

# 基礎地盤の動特性の等価 2 質点系置換モデル

安 井 譲

藤 谷 芳 男

(本社建築本部設計第三部)

松 本 茂 紀

(本社建築本部設計第三部)

## Equivalent Two-Mass Model for Dynamical Ground Stiffness Functions

Yuzuru Yasui

Yoshio Fujitani

Shigeki Matsumoto

### Abstract

Dynamic stiffness functions of a foundation obtained from elastic half-space theory are dependent on frequencies. The authors propose an equivalent two-mass model simulating those dynamic stiffness functions. This two-mass model method is effective for a wider range of nondimensional frequencies than previous methods. This equivalent model is constituted of constant parameters. Therefore, the interaction model of a structure-foundation-half space system is represented by a lumped-mass system with constant parameters, and is of practical advantage for seismic response analyses. In this report, the idea of the two-mass model is shown and chart tables on the two-mass model parameters are given, and finally, to show the validity of this method, complex eigenvalues of an interaction model making use of this method are compared with those by Bielak's exact method.

### 概 要

半無限弾性波動理論解により求められた基礎の並進と回転振動に関するばね係数と地下逸散減衰係数を表わす粘性減衰係数は振動数に依存して変化する。これらの係数で表わされる動特性と等価な特性を持つ定数係数からなる2質点系モデルを提案する。この2質点系置換法は、従来の定数係数置換法あるいは一質点系置換法に比べて、より高い無次元振動数まで精度よく近似できる方法である。この2質点系置換モデルを建物のモデルの基礎に連結することにより、建物—基礎—半無限地盤連成系を定数係数からなる多質点系モデルとして取扱うことが可能となる。本報告では、等価2質点系置換法の考え方を述べるとともに、この2質点系モデルを作成するのに必要な無次元表示値を示す。最後に、本法を用いた連成系モデルの複素固有値計算を行ない、その結果と正解値とを比較することにより本法の妥当性を示す。

### 1. 序

中低層のR.C.構造物あるいは原子炉建家の様に、地盤に比べてその剛性が高い構造物の地震応答解析をする場合、構造物と基礎および地盤との相互作用の効果を考慮する必要がある。地盤がほぼ半無限に一様に広がっていると見做せる様な場合に、相互作用を考慮した連成系モデルを作成する際、半無限弾性波動理論<sup>1)~5)</sup>から求められた相互作用係数が用いられる。ここに、相互作用係数とは地盤上の基礎の並進と回転振動に関するばね係数と、地下逸散減衰に由来する粘性減衰係数のことを指す。これらの係数は振動数に依存して変化することから、

連成系モデルに組み込んで応答解析する際、若干の工夫が必要となる。本研究のテーマは、この波動解の、連成系モデルへの組み込み方法にある。

さて、この組み込み方法については既に多くの提案がある<sup>6)~15)</sup>、即ち、振動数依存型の係数をそのまま用いるもの<sup>6)7)</sup>、係数を有理型関数に近似するもの<sup>8)~10)</sup>、定数係数と見做すもの<sup>11)~13)</sup>、および一質点系の動特性で置換する方法<sup>14)</sup>等が提案されている。これら既往の方法の主な問題点を挙げれば次の様であろう。即ち、広く一般に使用されている直接積分法あるいはモーダル解析等の技術と経験が生かされないと<sup>9)</sup>、応答計算に移る以前に少なからぬ作業が要求されること<sup>7)15)</sup>、振動数が高い範

囲に対して有効でないこと<sup>8)~14)</sup> 等の問題点が挙げられる。

本報で提案する方法は、波動理論により求められた相互作用係数を、定数係数からなる2質点系モデルで置換する方法であって、特に振動数依存性が強い回転振動特性を相当高い振動数まで精度よく近似できるという特長をもっている。本置換法を用いれば、建物一基礎一半無限地盤連成系を定数係数からなる質点系でモデル化することができ、直接積分法等広く使われている応答計算手法が使えることになる。また、複素固有解析法を用いれば、地下逸散減衰を考慮した各次の減衰定数を求めることが可能である。更に、必要ならば、上部構造物の非線形性を考慮した応答計算を行なうことができよう。

