

回転体有限要素法による地下タンクの地震応答解析

後藤 洋三
白砂 健

Earthquake Response Analysis of Underground Tanks by means of an Axisymmetric Finite Element Method

Yozo Goto
Takashi Shirasuna

Abstract

A computer program based on an axisymmetric finite element method which includes thick shell elements and partial viscous boundaries is developed to estimate earthquake responses of cylindrical underground tanks. The computed results obtained by this program more or less coincide with the results of tests concerning vibration of a model underground tank, and agree with the results of the three-dimensional wave propagation theory with regard to a rigid cylindrical body embedded in an elastic stratum. A case study concerning the earthquake response of an actual underground tank indicates that the shearing stress in the plane direction of the tank wall is of a high level, that soils adjacent to the tank are severely strained decreasing their stiffness and the distribution of dynamic earth pressures acting on the tank varies, and that the tangential bending stress of the wall should be estimated through another method which analyzes oval deformation.

概 要

円筒型地下タンク等の地震応答を解析するため、非軸対称変形回転体有限要素法に厚肉シェル要素と境界の影響を近似的に消去する Partial Viscous Boundary を組み込んだ動的解析プログラムを開発した。このプログラムによる計算結果は地下タンクの模型振動実験結果とはほぼ一致し、根入れのある剛体基礎の振動に関する弾性波動論解との比較においてもよく一致した。実際の地下タンクを想定し下方から地震波が入力する場合の応答を計算した結果、タンク側壁の面内方向せん断力が大きな値となること、タンク周辺の地盤に歪が集中し、剛性が低下してタンクに作用する動土圧分布が変化すること、側壁円周方向の曲げ応力は別途にオーバリングを考慮できる計算法によって求める必要があること、等が明らかになった。

1. はじめに

現在わが国では石油や LNG 等のエネルギー備蓄が国策として推進され、多様な備蓄方式が採用されようとしている。この研究で取り上げた円筒型地下タンクによる備蓄はその 1 方式であるが、臨海の沖積地盤に建設される例が多いため、タンク躯体の耐震性について入念な検討が必要とされている。当技術研究所報においてもタンクに作用する地震力を動土圧に置き換えて解析する研究が既に報告されており¹⁾、各方面で多様な研究が進められている。一方、著者等は回転体有限要素法による地震応答解析プログラムの開発と振動台を用いた模型実験を行ってきた。その結果から 2, 3 の知見が得られた

ので、以下に報告する。

2. 回転体有限要素法の基礎理論

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{n=0}^{\infty} (\bar{u}_n \cos n\theta + \bar{u}_n^* \sin n\theta) \\ w &= \sum_{n=0}^{\infty} (\bar{w}_n \cos n\theta + \bar{w}_n^* \sin n\theta) \\ v &= \sum_{n=0}^{\infty} (\bar{v}_n \sin n\theta - \bar{v}_n^* \cos n\theta) \\ P_r &= \sum_{n=0}^{\infty} (\bar{P}_{rn} \cos n\theta + \bar{P}_{rn}^* \sin n\theta) \\ P_z &= \sum_{n=0}^{\infty} (\bar{P}_{zn} \cos n\theta + \bar{P}_{zn}^* \sin n\theta) \\ P_\theta &= \sum_{n=0}^{\infty} (\bar{P}_{\theta n} \sin n\theta - \bar{P}_{\theta n}^* \cos n\theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

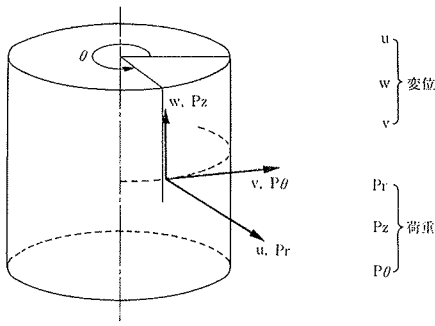


図-1 円筒座標の定義

図-1の円筒座標系において荷重と変位を円周方向にフーリエ級数展開すると次のように表現できる²⁾。

解析モデルが軸対称回転体としての条件を満足していれば、フーリエ級数の直交性を利用して級数の各項毎に独立した問題として解析を進めることができる。特に、水平一方向の地震波が下方から入力する場合にはn=1の級数の一方のみによって厳密な解析が可能である。すなわち、(1)式は次式に置き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} \cos \theta & P_r &= \bar{P}_r \cos \theta \\ w &= \bar{w} \cos \theta & P_z &= \bar{P}_z \cos \theta \\ v &= \bar{v} \sin \theta & P_\theta &= \bar{P}_\theta \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

