

円筒タンクの地震応答に関する研究 (その1)

武 田 寿 一
中 村 嶽

Earthquake Response of Cylindrical Tank (Part 1)

Toshikazu Takeda
Takashi Nakamura

Abstract

In order to investigate the earthquake response of liquids in tanks, the authors used a rigid cylindrical tank made of steel (4.0 m dia.×1.5 m hgt, hgt of liquid 0.6 m) and obtained earthquake response characteristics of the model subjected to harmonic, impulse and random waves by using a shaking table. The authors employed Housner's theory and the velocity potential theory in analysis of the earthquake response of liquid in the tank.

In this model, the natural period of the first sloshing mode was 2.94 seconds showing good agreement with theoretical values, and damping constant was 0.12%.

The impulsive pressures of liquid under short ground motions were precisely evaluated by both theories, and for convective pressures produced by oscillations of the liquid, the Housner values were smaller than the experimental ones, while the velocity potential theory values showed good agreement. Therefore, the velocity potential theory is recommended, being more effective for a sloshing vibration system.

概 要

タンク内の流体の振動特性を調べる目的で、比較的剛な円筒タンク（鋼製、直径4.0m、高さ1.5m、水深0.6m）を用いて正弦波、衝撃波、ランダム波を入力した振動実験を行ない、液体の動水圧を測定し、Housnerに理論および速度ポテンシャル理論との比較、検討を行なった。

実験による1次のスロッシングの固有周期は2.94秒、減衰定数は0.12%となり、固有周期は理論値と良く合っている。このモデルにおいて、Housner理論による動水圧の値は、流体の衝撃圧が卓越している場合は実験値に良く合うが、スロッシングが生じて振動圧が卓越する場合には実験値よりも小さ目の値となった。ポテンシャル理論においては、衝撃圧・振動圧も実験値と良く合っており、ポテンシャル理論の液面動揺に関する有効性が確認された。

1. はじめに

地震波に含まれる長周期成分は、タンク内に貯えられている液体に動揺（スロッシング）を生じさせ、タンク壁に振動力を与える。また、短周期成分は、タンク内の固定水と見なされる液体部分に作用し、タンク壁に衝撃力を生じさせる。このような、入力卓越周期の違いによる流体の振動特性を調べる目的で、比較的剛な鋼製の円筒タンクを用いて、種々の地震波を入力した振動実験を行ない、測定した加速度、動水圧を解析値と比較して検討を行なった。

2. 振動実験

実験に使用したタンク（写真一1）は、内径4.0m、高さ1.5m、自重2.3tonの鋼製円形水槽で、周壁（ $t=4.5$ mm）と底板（ $t=12.0$ mm）の下面はスチフナで補強している。

実験装置および測定項目を、図一1に示す。振動台の容量（最大許容積載重量10ton）の関係から、タンクの最大貯水重量は7.7tonとなる。これに対応して水深は60cmとした。

以下に示す項目について実験を行なった。

(1) スロッシング実験

長周期の正弦波10波を入力してスロッシングを生じさせ、振動圧を測定する。また、水圧計の記録よりスロッシングの固有周期と減衰定数を求める。

(2) 衝撃実験

やや短周期の正弦波 (4.0 Hz, 100 gal 程度) と、変位 step 波 (振動台を瞬間的に動かして衝撃を与える) を入力し、液体の衝撃圧を測定する。

(3) ランダム波入力実験

El-Centro, Taft および八戸地震波を入力し、衝撃圧と振動圧を測定する。

実験測定項目はすべてデータレコーダに記録し、A/D 変換を行なって計算機で処理した。

3. 解析

実験に使用したタンクは、直径に比較して背が低く比較的剛であるので、Housner 理論と速度ポテンシャル理論で解析を行なって両者を比較した。

(I) Housner 理論¹⁾

液体のタンクに及ぼす圧力を、水平加速度に対応した液体の衝撃圧と、液面動揺による振動圧とに分けて解析している。同理論によれば、円筒タンク側壁に動く衝撃圧は、図2(a)に示す座標系において、

$$P_w = -\rho \dot{u}_0 h \left[\frac{y}{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right] \sqrt{3} \cdot \tanh \left(\sqrt{3} \frac{R}{h} \cos \phi \right) \quad (h/R < 1.5) \quad \dots\dots(1)$$

