

# 建物の省エネルギー化のための室温分布計算法

宮川 保之

## Calculation Method of Room Air Temperature for Energy Saving

Yasuyuki Miyakawa

### Abstract

An exact prediction of room air temperature distribution is necessary for energy conservation design of a building. This paper reports on a new calculation method for exact air temperature distribution by minimizing the total potential heat energy in satisfying heat balance equations of room air and walls. The potential heat energy is defined newly in regard to the stability and instability between adjacent air masses. The good accuracy of this new calculation method was proven in comparison of calculations and measurements in model experiments and actual buildings.

### 概 要

建物の省エネルギー設計の一方策として上下室温分布を設計段階で正確に把握する必要がある。本報告は室内天井、床面付近での急激な室温勾配をさらに詳細に計算するため相接する分割空気層間の安定、不安定の状態に応じて空気層間に温度差による一種の熱力学的ポテンシャルエネルギーを定義し、壁面での熱平衡式境界条件を満たしながらこのポテンシャル熱エネルギーの総和を最小化する新しい計算法を示したものであり、模型実験、実物建物における照合で良好な結果が得られた。

## 1. 基礎理論

一般に力学的保存系においては時点  $t_1$  と  $t_2$  の間の運動は(1)式に示すような運動エネルギー  $T$  と位置ポテンシャルエネルギー  $U$  とを組み合わせた積分を極小にするような座標位置  $q_i(t)$  によって与えられる、いわゆる変分原理にもとづくハミルトンの原理が成りたちこれよりただちに(2)式で示されるラグランジュの方程式が導かれることはよく知られている<sup>2)3)</sup>。

$$J = \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial}{\partial q_i} (T - U) = 0 \quad \dots\dots(2)$$

ここで平衡安定なる静力学的問題を扱う場合は  $T=0$  であるので(2)式で  $\partial U / \partial q_i = 0$  となり、いわゆる位置ポテンシャルエネルギー最小原理が成り立つ。また熱力学の分野においても二つの体系間に一種の熱力学ポテンシャルを考え、系の安定状態はこのポテンシャルを最小にすることにより得られることも知られている<sup>4)</sup>。物理現象の多くが最小エネルギー原理で説明できることを考え

れば室内熱対流現象もまた同様に最小エネルギー原理で解きうる可能性があることは十分に考えられる。筆者は自然熱対流によって生じる室内温度分布に関して空気層間で一種のポテンシャル熱エネルギーを新たに定義し室温分布を算出する新しい方法を考案した。すなわち図-2に示すように室内を適当に分割し各層間の密度勾配の正負に起因する安定、不安定状態におけるポテンシャル熱エネルギー関数  $E^*(\theta)$  を図-1のように定義する。 $E^*(\theta)$  のディメンションは Kcal でありまた  $kg \cdot m$  とも考えられる。このポテンシャル熱エネルギーの引数は温度差  $\theta$  であり層質点間距離  $li$  による影響を考慮して(4)式のように表わせる。また空気層相互には層間熱力(熱移動力)  $F$  が作用する。

$$-\frac{\partial E^*(\theta)}{\partial \theta} = F \quad \dots\dots(3)$$

$$E(\theta) = (l^*/li) \cdot E^*(\theta) \quad \dots\dots(4)$$

ここで  $l^*$  は代表長さである。また  $F$  のディメンションは  $Kcal/^\circ C$  であり  $kg \cdot m/^\circ C$  とも考えられる。すなわち熱移動力  $F$  に関しては密度成層の場合は正となり密度逆転の場合は負となる。さて系を図-2のように有限面積

に分割し各層の質点を層中心にとり各層間のポテンシャル熱エネルギー  $E(\theta)$  をたて、よこ方向のみ考える。対角層は点で接しているため対角方向は考慮しなくてもよい。なお本計算法では考えないが物質を構成する無限分子群を有限個の粒子で代表させる粒子系ではたて、よこ方向のほか対角方向も考慮する必要がある<sup>5)6)</sup>。系全体の  $E(\theta)$  は各層間  $E(\theta)$  の総和であり、系の温度分布の平衡安定条件は系の熱平衡式を満たしたうでの全  $E(\theta)$  の極小化である。すなわち系の熱平衡式を制約条件とし系の全  $E(\theta)$  を目的関数とする非線形極小値探索問題(最適化問題)に帰着する。