歪についても同様に次式で展開できる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \bar{\epsilon}_{rr} \cos \theta & \gamma_{rz} &= \bar{\gamma}_{rz} \cos \theta \\ \epsilon_{zz} &= \bar{\epsilon}_{zz} \cos \theta & \gamma_{z\theta} &= \bar{\gamma}_{z\theta} \sin \theta \\ \epsilon_{\theta\theta} &= \bar{\epsilon}_{\theta\theta} \cos \theta & \gamma_{\theta r} &= \bar{\gamma}_{\theta r} \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

歪と変位の関係は微小変形理論にしたがって次のように表現される。

$$\{\bar{\epsilon}\} = \{\bar{\epsilon}_{rr}, \bar{\epsilon}_{\theta\theta}, \bar{\epsilon}_{zz}, \bar{\gamma}_{rz}, \bar{\gamma}_{r\theta}, \bar{\gamma}_{\theta z}\}^T = [A] \left\{ \begin{array}{c} \bar{u} \\ \bar{w} \\ \bar{v} \end{array} \right\} \dots\dots(4)$$

円筒座標における[A]は次のようになる。

$$[A] = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{1}{r} \\ 0 & -\frac{1}{r} & 0 & 0 & r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \right) & 0 \end{pmatrix} \dots\dots(5)$$

応力度についても同様の展開を行ない、応力度と歪を結びつける構成行列を[D]とすると次のように書ける。

$$\{\bar{\sigma}\} = \{\bar{\sigma}_{rr}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}, \bar{\sigma}_{zz}, \bar{\tau}_{rz}, \bar{\tau}_{r\theta}, \bar{\tau}_{z\theta}\}^T = [D] \{\bar{\epsilon}\} \dots\dots(6)$$

境界 S_p に作用する外力ベクトルを{P}とすれば振動問題に対する仮想仕事の原理は次のように書ける。

$$\iiint_V \delta \{\bar{\epsilon}\}^T [D] \{\bar{\epsilon}\} dV + \iiint_V \delta \{u\}^T \rho \{\ddot{u}\} dV = \iint_{S_p} \delta \{u\}^T \{P\} dA \dots\dots(7)$$

ここに、 ρ は質量、{u}は{u, w, v}^Tに意味する。(7)式に(2)、(3)式を代入し円周方向に積分すると θ は消去され級数の係数のみに関する次式が得られる。

$$\iint_{S_p} \delta \{\bar{u}\}^T [D] \{\bar{\epsilon}\} r dr dz + \iiint_V \delta \{u\}^T \rho \{\ddot{u}\} r dr dz = \iint_{S_p} \delta \{\bar{u}\}^T \{\bar{P}\} dA \dots\dots(8)$$

ここで有限要素の概念を導入し、節点変位ベクトルを{u_e}、要素内の変位を記述する変位関数を{ Φ }とすると、{u}は次式で表わされる。

$$\{u\} = [\Phi] \{u_e\} \dots\dots(9)$$

{ Φ }をr, zのみの関数に選び、(9)式を(4)、(8)式に代入して整理すれば、各要素における質量マトリックスと剛性マトリックスは次のように求められる。

$$[M] = \pi \rho \iint [\Phi]^T [\Phi] r dr dz \dots\dots(10)$$

$$[K] = \pi \iint [\Phi]^T [A]^T [D] [A] [\Phi] r dr dz \dots\dots(11)$$

3. 模型実験との比較

3.1. 実験の概要³⁾

図-2は模型の概要を示したものである。5万kl級の重力底版式地下タンクを想定し、長さの縮尺が1/150の模型を製作した。地盤は増粘材を添加したアクリルアマイドゲルで製作し、タンクはアルミ粉を混合したシリコンゴムで製作してそれぞれの重量と剛性を調節し、慣性力と復元力に関する相似率を満足させた。また、地盤の形状を周辺自由の円形として境界の条件が回転体有限要素法の条件と適合するようにした。