タンクの底板に働く衝撃圧は、

$$P_b = -\rho \dot{u}_0 h \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sinh \sqrt{3} x/h}{\cosh \sqrt{3} R/h} \quad \dots\dots(2)$$

で表わされる。一方、振動圧については、図2(b)において、次式で表わされる。

$$P_w = \sqrt{\frac{3}{8}} \rho R^2 \theta_h \left(1 - \frac{1}{3} \cos^2 \phi - \frac{1}{2} \sin^2 \phi \right) \frac{\cosh \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{y}{R}}{\sinh \sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R}} \omega^2 \sin \omega t \quad \dots\dots(3)$$

$$P_b = \sqrt{\frac{3}{8}} \rho R^2 \theta_h \left[\frac{x}{R} - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{R} \right)^3 - \frac{1}{2} \frac{x}{R} \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right] \times \coth \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R} \right) \omega^2 \sin \omega t \quad \dots\dots(4)$$

ここに、スロッシングの固有円振動数は、

$$\omega^2 = \frac{1.84g}{R} \tanh \left(1.84 \frac{h}{R} \right) \quad \dots\dots(5)$$

また、 $\theta_h = 1.534 \frac{y_{max}}{R} \tanh \left(1.84 \frac{h}{R} \right) \quad \dots\dots(6)$

ρ : 水の密度, g : 重力加速度, $y_{max} = \frac{S_A}{\omega^2}$

y_{max} : 加速度応答スペクトル S_A から求めた最大変位

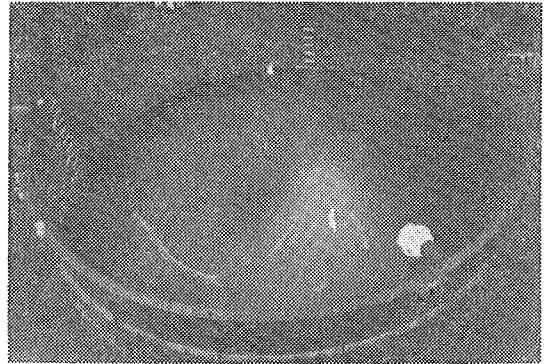


写真-1 鋼製円形水槽 (直径4.0m, 高さ1.5m)

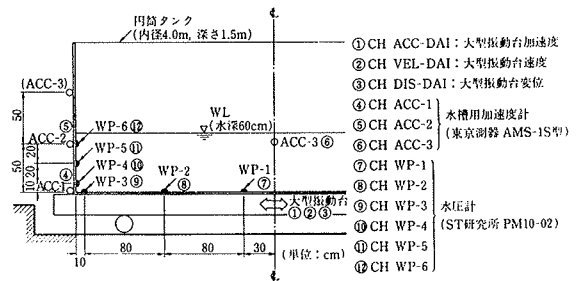


図-1 実験装置および測定項目

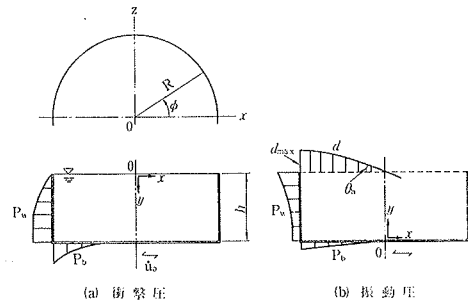


図-2 Housner 理論

で表わされる。

波高については、次式で表わされる。

$$d = \frac{P_h}{\rho(g + x\ddot{\theta}_h)} \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 $\ddot{\theta}_h = -\theta_h \omega^2 \sin \omega t$

$$P_h = \sqrt{\frac{3}{8}} \rho R^2 \theta_h \left[\frac{x}{R} - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{R} \right)^3 - \frac{1}{2} \frac{x}{R} \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right] \frac{\coth \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \frac{h}{R} \right) \omega^2 \sin \omega t}{\dots\dots(8)}$$