2. 計算方法

高天井建物においては局所的高発熱源が存在しない限り水平方向にはほぼ均一な室温分布となることが知られているので水平方向の  $E(\theta)$  は 0 となり、また建物高さに比較して断面が大きい場合は周壁境界における水平方向  $E(\theta)$  の影響がごく小さいのでこれも省略すると考慮すべき  $E(\theta)$  は垂直方向のみとなる。いま無換気状態で天井面発熱のみの場合(密度成層時)について考えると図-3に示すように室内を8分割した場合における系の全  $E(\theta)$  は、 $E(\theta)$  の関数形を  $l\theta^m$  と仮定すれば次式のように表わすことができる。

$$E(\theta) = - \left( \frac{l^*}{l_1} \right) \cdot (\theta_c - \theta_1)^m - \dots - \left( \frac{l^*}{l_0} \right) \cdot (\theta_8 - \theta_f)^m \quad \dots\dots(5)$$

各壁面での熱流の総和は 0 であり熱平衡式は

$$A_c \cdot H = A_c \cdot \alpha_c \cdot (\theta_c - \theta_1) + A_c \cdot W_c (\theta_c - \theta_0) \quad \dots\dots(6)$$

$$A_c \cdot \alpha_c (\theta_c - \theta_1) = A_1 \cdot W_1 (\theta_1 - \theta_0) + \dots + A_f \cdot \alpha_f \cdot (\theta_8 - \theta_f) \quad \dots\dots(7)$$

$$A_f \cdot \alpha_f \cdot (\theta_8 - \theta_f) = A_f \cdot W_f \cdot (\theta_f - \theta_g) \quad \dots\dots(8)$$

(6)~(8)式を(5)式に代入し  $\theta_c$  と、 $\theta_1$ 、 $\theta_f$  を消去すると未知数  $\theta_2 \sim \theta_8$  の 7 個となる。また上下面加熱の場合の全  $E$

( $\theta$ ) は(1)式となる。ここで  $E(\theta)$  は非線形関数となり  $E(\theta)$  の極小値探索は一種の共役勾配法である Davidon-Fletcher-Powell 法<sup>7)</sup>を用いる。また一変数の最小化は黄金分割法<sup>7)</sup>による。勾配ベクトルは

$$G(x) = \left( \frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta_2}, \frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta_3}, \dots, \frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta_8} \right) \quad \dots\dots(9)$$

3. ポテンシャル熱エネルギー関数  $E(\theta)$

本理論の検証とポテンシャル熱エネルギー関数形の検討を縮尺模型実験により行なった。模型寸法は123×137×69 cm(高さ)であり上下面から発熱膜ヒーターにより別途に加熱できる。各壁面の断熱状態は任意に調整できた内部は相互ふく射防止のため全面アルミ箔張りである。まず天井面加熱のみの場合の  $E(\theta)$  の形を検討する。代表的実験として天井面で 40 kcal/m<sup>2</sup>·h の発熱がある場合(実験④)について考える。床表面温は問題を簡単にするため測定値を与えるものとする。目的関数は(5)式で  $\theta_c$  と、 $\theta_1$  を消去したものであり  $m$  を 0.6~0.95 まで変化させた場合の各々の極小値計算結果と実験値との比較を図-4に示す。極小値計算の初期値はいずれも破線の直線勾配の室温分布である。図より  $m=0.8$  の場

$\theta_c, \theta_f$ :	天井表面温, 床表面温(°C)
$\theta_i$ :	分割空気層室温(°C)
$H$ :	天井面での単位面積あたり発熱量(kcal/h)
$A_i$ :	壁面積(m <sup>2</sup> )
$\theta_0, \theta_g$ :	外気温, 地中温
$w_i$ :	各分割空気層より外気までの熱コンダクタンス(kcal/m <sup>2</sup> ·h·°C)
$w_c, w_f$ :	天井表面より外気まで, および床表面より地中までの熱コンダクタンス(kcal/m <sup>2</sup> ·h·°C)
$l_i, l^*$ :	分割層質点間距離, 代表長さ(m)
$\alpha_c, \alpha_f$ :	天井面および床面對流熱伝達率(kcal/m <sup>2</sup> ·h·°C)

