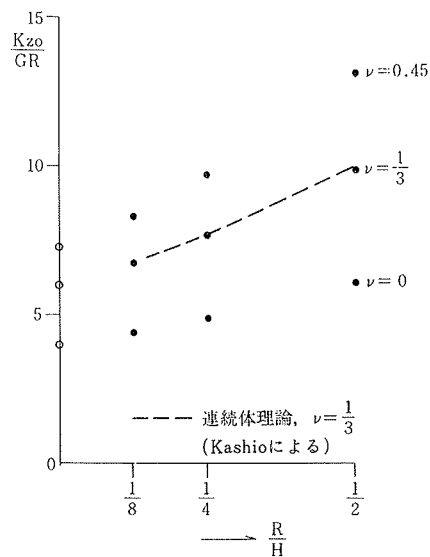


図-8 静的ばねと層厚比との関係

層厚比 H/R は静的ばね K_{z0} の値および k_3, c_3 の振動数に対する変化の様子に影響を与える。

まず、層厚比が静的ばね K_{z0} に与える影響について考察する。図-7に K_{z0} の計算結果を示した。この図は、 H/R およびポアソン比 ν の値を変化させて K_{z0} を計算した結果を示したもので、横軸には要素の大きさをを用いている。図-7から、 K_{z0} の値は要素の大きさとほぼ線形な関係にあることがわかる。これを利用して補間により、要素の大きさが零、即ち連続体理論による K_{z0} の値を求めてみる。図-7中の (○) 印が連続体理論による K_{z0} の値に相当する。これら補間により求めた K_{z0} の値を、ポアソン比 ν をパラメータとして、層厚比 R/H に対してプロットしたものを図-8に示した。同図には、 $\nu=1/3$ の場合の連続体理論⁴⁾の結果も示してある。図-8を用いれば、 $H/R, \nu$ の値に応じて K_{z0} の値を定めることができる。

次に、層厚比 H/R がばね係数 k_3 および逸散減衰係数 c_3 に与える影響をみる。図-9にそれらの係数の計算結果を示した。同図の上端にある記号 (⊕), (⊙) は弾性表層地盤の固有振動数を示す。前者はせん断棒の固有振動数であり、後者は縦振動する棒の固有振動数である。図-4, 6, 10, 12に記入してある (⊕), (⊙) も同じ意味を表わす。図-9から次の様なことがわかる。ばね係数 k_3 は最初の縦振動の固有振動数のところで谷となる。この谷は H/R が小さい程深く広い。また、 c_3 は最初の縦振動の固有振動数より小さい振動数では殆んど零であり、その振動数を越えると急に大きくなる。 H/R が8程度になると、 k_3, c_3 とともに、最初の

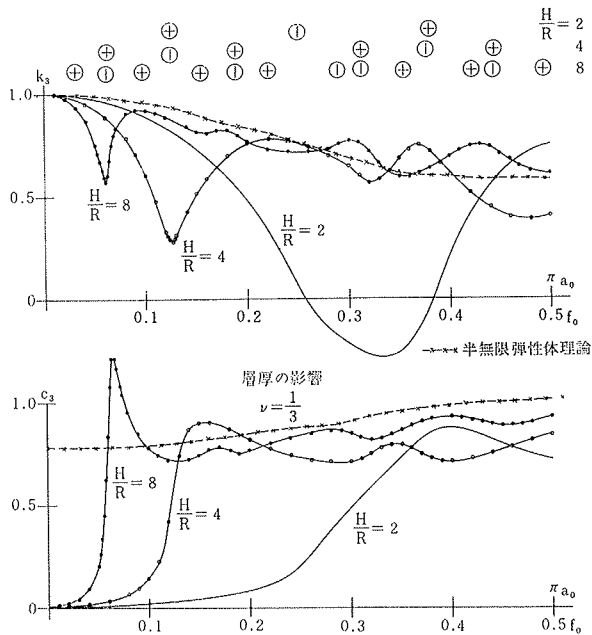


図-9 層厚の影響

縦振動の固有振動数を越えた振動数の範囲では、半無限弾性体理論⁴⁾により計算した結果とほぼ一致する。

6. ポアソン比の影響

ポアソン比が静的ばね K_{z0} に及ぼす影響は既に図-8に示してある。同図から、ポアソン比の値が大きい程、 K_{z0} の値は大きいことがわかる。

ポアソン比が、ばね係数 k_3 , 逸散減衰係数 c_3 に与える影響をみるために作成した図-10に掲げた。この図は $H/R=4$ の場合についての計算結果である。図-10から、 k_3, c_3 はポアソン比により大きな影響を受けることがわかる。振動数に対する k_3, c_3 の波打ちは $\nu=0$ の場合が最も激しく、縦振動の固有振動数のところで大きな谷をつくる様である。 ν が大きくなるとその波打ちは小さくなる様である。最初の縦振動の固有振動数より低い振動数範囲に2つ以上のせん断振動の固有振動数が含まれる程ポアソン比が大きくなると k_3 の最初の谷は縦振動の1次の固有振動数より低いところで生じる様である。その場合には c_3 の立上がりが生じる振動数も1次の縦振動の固有振動数より低いところにある。

7. 基礎の根入れの影響

基礎を直接地表面に載せることは、実際には、珍しく、いくらか根入れして作成される場合も多い。そこで、根入れの影響をみるために、図-11に示した様な4つのモデルについて動的ばねを計算してみた。基礎は質量のない剛な円形基礎である。基礎と地盤との接触面では、前章迄の仮定を変えて、水平変位は拘束することとした。