最大波高は、次式で表わされる。

$$d_{max} = \frac{0.408R \coth \left(1.84 \frac{h}{R} \right)}{\frac{g}{\omega^2 \theta_h R} - 1} \quad \dots\dots(9)$$

(II) 速度ポテンシャル理論^{2),3)}

図-3に示す円筒座標系で、速度ポテンシャル ϕ が境界条件を満足するように解けば、正弦波入力に対する定常解として、壁面圧力 P_w 、底面圧力 P_b 、液面変位 η は

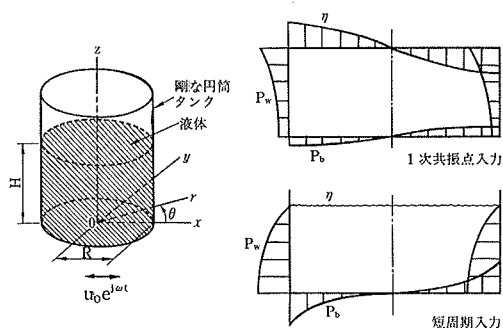


図-3 ポテンシャル理論

各々次のように求められる。

$$P_w = -\frac{\alpha}{g} \gamma R \left[1 - 2 \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{\cosh\left(\varepsilon_i \frac{z}{R}\right)}{\cosh\left(\varepsilon_i \frac{H}{R}\right)} e^{j\varphi_i} \right] \cos \theta e^{j\omega t} \quad \dots\dots(10)$$

$$P_b = -\frac{\alpha}{g} \gamma R \left[\frac{\gamma}{R} - 2 \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{J_1\left(\varepsilon_i \frac{z}{R}\right)}{J_1(\varepsilon_i)} \right] \times \frac{1}{\cosh\left(\varepsilon_i \frac{H}{R}\right)} e^{j\varphi_i} \cos \theta e^{j\omega t} \quad \dots\dots(11)$$

$$\eta = -\frac{\alpha}{g} R \left[\frac{\gamma}{R} - 2 \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{J_1\left(\varepsilon_i \frac{r}{R}\right)}{J_1(\varepsilon_i)} e^{j\varphi_i} \right] \cos \theta \cdot e^{j\omega t} \quad \dots\dots(12)$$

ここに、 $A_i = \frac{1}{\varepsilon_i^2 - 1} \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_i)^2 + \mu^2 \omega^2}} \quad \dots\dots(13)$

$$\varphi_i = \tan^{-1} \frac{\mu \omega_i^2}{\omega(\omega^2 - \omega_i^2)} \quad \dots\dots(14)$$

$J_1(r)$: 1次の第1種ベッセル関数, ε_i : $J_1'(\varepsilon) = 0$ の第 i 番目の正根, μ : 粘性係数, g : 重力加速度, r : 比

重量, $\alpha = -\omega^2 u_0$ (入力加速度)

また, 固有円振動数 ω_i は次式で表わされている。

$$\omega_i = \sqrt{\frac{g}{R} \varepsilon_i \tanh\left(\varepsilon_i \frac{H}{R}\right)} \quad \dots\dots(15)$$

流体による衝撃圧は, 式 (10), (11), (13), (14) において, $\omega \rightarrow \infty$ とすることによって求められる。

次にモーダルアナリシスの手法を適用して, 地震によって生じるスロッシングによる振動圧および波高を求める。地震によって生じる i 次の壁面圧力 P_{1^w} , 底面圧力 P_{1^b} , 波高 η_i は次式で表わされる。

$$P_{1^w} = \frac{\gamma}{g} S_1^A R [\beta_{1^w}], P_{1^b} = \frac{\gamma}{g} S_1^A R [\beta_{1^b}], \eta_i = \frac{1}{g} S_1^A R [\beta_{1^{\eta}}] \quad \dots\dots(16)$$

ただし, S_1^A : 地震加速度応答スペクトル

$$[\beta_{1^w}] = \frac{2}{\varepsilon_i^2 - 1} \frac{\cosh\left(\varepsilon_i \frac{z}{R}\right)}{\cosh\left(\varepsilon_i \frac{H}{R}\right)}$$

$$[\beta_{1^b}] = \frac{2}{\varepsilon_i^2 - 1} \frac{J_1\left(\varepsilon_i \frac{r}{R}\right)}{J_1(\varepsilon_i) \cosh\left(\varepsilon_i \frac{H}{R}\right)} \quad \dots\dots(17)$$

$$[\beta_{1^{\eta}}] = \frac{2}{\varepsilon_i^2 - 1} \frac{J_1\left(\varepsilon_i \frac{r}{R}\right)}{J_1(\varepsilon_i)}$$