## 2. 半無限弾性波動理論解

本報では、広い範囲の無次元振動数にわたって、相互作用係数の数値が示されている Veltos<sup>5)</sup> らの解を近似の対象とする。この解の概要を示すと次の様である。

半径  $a$  の質量のない剛な円形基礎が、均質等方で内部減衰をもたない半無限弾性体の表面に載っているとし、その基礎に作用する外力として正弦的に振動する水平力  $P$  と基礎底面の中心軸回りに正弦的に振動するモーメント  $M$ を考える。このとき基礎の定常振動振幅を  $u$ ,  $\phi$  とする。ここに  $u$ ,  $\phi$  はそれぞれ、水平振幅と回転振幅を表わす。半無限弾性体に波動理論を適用して、 $u$ ,  $\phi$  を求めると次の様になる。

$$\frac{U}{U_{st}} = k_1 + ia_0 c_1 \quad \dots \dots \dots (1.a)$$

$$\frac{\phi}{\phi_{st}} = k_2 + ia_0 c_2 \quad \dots \dots \dots (1.b)$$

ここで、 $k_1$  は剛性(ばね)係数であり、 $c_1$  は(粘性)減衰係数である。また、 $i$  は虚数単位である。更に、 $a_0$  は無次元振動数であって、 $k_1$ ,  $c_1$  はこの  $a_0$  の関数となる。なお  $a_0$  は次式で定義されるものである。

$$a_0 = \frac{a\omega}{V_s} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\omega$ : 外力の円振動数、 $V_s = \sqrt{G/\rho}$ : 半無限弾性体の S 波の速度、 $G$ :せん断剛性、 $\rho$ : 単位体積あたりの質量。

(1)式中の  $U_{st}$ ,  $\phi_{st}$  は、それぞれ、 $P$  あるいは  $M$  が静的に作用したときの水平変位と回転角であって次式で与えられるものである。

$$U_{st} = \frac{P}{K_x}, \quad K_x = \frac{8Ga}{2-\nu} \quad \dots \dots \dots (3.a)$$

$$\phi_{st} = \frac{M}{K_\phi}, \quad K_\phi = \frac{8Ga^3}{3(1-\nu)} \quad \dots \dots \dots (3.b)$$

ここに、 $K_x$ ,  $K_\phi$  は、それぞれ、水平と回転に関する静的ばねであり、 $\nu$  は半無限弾性体のポアソン比である。

2 質点系による近似は(1)式について行なう。なお、ここでは、水平と回転の連成項を省いた場合を示した((1)式)。連成項は、工学的には、無視してよいとされている<sup>5)</sup>。文献(5)には、連成項を考慮したばね係数  $k_{ij}$ 、粘性減衰係数  $c_{ij}$ 、柔軟係数  $f_{ij}$ ,  $g_{ij}$  の数値が、 $a_0=0 \sim 10$ ,  $\nu=0$ ,  $1/3$ ,  $0.45$ ,  $0.5$  のパラメータの値に対して掲載されている。 $k_i$ ,  $c_i$  は  $f_{ii}$ ,  $g_{ii}$  の数値から計算できる。

## 3. 2 質点系モデルによる近似

### 3.1. 水平振動

(1, a) 式、即ち、水平振動に関する動特性を図-1に示した様な2質点系モデルで近似することを考える。

この質点系の質量を

$m_{s1}$ ,  $m_{s2}$ 、ばね定数を

$k_{s1}$ ,  $k_{s2}$  減衰定数を

$c_{s1}$ ,  $c_{s2}$  とする。い

ま、質点  $m_{s1}$  に振幅  $P$  の正弦振動外力が作用しているとし、

そのときの質点  $m_{s1}$  の変位振幅を  $u_{s1}$ 、質点  $m_{s2}$  の変位振幅を  $u_{s2}$  とする。この  $u_{s1}$  が、前章の基礎一半無限弾性体モデルの基礎の水平振幅にあたる。この 2 質点系