表-1 記号表

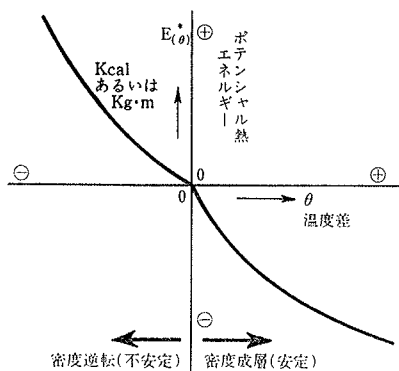


図-1 温度差に対するポテンシャル熱エネルギー関数の定義

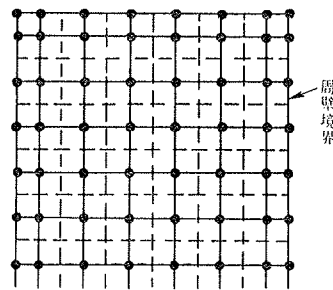


図-2 質点系におけるポテンシャル熱エネルギー(破線は室内分割数)

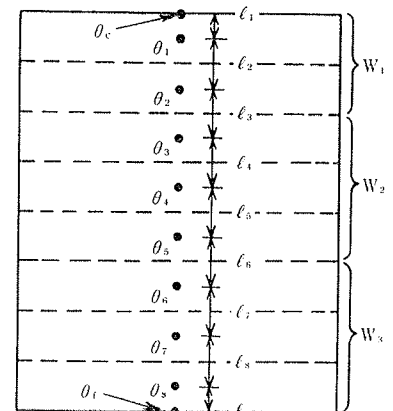


図-3 室内空気8分割例

合が実験値と理論計算値とが最も良く一致しており、また実験条件を変えても良好な一致が認められたので密度成層時の  $E(\theta)$  の関数形を次式のように定める。

$$E(\theta) = -\Sigma(l^*/l_i)\theta_i^{0.8} \quad \dots\dots(10)$$

ここで周壁熱コンダクタンス  $W_i$  は図-3 に示すように高さ方向に3通りで代表させているが同一実験(実験④)において周壁面総熱損失量一定の条件下で  $W_i$  を適当に変えた場合の室温分布の変化を検討してみると、室温分布はほとんど変わらず周壁熱損失量一定下では  $W_i$  の影響度は小さいと思われる。次に床面加熱の場合を考えると床面加熱のみの場合は中央部での室温が高く床面に平行な温度分布が得られず二次元以上の解析が必要となるので、ひとまずほぼ床面に平行な室温分布が得られる天井、床両面加熱時の場合を考える。代表的実験(実験⑥)として天井面  $85.5 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ 、床面  $40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$  の発熱の場合について検討を行なう。床面付近室温  $\theta_8$  は  $\theta_7$  より高くなると仮定し床面境界  $E(\theta)$  に補正係数

$\beta$  を考えると  $E(\theta)$  は

$$E(\theta) = -\left(\frac{l^*}{l_1}\right) \cdot (\theta_c - \theta_1)^{0.8} - \dots - \left(\frac{l^*}{l_7}\right) \cdot (\theta_6 - \theta_7)^{0.8} + \left(\frac{l^*}{l_8}\right) \cdot (\theta_8 - \theta_7)^n + \beta \cdot \left(\frac{l^*}{l_9}\right) \cdot (\theta_f - \theta_8)^n \quad \dots(11)$$

ただし  $\theta_7 > \theta_8$  とするときは  $(l^*/l_8) \cdot (\theta_8 - \theta_7)^n$  の項は  $-(l^*/l_8) \cdot (\theta_7 - \theta_8)^{0.8}$  となる。

図-5, 図-6 は  $\beta$  と  $n$  を変化させた場合の各  $\beta$  値における最も実験値と理論計算値が一致する  $n$  の値の場合における両者の室温分布の比較である。図-5 は最上部が一致する場合、図-6 は中央部が一致する場合である。両図より  $\beta=0.25$  の場合が高さ方向全域にわたって両者が最も良く一致しているが、この値は周壁面の断熱状態が同じ場合である。 $\beta$  の一般的算出は図-8 による。また  $n$  値に関しては  $n=1.68$  はこの実験ケースだけに固有の値であり、模型および次章以降の中規模モデル、実物大空間において実験条件を各種変えた場合の  $40t_f/$

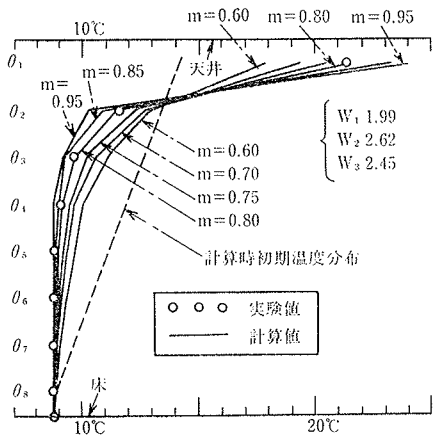


図-4 上面加熱時の  $E(\theta)$  の形の検討 (実験④, 発熱量  $40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ,  $\theta_0 = 5.7^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_c = 1.39 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ )

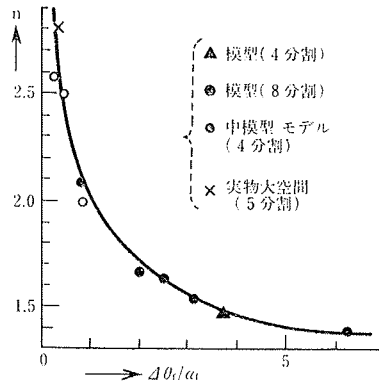


図-7  $40t_f/\alpha_f$  と  $n$  との相関 ( $40t_f$ : 床表面温と床近傍室温との温度差)

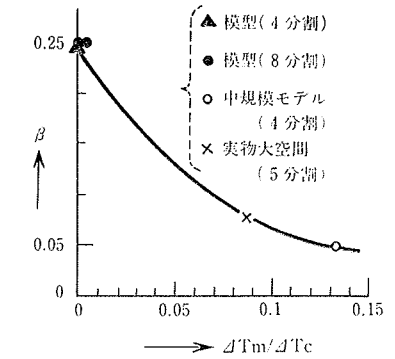


図-8  $\Delta T_m/\Delta T_c$  と  $\beta$  との相関 (暫定曲線) ( $\Delta T_m$ : 周壁面平均温度差,  $\Delta T_c$ : 天井発熱面一外気温)

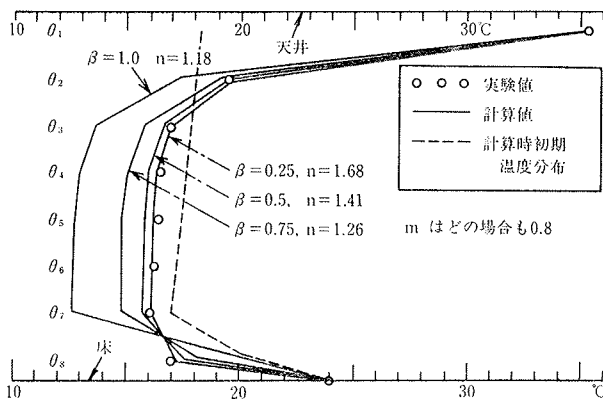


図-5 上下面加熱時における  $E(\theta)$  の形の検討 (実験⑥, 発熱量天井面  $85.5 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ 、床面  $40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ,  $\theta_0 = 5^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_c = 1.6$ ,  $\alpha_f = 3.48$ )

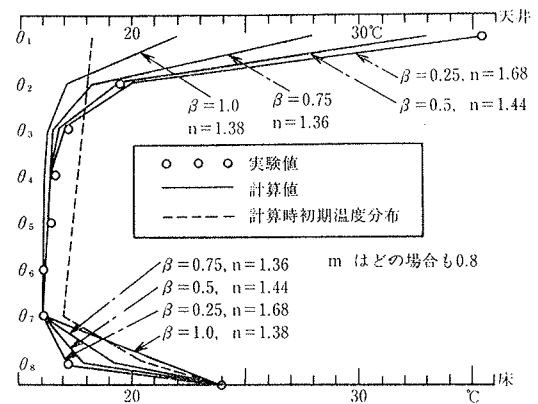


図-6 上下面加熱時における  $E(\theta)$  の形の検討 (実験⑥, 実験条件は図-5の場合と同じ)

$\alpha_r$  と  $n$  との相関を図-7に示す。

#### 4. 各模型実験ケースにおける照合

模型の発熱量，周壁断熱状態を変化させた場合の実験値と理論計算値との比較を図-9～図-12に示す。実験値と理論計算値とが大変良く一致しているのが認められる。

#### 5. 中規模モデルにおける照合

中規模モデルとして  $6.9 \times 4.8 \times 2.9$  m (高さ) の実際の居室を考える。この居室は天井全面に電気膜ヒーターが設置されている。実測は筆者らが過去に行なったものである<sup>8)</sup>。室温分布計算に際しては室内を実測に合わせて4分割し，また本報告の目的が計算法の検証であるので計算の単純化のため周壁，床面温は実測値を用いており(天井表面温は未知数)各部対流熱伝達率は実測の室内壁面熱流総和が0となるよう適当に決定した。図-13