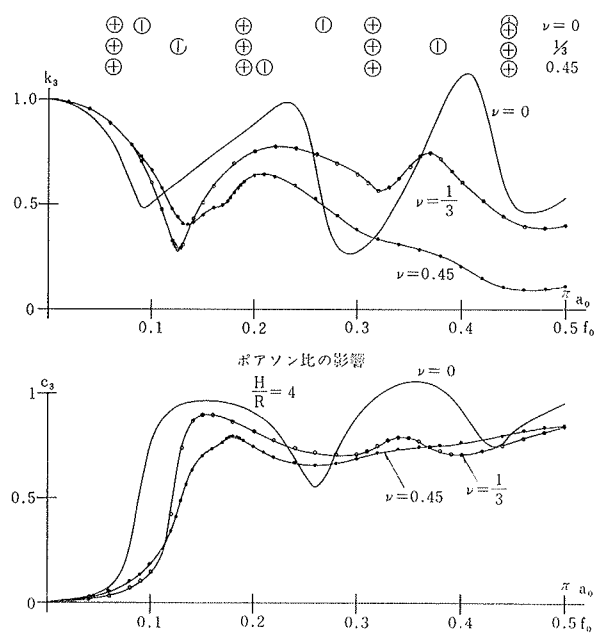


図-10 ポアソン比の影響 ($H/R=4$)

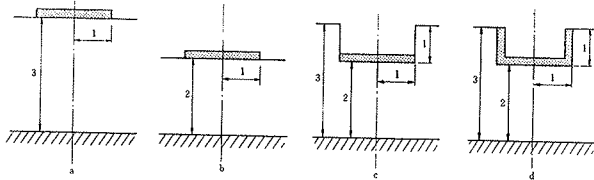


図-11 根入れの影響をみるためのモデル

表-1 に静的ばねの計算結果を示した。根入れされると静的ばねは大きくなることわかる。実際の値は c) と d) の値の間にあることなる。

図-12にはばね係数 k_3 と逸散減衰係数 c_3 についての計算結果を示した。図-12から次の様なことがわかる。1 次の縦振動の固有振動数より低い振動数範囲では、根入れされた基礎 (c), d) の k_3, c_3 は、 $H/R=2$ の地表面基礎のものより $H/R=3$ の地表面基礎の係数に良く似ている。1 次の縦振動の固有振動数より高い振動数範囲での k_3 の様子は四つの基礎形式により大きく異なる。また c_3 は高い振動数範囲では、 $H/R=2$ の地表面基礎の場合を除く他の三つの基礎形式について、ほぼ同様の傾向を示す。

8. まとめ

Waas らによって開発された横方向の境界を処理した有限要素法を用いて弾性表層上の円形基礎の上下振動に関する動的ばねのパラメトリックな計算を行なった。動的ばねに対する影響を調べたパラメーターは、層厚比、ポアソン比、根入れの状態の三つである。

得られた主な結果は次の様である。ばね係数は、表層地盤の縦振動の固有振動数のところで谷をつくる。この谷の深さと広さは H/R が大きくなる程小さくなる。また、ポアソン比が大きくなるとこの谷は滑らかになる。逸散減衰係数は、縦振動の固有振動数を過ぎるまでは殆んど零で、その振動数を越えると急に大きくなる。基礎に根入れがあると静的ばねは大きくなる。ばね係数の振動数に対する変化の様子は根入れの状態によって大きく異なるが、逸散減衰係数は地表面基礎と同じ様な傾向を示す。

モデル	K_{zo}/GR
a) $\frac{H}{R} = 3$	8.912
b) $\frac{H}{R} = 2$	10.56
c) 根入れされた基礎 (地下側壁なし)	13.16
d) 根入れされた基礎 (地下側壁あり)	16.49

表-1 静的ばね (根入れの影響)

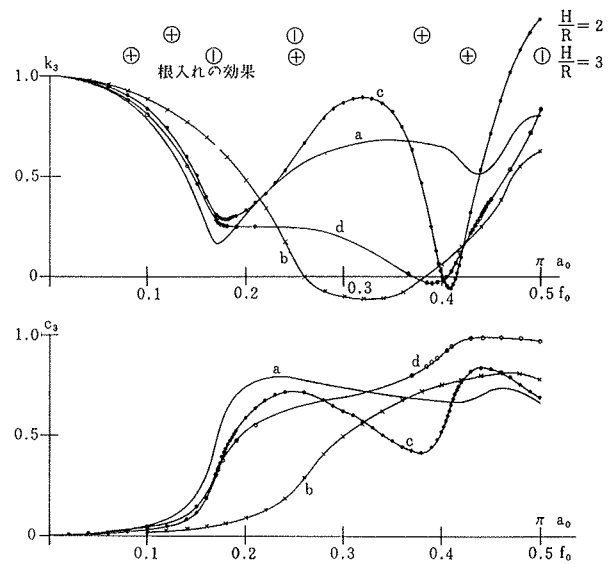


図-12 根入れの影響

参考文献

- 1) G. Waas: Earth Vibration Effects and Abatement For Military Facilities, Report 3, Analysis Method for Footing Vibrations through Layered Media, (September 1972)
- 2) E. Kausel, J. M. Roësset, G. Waas: Dynamic Analysis of Footings on Layered Media, EM5, ASCE, (October 1975)
- 3) E. Kausel, J. M. Roësset: Dynamic Stiffness of Circular Foundations, EM6, ASCE, (December 1975)
- 4) J. Kashio: Steady State Response of a Circular Disk on a Layered Medium, Rice Uni., (May 1970)