モデルについての運動方程式を立て、 $u_{s1}$  について解くと次の様になる。

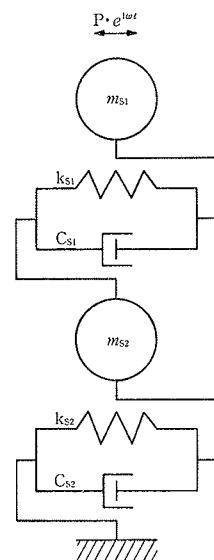


図-1 2 質点系モデル(水平振動特性を近似するためのモデル)

$$\frac{U_{st}}{U_{s1}} = \bar{k}_1 + ia_0 \bar{c}_1, \quad \dots \dots \dots (4.a)$$

$$\bar{k}_1 + ia_0 \bar{c}_1 \equiv -a_0^2 \bar{m}_{s1} + \bar{k}_{s1} + ia_0 \bar{c}_{s1} \quad \dots \dots \dots (4.b)$$

$$-a_0^2 \bar{m}_{s2} + \frac{\bar{k}_{s2}^2}{\bar{k}_{s1}-1} + ia_0 (\bar{c}_{s1} + \bar{c}_{s2})$$

ここに、

$$K_x = \frac{k_{s1} \cdot k_{s2}}{k_{s1} + k_{s2}}, \quad \bar{m}_{s1} = \frac{m_{s1}}{a^2 K_x}, \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$\bar{k}_{s1} = \frac{k_{s1}}{K_x}, \quad \bar{c}_{s1} = \frac{c_{s1}}{a K_x}, \quad \dots \dots \dots$$

(4)式で (1, a) 式を最も良く近似する様な  $\bar{m}_{s1}$ ,  $\bar{k}_{s1}$ ,  $\bar{c}_{s1}$

および  $\bar{c}_{S1}$  を定めれば良い。即ち、次式で表わされる関数  $E_1$  を最小にする様に定める。

$$E_1 = \sum_j^N (k_1 - \bar{k}_1)^2 + \sum_i^N a_0^2 (c_1 - \bar{c}_1)^2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

計算は試行錯誤的に行なうことになる。このとき、 $\partial E_1 / \partial \bar{m}_{S1} = 0$  から得られる式を併用すると、最適値を求めるべき変数を一つ消去することができる。なお、(6)式中の  $N$  は波動解が計算されている数値の総数である。

図-2 に、こうして定めた  $\bar{k}_1$ 、 $\bar{c}_1$  と波動解による  $k_1$ 、 $c_1$  とを比較したものを示した。 $\nu = 1/3$  の場合である。

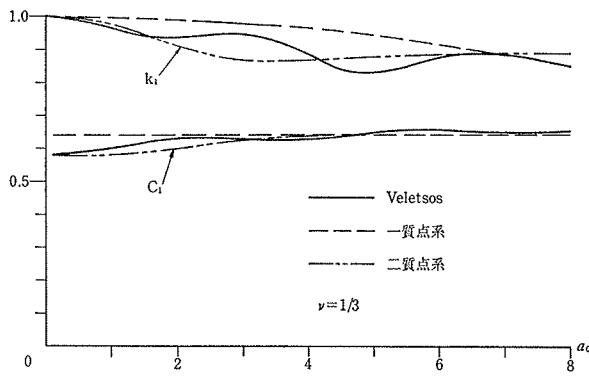


図-2  $k_1$ 、 $c_1$  の近似 ( $\nu = 1/3$ )