に計算室温分布と実測室温分布の比較を示す。参考までに  $\beta$  値を変化させた場合の室温分布の変動を図-14に，また  $\beta$  値を0.05に固定し  $n$  値を変化させた場合の室温分布変動を図-15に示す。

#### 6. 実物大空間における照合

実物大空間として過去に実測した室工大体育館 ( $36 \times 26 \times 10.6$  m 高さ，温水式ふく射パネルが設備されている)を例にとる。室内分割は5分割とし天井面熱損失量とパネル発熱量より近似的に天井面等価温度を算出し，天井面全面発熱に置きかえた。図-16に計算値と実測値との比較を示す。中規模モデルの場合ほど完全には一致していないが実用上は十分な精度が得られていることが認められる。

#### 7. 結語

本計算法により，模型的規模より実物の大空間規模ま

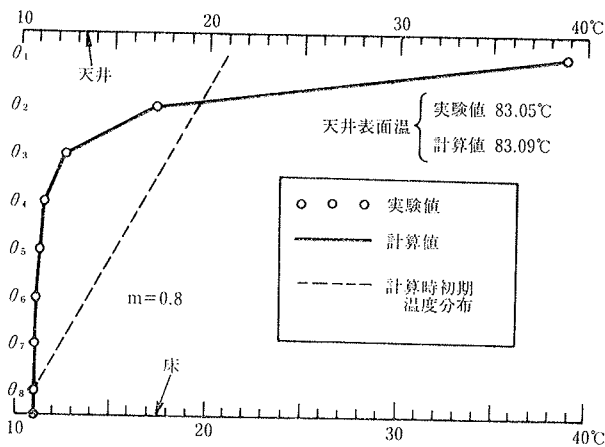


図-9 計算室温分布と実験室温分布との比較(上面加熱のみ，模型実験①) 発熱量  $107.7 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ， $\theta_0 = 3.9^\circ\text{C}$ ， $\alpha_c = 1.51$

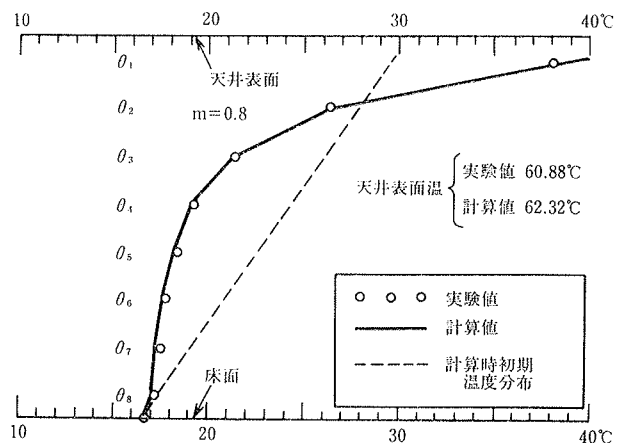


図-10 計算室温分布と実験室温分布との比較(上面加熱のみ，模型実験②) 発熱量  $58.7 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ， $\theta_0 = 5.4^\circ\text{C}$ ， $\alpha_c = 1.37$ ，壁面は 50mm 断熱材付き

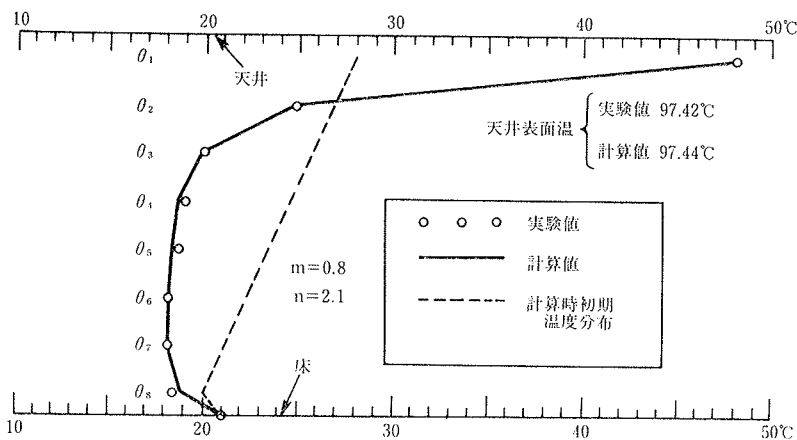


図-11 計算室温分布と実験室温分布との比較(上下面加熱，模型実験③) 天井発熱量  $136.7 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ，床面発熱量  $8.5 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ， $\theta_0 = 9.2^\circ\text{C}$ ， $\alpha_c = 1.75$ ， $\alpha_r = 3.34$