実験は振動台上で行ない、正弦波と地震波で加振し

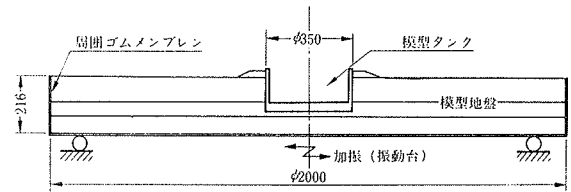


図-2 模型全体断面

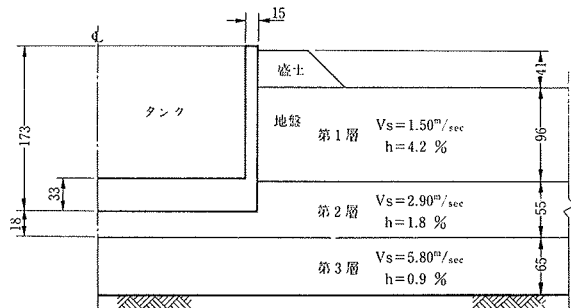


図-3 形状および諸値

た。測定内容はタンクのスウェイとロッキングの加速度、タンク側壁の歪、側壁に作用する動土圧、およびタンク周辺地盤内の加速度である。

3.2. 回転体有限要素法による解析

模型のタンクと地盤を回転体有限要素でモデル化し、正弦波による定常加振実験と等価な状態の応答値を計算した。図-4は計算モデルを示したもので、タンク側壁を厚肉シェル要素で、タンク底版を剛な円板要素でモデル化した。模型地盤の側方境界はゴム膜で作られているので、計算モデルでは等価な剛性のバネ要素でモデル化した。計算時間が膨大になるのを避けるため分割幅を粗にしているので離散化による誤差が高い振動数域で増大する。

計算モデルに用いた材料定数の中で地盤のS波速度とポアソン比については表-1に示す修正値を用いた。S波速度の修正は1次共振、振動数を実験と計算で一致させるために行なったものであり、ポアソン比の修正は数値計算誤差を減少させるために行なったものである。模型地盤の減衰は混入した増粘材の粘性に支配されているので、計算モデルでは剛性行列に比例させる内部減衰型を使用した。

	S 波 速 度 m/sec			ポアソン比
	第 1 層	第 2 層	第 3 層	
測定値	1.50	2.90	5.80	0.5
修正値	1.00	2.31	5.09	0.45

表-1

3.3. 計算結果と実験結果の比較

図-5はタンク底版のスウェイの共振曲線を比較したものである。低い振動数域では計算による曲線の形状と応答倍率は実験とよく一致するが高い振動数域では一致しない。ただし、7 Hz 付近に2次の共振点が現われる点は一致している。1次と2次の間に現われるピークは側方境界の影響によるものである。S波速度が修正を要した原因は同速度の測定誤差と要素分割の粗さにあると推察される。

図-6はタンク側壁に作用する動土圧分布を1次と2次の共振状態について示したものである。実験値は側壁に取り付けられた土圧計によって測定されたものであり、計算値は側壁に接する要素の半径方向直応力 σ_{rr} の値である。土圧測定の精度を考慮すれば両者はよく一致していると言えよう。

図-7と図-8はタンク側壁の鉛直方向歪分布を示したものである。実験値は抵抗線歪ゲージによって測定されたものであり、ゴムの側壁に生じている実際の歪値とゲージの指示する歪値は一致しない。そのため、別途に