参考のため一質点系モデルにより近似した結果も示しておいた。2質点系モデルによりほぼ満足し得る近似が得られていることがわかる。

ポアソン比  $\nu$  の値が  $1/3$  以外の場合について求めた2質点系モデルの係数の値を先の  $\nu = 1/3$  の場合とあわせまとめて表-1に示した。表-1で、 $m_{S1}$  の値が負になっているが、基礎の質量を加えれば殆んどの場合正の値になるであろうから、問題はないと思われる。

	$\nu=0$	$\nu=1/3$	$\nu=0.45$	$\nu=0.5$
$k_{S1}/K_x$	1.119	1.105	1.015	1.005
$k_{S2}/K_x$	9.403	10.52	67.67	201.
$C_{S1}/\left(\frac{a^2 K_x}{V_s}\right)$	0.7883	0.6432	0.6074	0.5847
$C_{S2}/\left(\frac{a^2 K_x}{V_s}\right)$	5.322	5.780	11.94	6.358
$m_{S1}/\left(\frac{a^2 K_x}{V_s^2}\right)$	$-1.025 \times 10^{-3}$	$4.206 \times 10^{-6}$	$-6.67 \times 10^{-4}$	$2.003 \times 10^{-3}$
$m_{S2}/\left(\frac{a^2 K_x}{V_s^2}\right)$	1.862	2.022	4.078	2.692

表-1 等価2質点系モデルの係数 (水平振動)

### 3.2. 回転振動

次に回転振動に関する特性を近似することを考える。この場合、図-3 に示した様な2質点系モデルを用いる。図-2 の2質点モデルの上部質点に外部ばねと外部粘性減衰係数が付加された形をしたモデルである。説明

の都合上、このモデルを改良型2質点系モデルと呼ぶことにする。このモデルの  $I_{S1}$  ( $i=1, 2$ ) は質量慣性モーメントを、 $k_{Ri}$  ( $i=1 \sim 3$ ) は回転ばねを、 $c_{Ri}$  ( $i=1 \sim 3$ ) は粘性減衰係数をそれぞれ表わす。

このモデルの質点  $I_{S1}$  に、振幅  $M$  の正弦振動

するモーメント

が作用するとする。このとき、 $I_{S1}$  の回転角の振幅  $\phi_1$  は次式で与えられる。

$$\frac{\phi_{st}}{\phi_1} = \bar{k}_2 + ia_0 \bar{c}_2 \quad \dots\dots\dots(7.a)$$

$$\bar{k}_2 + ia_0 \bar{c}_2 \equiv -a_0^2 \bar{I}_{S1} + 1 + \frac{\bar{k}_{R1}^2}{\bar{k}_{R1} + \bar{k}_{R2}} \quad \dots\dots\dots(7.b)$$

$$+ ia_0 (\bar{c}_{R1} + \bar{c}_{R3}) - \frac{(\bar{k}_{R1} + ia_0 \bar{c}_{R1})^2}{-a_0^2 \bar{I}_{S2} + \bar{k}_{R1} + \bar{k}_{R2} + ia_0 (\bar{c}_{R1} + \bar{c}_{R2})} \quad \dots\dots\dots$$

ここに、

$$K_\phi = k_{R3} + \frac{k_{R1} \cdot k_{R2}}{k_{R1} + k_{R2}}, \quad \bar{I}_{S1} = \frac{I_{S1}}{a^2 K_\phi} \frac{V_s^2}{V_s^2} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\bar{k}_{R1} = \frac{k_{R1}}{K_\phi}, \quad \bar{c}_{R1} = \frac{c_{R1}}{a K_\phi} \frac{V_s}{V_s} \quad \dots\dots\dots$$

(7)式で、(1, b) 式を最も良く近似する様な  $\bar{I}_{S1}$ 、 $\bar{k}_{R1}$ 、 $\bar{c}_{R1}$  を定めれば良い。具体的には次式で示される  $E_2$  を最小にする様に定める。

$$E_2 = \sum_j^N (k_2 - \bar{k}_2)^2 + \sum_j^N a_0^2 (c_2 - \bar{c}_2)^2 \quad \dots\dots\dots(9)$$