従って, 地震によって生じるスロッシングの最大の壁面圧力 P_w^c , 底面圧力 P_b^c , 波高 η^c は, 各次応答の2乗和の平方根の公式より次式で表わされる。

$$P_w^c = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (P_{1^w})^2}, P_b^c = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (P_{1^b})^2}, \eta^c = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (\eta_i)^2} \quad \dots\dots(18)$$

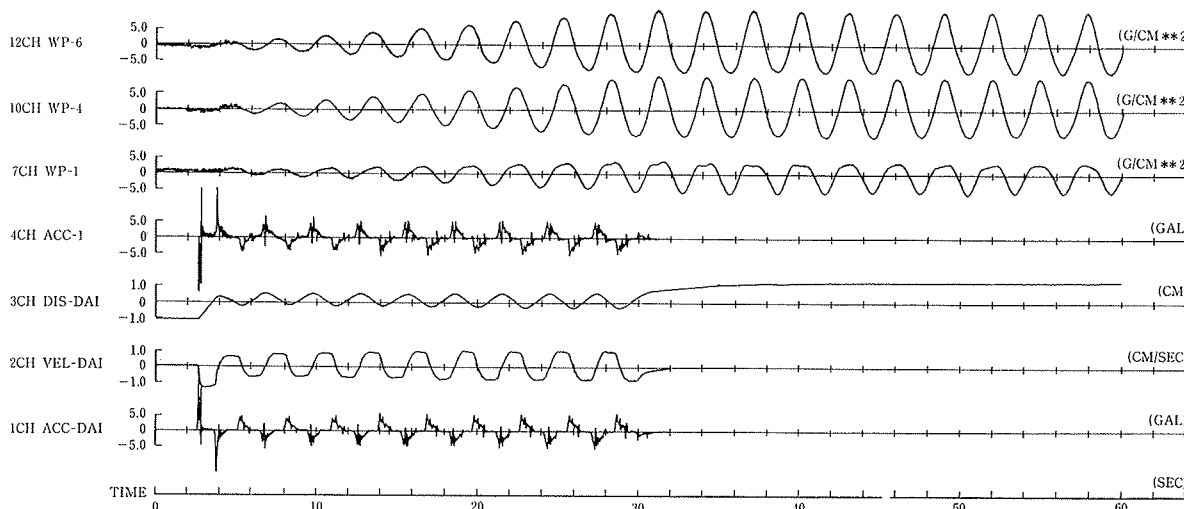


図-4 実測波形(スロッシング実験) 正弦波2.95秒, 2.0gal 10波入力

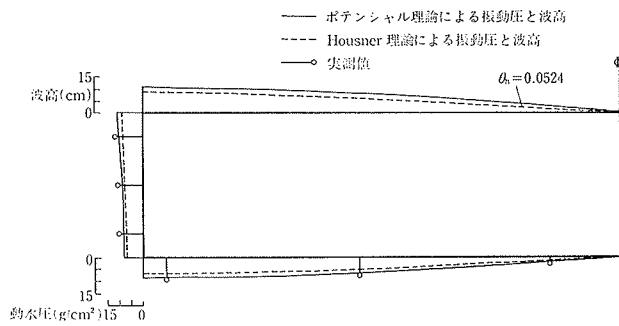


図-5 スロッシング1次

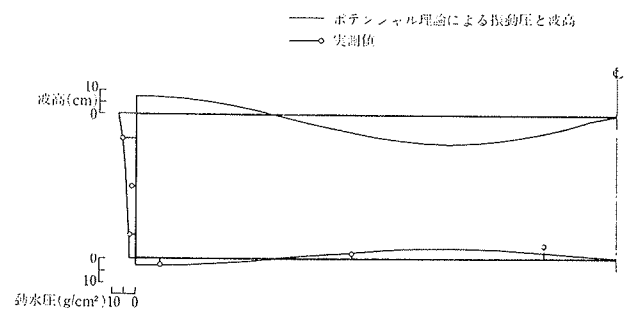


図-6 スロッシング2次

4. 実験および解析結果

各実験項目について、実験および解析結果を述べる。

(1) スロッシング実験

図-4に周期2.95秒, 2.0galの正弦波10波を入力した時の、スロッシング1次の過渡応答の実測波形をしめす。水圧計の記録より、振動圧が卓越していく様子が分る。