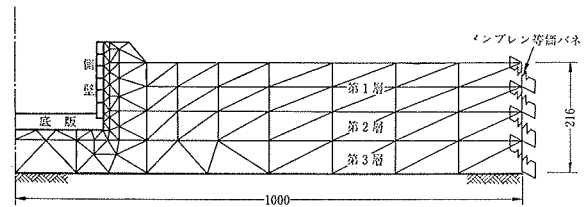


図-4 模型実験の計算モデル

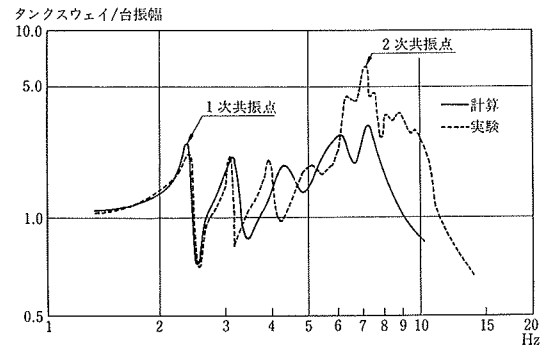


図-5 スウェイの共振曲線

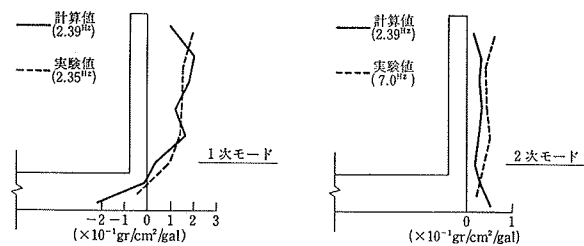


図-6 側壁に作用する動土圧

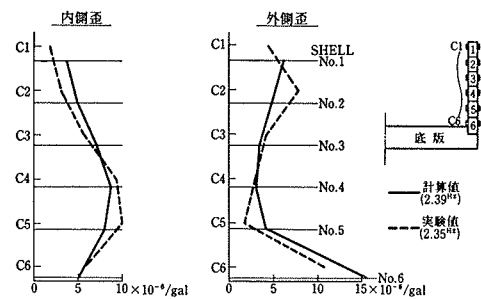


図-7 側壁の歪 (1次共振)

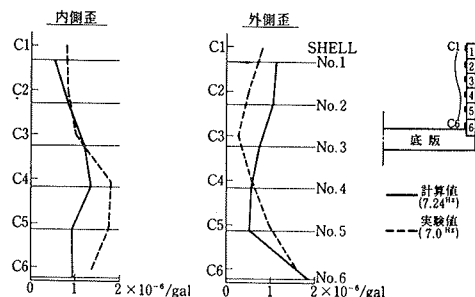


図-8 側壁の歪 (2次共振)

行なった予備実験から歪の指示率を50%と推定し指示歪の2倍の値を図中にプロットした。歪測定の高さを考慮すれば実験値と計算値はよく一致しているとみなすことができよう。

図-9は壁頂部における円周方向の歪分布を示したものである。軸歪については実験値と計算値はよく一致しているが曲げ歪については全く異なった傾向を示している。実験においては模型が完全な軸対称に製作できなかったためにオーバリング変形が発生しその影響が曲げ歪に現われたものと推定される。一方、計算値は軸対称条件下の解であるためオーバリング変形は発生せず曲げ歪は小さな値となる。

4. 弾性波動論解との比較

地盤が側方へ無限に広がっている場合の境界処理方法を検討するため波動論解との比較を行なった。

4.1. 田治見解と計算モデル

田治見⁴⁾は表層と基盤よりなる理想的な2層地盤に根入れされた円筒剛体基礎のロッキング振動を弾性波動論を適用して解析し級数解を求めている。図-10はそのモデルを示したもので次の仮定が導入されている。

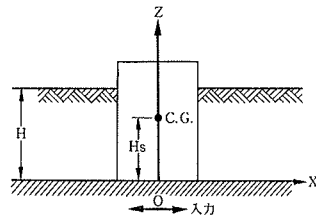


図-10 田治見のモデル

- (1) 表層地盤は上下動をしない。
- (2) 基礎底面下の基盤の影響は回転バネ K_R であらわす。
- (3) 基礎側面と地盤の間に上下方向力の伝達はない。
- (4) 地盤に関する減衰を表層の内部減衰項で表わす。