このとき、 $\partial E_2 / \partial \bar{I}_{S1} = 0$  および  $\partial E_2 / \partial \bar{c}_{R1} = 0$  から定まる式を併用すると未知数を二つ消去できる。

図-4 に、こうして定めた  $\bar{k}_2$ 、 $\bar{c}_2$  と  $k_2$ 、 $c_2$  とを比較したものを示した。ポアソン比  $\nu = 1/3$  の場合である。

参考のため、一質点系モデルおよび前節と同じ要領で定めた2質点系モデルにより近似した結果も示しておいた。この図から、改良型2質点系モデルが最も良く波動解を近似しているのがわかる。そこで、今後、等価2質点系置換モデルと言う際、水平振動については2質点系

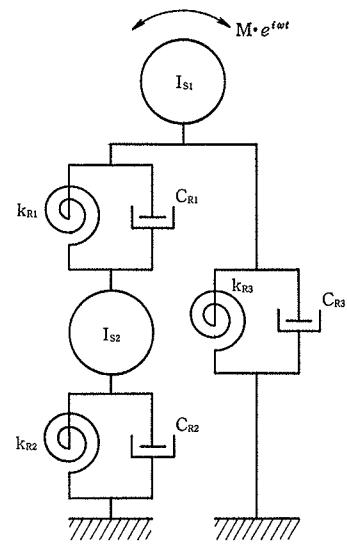


図-3 改良型2質点系モデル  
(回転振動特性を近似するためのモデル)

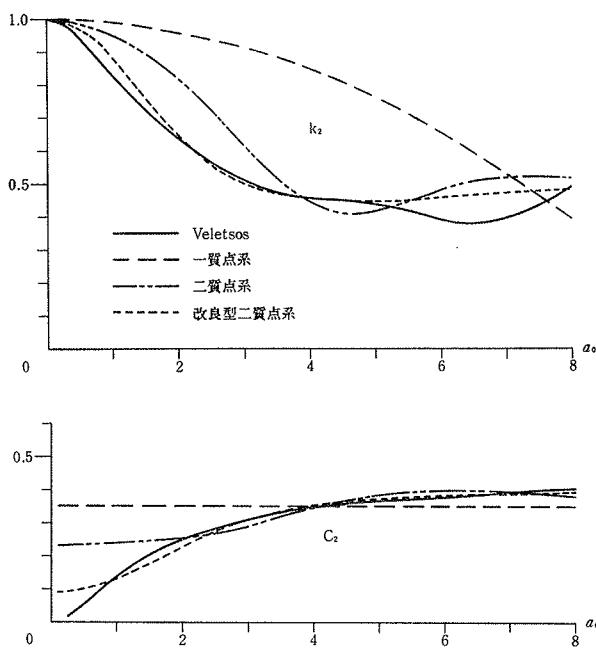


図-4 \$k\_2\$ (上段), \$c\_2\$ (下段) の近似 (\$\nu=1/3\$)

モデルを、回転運動に関しては改良型2質点系モデルを指すこととする。

表-2に、\$\nu=0, 1/3, 0.45, 0.5\$の場合についての改良型2質点系モデルの係数の値をまとめて示した。\$I\_{s1}\$が負の値となる場合があるが、水平振動の場合と同様に、実際には問題にならないであろう。

	\$\nu=0\$	\$\nu=1/3\$	\$\nu=0.45\$	\$\nu=0.5\$
\$k_{R1}/K\phi\$	0.9208	0.9448	0.8589	0.8371
\$k_{R2}/K\phi\$	0.1125	0.1055	0.1270	0.1498
\$k_{Rs}/K\phi\$	0.8997	0.9051	0.8894	0.8729
\$C_{R1}/(\frac{aK\phi}{V_s})\$	0.4912	0.5039	0.5039	0.4465
\$C_{R2}/(\frac{aK\phi}{V_s})\$	0.2299	0.2359	0.3140	0.3060
\$C_{Rs}/(\frac{aK\phi}{V_s})\$	-0.08367	-0.1007	-0.08441	-0.1705
\$I_{s1}/(\frac{a^2K\phi}{V_s^2})\$	\$1.48 \times 10^{-3}\$	\$-9.61 \times 10^{-4}\$	0.01787	0.03345
\$I_{s2}/(\frac{a^2K\phi}{V_s^2})\$	0.2114	0.1792	0.1652	0.2388