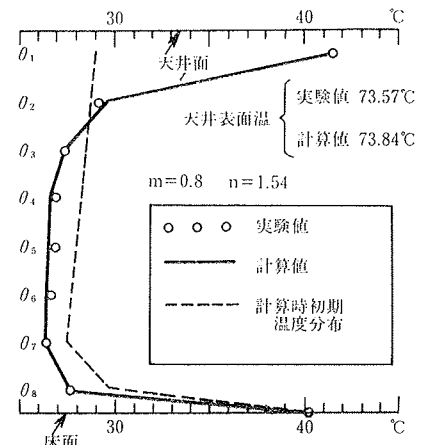


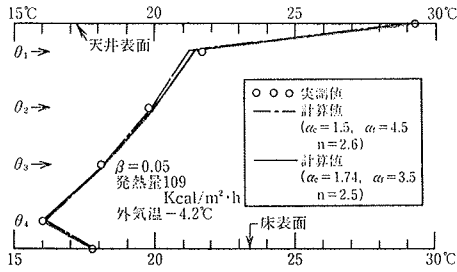
図-12 計算室温分布と実験室温分布(上下面加熱，模型実験④) 天井発熱量  $84.0 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ ，床面  $52.5 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$

で一次元上下室温分布が詳細にまた正確にもとまることが判明した。今後は二、三次元問題への拡張、強制熱対流問題への展開を課題としたい。

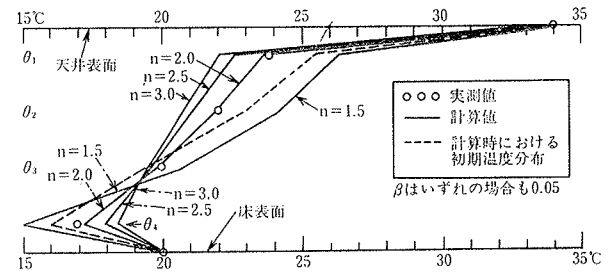
参考文献

- 1) 木村建一：建築設備基礎理論演習，学献社
- 2) クーラン，ヒルベルト：数理解物理学の方法1，東京図書
- 3) 近藤次郎：数学モデル，丸善

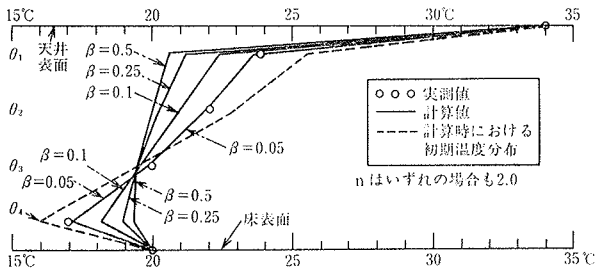
- 4) 池田和義：統計熱力学，共立出版
- 5) 山本 愷：粒子モデルによる土の応力解析法（第1報），農業機械学会誌，34-4号
- 6) 齋藤，藤原：土粒子モデルによる地盤の変形，応力解析法，大林組技術研究所報，No. 14，(1977)
- 7) コワリック他：非線形最適化問題，培風館
- 8) 田中，宮川：電気式天井パネルヒーティングの実験研究，大林組技術研究所報，No. 5，(1971)



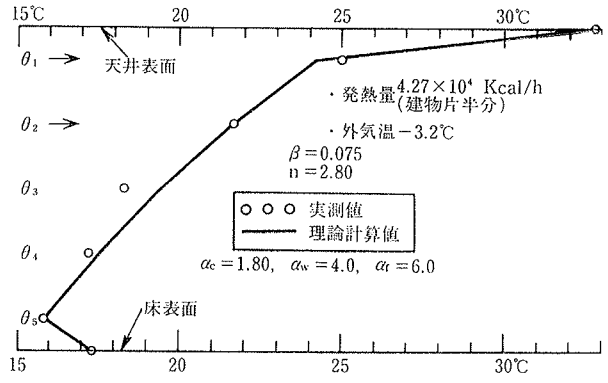
図一13 中規模モデルにおける計算室温分布と実測室温分布との比較



図一15 n値の変化による室温分布の変動 (中規模モデル)



図一14 β値の変化による室温分布の変動 (中規模モデル)



図一16 実物大空間における計算室温分布と実測室温分布との比較