田治見が示した数値計算結果の代表例について回転体有限要素法による解析を行なった。図-11は有限要素法の計算モデルを示したもので、田治見解で導入された仮定は計算モデルにおいてもそのまま導入されている。側方の境界には半無限の効果を検討するためモデル化領域と遠方地盤 (Free Field) の間に粘性要素を挿入した Partial Viscous Boundary⁵⁾を採用した。粘性要素の係数は平面実体波の逸散による波動インピーダンスから定めるものとし、次式から求めた。

$$\text{半径方向について, } \frac{\rho}{g} V_p \pi r H$$

$$\text{円周方向について, } \frac{\rho}{g} V_s \pi r H$$

ここに、 V_p はP波速度、 V_s はS波速度、 $\pi r H$ は粘性要素の分担面積である。

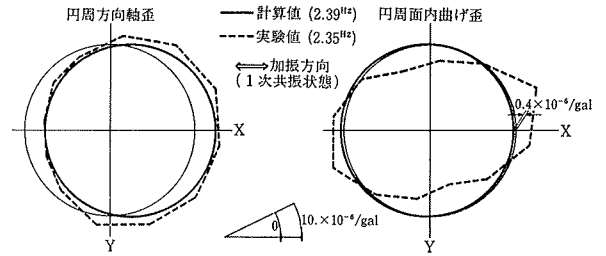


図-9 円周方向の歪分布

4.2. 計算結果の比較

図-12は田治見解と回転体有限要素法による計算結果を比較したものである。有限要素法の結果には側方境界をフリーとした場合と遠方地盤とモデル化領域を直結し

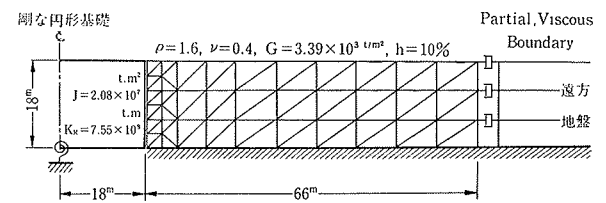


図-11 計算モデル

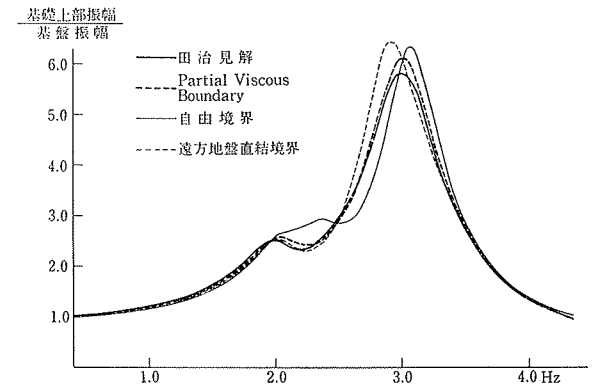


図-12 基礎上の応答倍率

た場合を参考のため付記している。Partial Viscous Boundaryを採用したモデルの計算結果と田治見解はよく一致しており、プログラムの信頼性と Partial Viscous Boundaryの有効性が確認される。

5. 地震応答解析例

-60 m までがN値50以下の滞積地盤中に内径50 m 深さ30 mの重力底版式地下タンクが建設される場合を想定する。図-13は計算モデルを示したもので、タンク側壁は厚肉シェル要素、底版は剛な円板要素でモデル化し、内部の液体は Housnerの方法に従って質点に置換した。減衰特性は実地盤の性質を考慮して履歴減衰型とした。

入力地震波には El-Centro 1940NS と八戸 1968 EW を用い、それぞれ最大加速度を 150 gal と 110 gal にして入力した。地盤の剛性率と減衰定数は歪に依存するものとし、等価線型化法を適用して 3 回の修正計算を行なった。修正後の剛性は初期剛性の 0.37~0.85 倍となり、減衰定数は 10.5~14.5% となった。

図-14 はタンク側壁に作用する動土圧分布を示したものである。最大動土圧は地表下面 10 m で発生し、半径方向の直土圧が 17 ton、円周方向のセン断土圧が 10 ton となる。地表付近の土圧が低下する傾向を示しているが、タンク周辺地盤の地表付近に歪が集中し剛性率が低下したためと考えられる。

図-15 はタンク側壁に生じる応力度の最大値を示したものである。鉄筋コンクリートの一般的な許容応力と比較した場合内方向セン断力が比較的大きな値となっているが、実際の現象ではオーバリングによる変形の逃げも生じるため若干異なった値となる。