スロッシングの次数 i	固有周期 (sec)		減衰定数 h (%)
	理論値	実験値	
1	2.95	2.96	0.12
2	1.28	1.28	0.03
3	0.977	1.01	0.47
4	0.830	0.833	0.20
5	0.736	0.738	0.15

表-1 スロッシングの固有周期と減衰定数

表-1にポテンシャル理論および実験より求めた各次のスロッシングの固有周期と減衰定数を示す。実験の固有周期と減衰定数は、各スロッシングモードでの水圧計(WP-6)の実測波形の周期および振幅減衰比よりもとめた。固有周期に関しては、理論値と実験値は良く一致しており、減衰定数は0.03~0.47%の小さな値となった。

図-5は、図-4の1次スロッシング実験について、正弦波10波入力後の過渡応答が最大となった時の実測振動圧と、表-1に示す減衰定数を使用して Housner およびポテンシャル理論で求めた振動圧とを比較したものである。ポテンシャル理論による振動圧は、実測値より若干小さな傾向があるが、良く合っている。しかし、Housner 理論値は、実験値よりもかなり小さな値となっている。

図-6は、2次のスロッシング実験(周期1.23秒18.3galの正弦波10波入力)の実測振動圧と、ポテンシャル理論による解析値を示したもので、両者はほぼ一致している。

(2) 衝撃実験

図-7は、正弦波 100 gal を 4.0 Hz で入力した時の定常状態での実測衝撃圧と解析値を示したものである。

衝撃圧に関しては、Housner 理論値とポテンシャル理論値(式(10), (11), (13), (14)で $\omega = 8\pi \text{ rad/sec}$ を代入)はほ

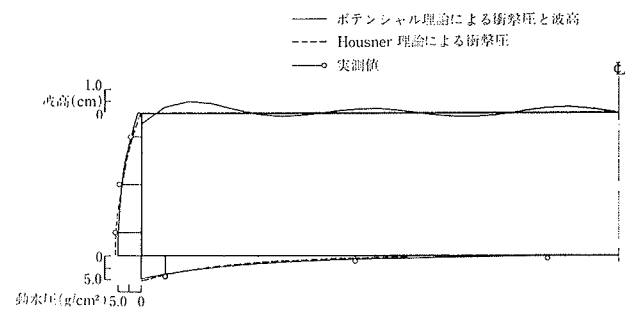


図-7 正弦波 100gal 入力 (衝撃実験)

ぼ等しく、実測値と良く合っている。

図-8に変位 step 波 300 gal を入力した時の実測波形を示す。入力時に衝撃圧が作用し、後にわずかな1次スロッシングが現われ、微小な振動圧が生じている。

なお、変位 step 波を入力した直後の水圧計の自由振動波形には、液体とタンクの連成(バルジング)が見られ、その振動数は 13.3 Hz となっている。

図-9に水圧計(図-8の WP-6)の実測動水圧波形をスペクトル解析して求めたフーリエ・スペクトルを示す。これより求めた1次スロッシングの振動数は 0.342 Hz (2.93 秒), 2次は 0.781 Hz (1.28 秒), 3次は 1.02 Hz (0.992 秒) となり、ほぼ表-1のスロッシングの固有周期と合っている。なお、13.56 Hz にピークが有るが、これは流体とタンクの連成の振動数である。

図-10は、変位 step 波入力の最大加速度 (295 gal) 時の実測衝撃圧と解析値を示したもので、Housner 理論値とポテンシャル理論値(式(10), (11), (13), (14)で $\omega \rightarrow \infty$ と