表-2 等価2質点系モデルの係数(回転運動)

#### 4. 構造物—基礎—地盤連成系の運動方程式

本章では、等価2質点系モデルを用いて、半無限弾性地盤上の基礎および構造物の連成系モデルを作成し、その運動方程式を示すこととする。

図-5にその連成系モデルを示した。基礎には等価2質点系モデルが連結されている。上部建家を表わす質点はn個としその各質点の質量を\$m\_i\$、基礎重心から\$m\_i\$までの距離を\$H\_i\$とする。また、基礎の質量を\$m\_0\$、基礎の重心回りの質量慣性モーメントを\$I\_0\$、基礎重心とそ

の底面との距離を\$s\$とする。いま、鉛直下方から地震波が入射してきた場合を考え変位を次の様に定義する。即ち、自由地表面での地動変位を\$u\_g\$、質点\$m\_i\$の地動\$u\_g\$に対する相対変位を\$u\_i\$、基礎重心の地動\$u\_g\$に対する相対変位を\$u\_0\$、基礎の回転角を\$\phi\_1\$とする。このとき、運動方程式は次の様になる。

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M]\{E\}\ddot{U}_g \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここで、

$$\{U\}^T = \{u_n, u_{n-1}, \dots, u_2, u_1, u_0, u_{s2}, \phi_1, \phi_2\} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\{E\}^T = \left\{ 1, 1, \dots, 1, \frac{m_0}{m_0+m_{s1}}, 0, 0, 0 \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$u_{s1} = u_0 - s\phi_1 \quad \dots\dots\dots(13)$$

更に、

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix}, \quad M_{11} = \begin{bmatrix} m_n & 0 \\ m_{n-1} & \ddots \\ \vdots & m_2 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} m_0 + m_{s1}, & 0, & -m_{s1} \cdot s, & 0 \\ 0, & m_{s2}, & 0, & 0 \\ -m_{s1} \cdot s, & 0, & I_0 + I_{s1} + m_{s1} \cdot s^2, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & I_{s2} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad K_{11} = [k_{ij}'] \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$K_{21} = K_{12}^T = \begin{bmatrix} k_{0n}, & k_{0n-1}, & \dots, & k_{02}, & k_{01} \\ 0, & 0, & \dots, & 0, & 0 \\ k_{\phi n}, & k_{\phi n-1}, & \dots, & k_{\phi 2}, & k_{\phi 1} \\ 0, & 0, & \dots, & 0, & 0 \end{bmatrix}$$