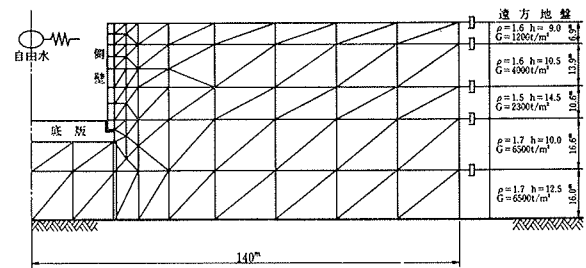


図-13 計算モデル

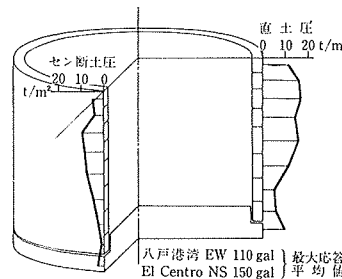


図-14 動土圧分布

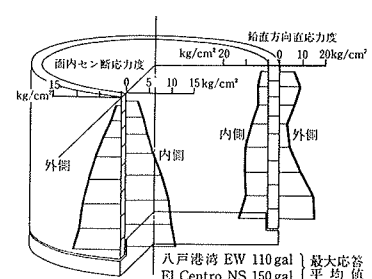


図-15 応力度分布

6. まとめと今後の課題

(1) 回転体有限要素法による計算値は弾性波動論解ならびに模型振動実験の結果とほぼ一致し、解法の妥当性と計算プログラムの信頼性を確認することができた。

(2) Partial Viscous Boundary による境界処理は比較的簡便で効果的な方法であった。しかし、モデル化領域を広く取る必要があり計算量が増大するので、薄層要素法による境界処理²⁾を検討する必要がある。

(3) 模型実験の結果と計算値の比較から、地震波が鉛直下方から入力する場合でもタンク躯体が軸対称条件から僅かにずれることによってオーバリングが発生し、円周方向の曲げ応力が大きくなることが示された。地震波の表面波成分によってオーバリング変形が生じることも既に指摘されており⁶⁾、円周方向応力の地震応答を求めるためにはオーバリングを考慮した計算法を取る必要がある。

(4) タンクに近接する地盤に歪が集中し、特に地表付近の歪は大きな値となる。タンクに作用する動土圧はタンク周辺地盤に生じる歪と密接な関係にあるので、歪の発生状況についてさらに検討を進める必要がある。

(5) 表層より深く根入れされたタンクは表層地盤の応答に抵抗するのでタンク側壁下部の面内方向に比較的大きなセン断力が発生する。このセン断力は地層の構成とタンクの根入れ深さばかりでなく、(4)で述べた歪の集中による地盤剛性低下と(3)で述べたオーバリングの影響も受けると考えられる。この様な問題については地震観測による調査も必要となる。

7. むすび

この研究を進めるにあたり、当技術研究所の中川恭次所長、斎藤二郎次長、木村 薫主任研究員から指導と支援を受けてきた。各位に深謝の意を表して本論のむすびとしたい。

参考文献

- 1) 中川恭次, 他 5 名: LNG 地下貯蔵タンクの耐震設計について, 大林組技術研究所報, No. 6, (1972)
- 2) Eduardo Kausel: Forced Vibration of Circular Foundations on Layered Media, Research Report R74-11, Department of Civil Engineering, MIT, (1974)
- 3) 後藤洋三, 白砂 健: 回転体有限要素法による円筒型地下タンクの地震応答解析—単タンク模型振動実験の解析—, 大林組技術研究所報告書, (昭和53.12)
- 4) 田治見 宏: 深い基礎を有する構造物の地震応答について, 第 2 回日本地震工学シンポジウム講演集, (1966), p. 255
- 5) 宇梶賢一, 他 2 名: Elastic-Plastic Dynamic Analysis of Soil-Foundation-Structure Interaction, 第 4 回日本地震工学シンポジウム講演集, (1975), pp. 319~326
- 6) 浜田政則: 大型地下タンクの地震時挙動の観測と解析, 土木学会論文報告集, No. 273, (1978), pp. 1~14