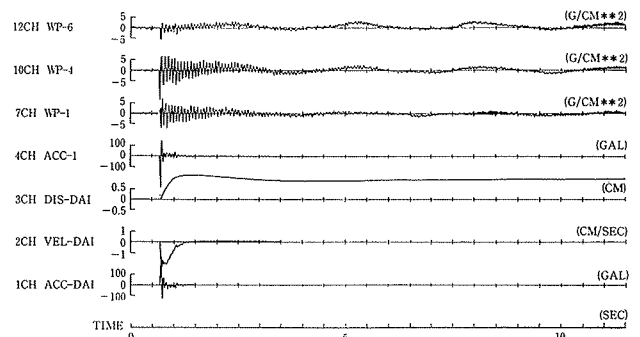


図-8 実測波形 (衝撃実験) 変位 step 波 300gal 入力

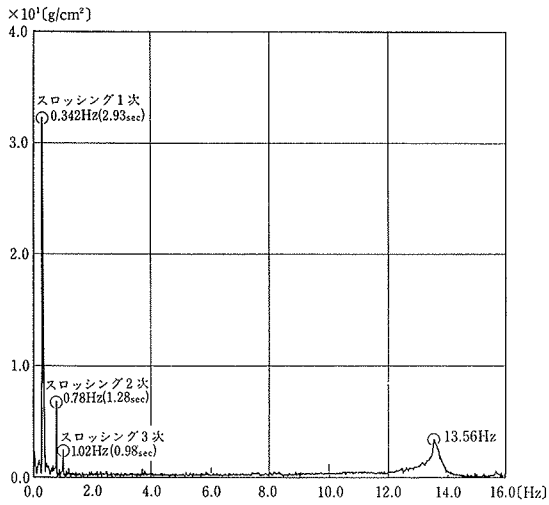


図-9 フーリエ・スペクトル (WP-6) 変位 step 波入力

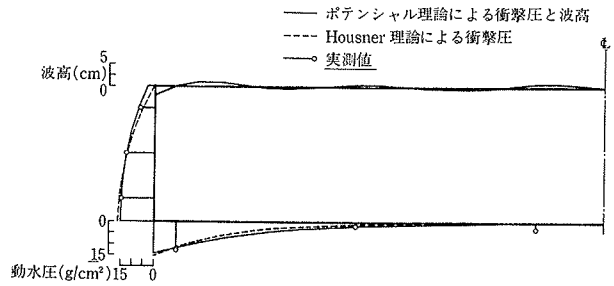


図-10 変位 step 波入力 (衝撃実験)

する) はほぼ等しく、実測値と良く合っている。

(3) ランダム波入力実験

図-11に El-Centro 波 200 gal を入力した時の実測波形を示す。

水圧計の波形より、動水圧は、入力開始直後では加速度波形に類似した衝撃圧が卓越しているが、次第に1次のスロッシングが生じ、振動圧が卓越してくるのが分る。

ランダム波入力実験では、El-Centro, Taft, 八戸地震波を最大加速度 200 gal で入力した。実測動水圧において、最大加速度入力時の衝撃圧の値は3地震波共ほぼ等しかったが、スロッシングが生じてからの振動圧の値は、El-Centro 波が最大で、八戸波が最小となった。

図-12, 13に El-Centro 波入力について、それぞれ、Housner 理論による動水圧 (衝撃圧と振動圧) と実測値、ポテンシャル理論による動水圧と実測値とを比較して示

した。同様に、図-14, 15に八戸波入力について、それぞれ Housner 理論による動水圧と実測値、ポテンシャル理論による動水圧と実測値とを比較して示した。これ等の図によると、地震波の最大加速度入力時に生じる衝撃圧に関しては、Housner 理論値とポテンシャル理論値はほぼ等しく、実測値と良く一致している。しかし、スロッシングが生じて卓越した振動圧に関しては、両入力地震波に対して、Housner 理論値は実測値よりかなり小さく、ポテンシャル理論値は実測値に近い値となっている。

図-16に、各次のスロッシングに対応する固有振動数および減衰定数を持つ1質点系の、上記の3種のランダム波入力に対する加速度応答の最大値を示す。振動圧の解析においては、両理論共この加速度応答の最大値を用いたが、図-16で分かるように、各次のスロッシングの周波数に対する応答値は、El-Centro, Taft, 八戸波の順に小さくなっており、上述のランダム波入力実験の各地震波における実測振動圧の大きさと対応している。また、各地震波に対して、スロッシング1次よりも高次の周波数の加速度最大応答値が大きくなる傾向がある。Housner 理論値よりもポテンシャル理論値が大き目になり、実測値に良い近似を与える傾向が、1次スロッシング振動

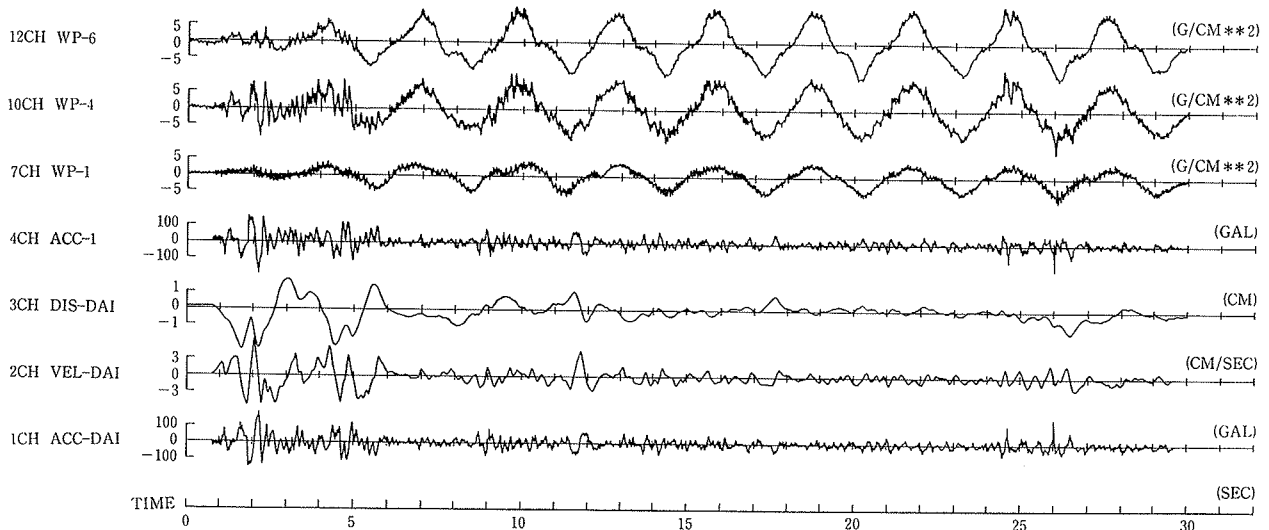


図-11 実測波形 (ランダム波入力実験) El-Centro 波 200gal 入力

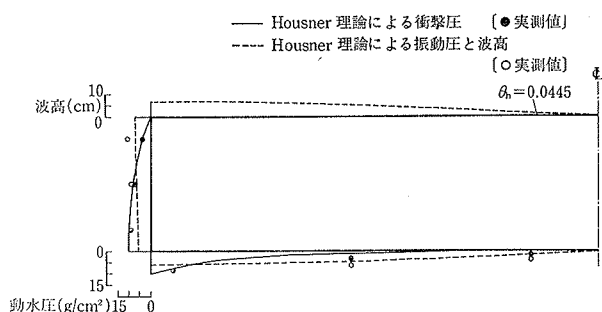


図-12 El-Centro 波 200gal 入力最大応答値 (Housner 理論)

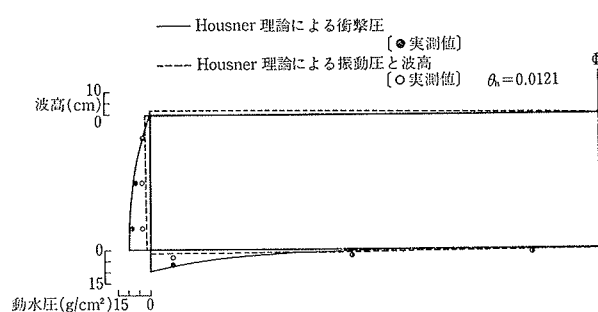


図-14 八戸波 200gal 入力最大応答値 (Housner 理論)

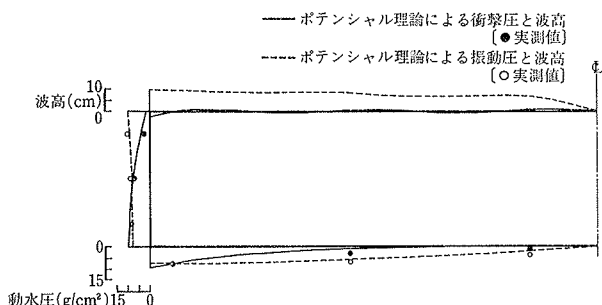


図-13 El-Centro 波 200 gal 入力最大応答値 (ポテンシャル理論)

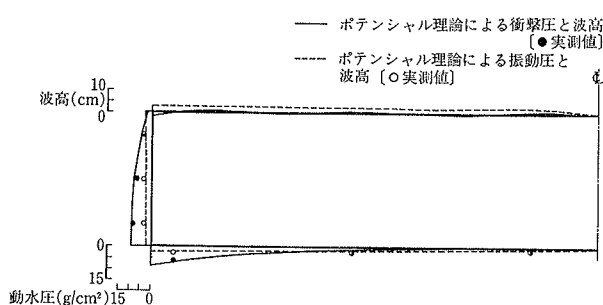


図-15 八戸波 200gal 入力最大応答値 (ポテンシャル理論)

実験の場合よりもランダム波応答の場合により顕著であるのは、この高次の影響が一つの理由と考えられる。

5. おわりに

比較的剛な円筒タンクを用いて種々の卓越周期をもつ地震波を入力した振動実験を行ない、Housner 理論と速度ポテンシャル理論による解析との比較を行なった結果を以下に述べる。

(1) スロッシング周期より短い短周期成分が支配的な入力に対しては衝撃圧が卓越する。衝撃圧の値は入力速度に比例し、実験値と Housner 理論、ポテンシャル理論の解析値とは良く一致している。

(2) スロッシング周期に近い長周期成分が支配的な入力やランダム波入力に対しては、スロッシングが生じて振動圧が卓越する。振動圧の最大値に関して、ポテンシャル理論は実験値と良く一致しているが、Housner 理論はやや小さな値となる。従って、このような入力に対しては、ポテンシャル理論で解析を行うのが適当と思われる。

以上、入力の卓越周期の違いによる流体の振動特性を調べる目的で、比較的剛な円筒タンクを用いた振動実験および解析を行なった。今後、容器が柔らかく、内部流体一容器の連成効果を考慮するモデルについて研究を進めていく予定である。

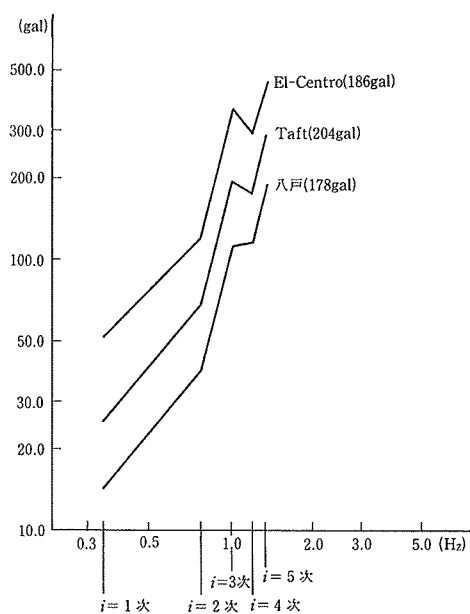


図-16 加速度レスポンス スペクトラム

参考文献

- 1) TID 17024 USAEC
- 2) 曾我部潔, 重田達也, 柴田 碧: 液体貯槽の耐震設計に関する基礎的研究, 東京大学生産技術研究所報告, Vol. 26, No. 7, (昭和52.3)
- 3) 山本鎮男, 清水信行: 地震波の長周期成分が長周期構造物におよぼす影響, 建築技術, (1974.6)