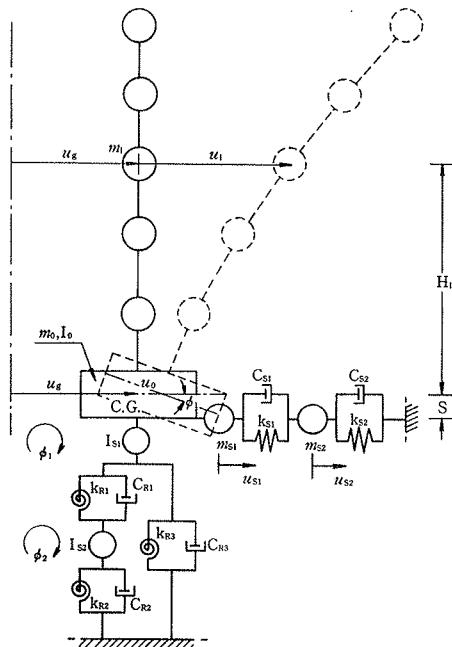


図-5 連成系モデル

$$K_{22} = \begin{pmatrix} k_{S1} - \sum_{i=1}^n k_{0i}, & -k_{S1}, & -k_{S1} \cdot s - \sum_{i=1}^n k_{0i} \cdot H_i, & 0 \\ -k_{S1}, & k_{S1} + k_{S2}, & k_{S1} \cdot s, & 0 \\ -k_{S1} \cdot s - \sum_{i=1}^n k_{0i} \cdot H_i, & k_{S1} \cdot s, & k_{R1} + k_{R3} \\ & & + k_{S1} \cdot s^2 - \sum_{i=1}^n k_{\phi i} \cdot H_i, & -k_{R1} \\ 0, & 0, & -k_{R1}, & k_{R1} + k_{R2} \end{pmatrix}$$

(15)式中に含まれる  $k'_{ij}$  は基礎固定のときの上部建家の剛性係数であり、  $k_{0i}$ ,  $k_{\phi i}$  は次式により定められるものである。

$$k_{0i} = -\sum_{j=1}^n k_{ij}'', \quad k_{\phi i} = -\sum_{j=1}^n k_{ij}' \cdot H_j \quad \dots \dots \dots (16)$$

なお、[C] は [K] と同様な形となるのでその説明を省いた。

(10)式の応答計算は、直接積分法、複素モーダル法等、定数係数の多質点系に関する通常の応答計算法によることができる。その際、特に、荷重ベクトル {E} (12)式の形に注意する必要がある。

## 5. 計算例

本章では、建物、基礎および半無限弾性地盤からなる連成系の複素固有値計算を行ない、その結果を正解値と比較することにより本法の妥当性を検証することとする。計算モデルは、Bielak<sup>7)</sup>が用いたものと同じものとする。Bielak は、図-6 に示した様な、半無限弾性地盤上の剛な円形基礎に建物を表わす 2 質点が連結されたモデルを計算例として用いている。彼の複素固有値計算法は、基礎の底面に振動数依存型の波動解を直接接続した連成系モデルの複素固有値問題を繰り返し計算により解く方法であって、こうして求められた結果は、いわば正解値とも言えるものである。

さて、図-6 の計算モデルの諸元の値は次の様であ

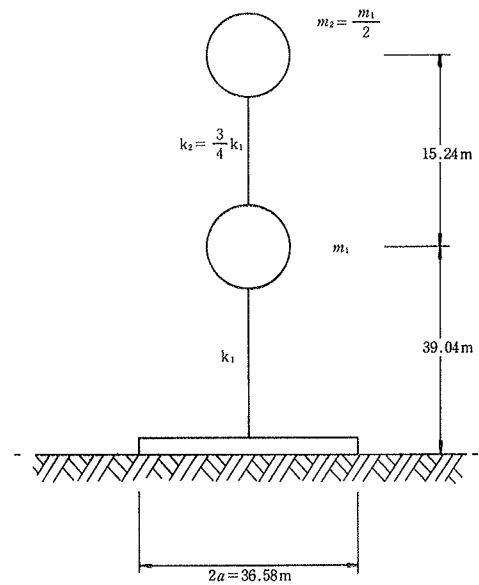


図-6 計算モデル

る。 $m_0 = 1592(\text{ton} \cdot \text{sec}^2/\text{m})$ ,  $m_1 = 706.9(\text{ton} \cdot \text{sec}^2/\text{m})$ ,  $k_1 = 802,700(\text{ton}/\text{m})$ ,  $I_0 = 227,800(\text{ton} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{m})$ ,  $a = 18.29(\text{m})$ ,  $\rho = 0.196(\text{ton} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4)$ ,  $\nu = 0.25$  の諸値を用い、地盤の S 波の速度  $V_s$  を  $243.8(\text{m}/\text{s})$ ,  $365.8(\text{m}/\text{s})$ ,  $457.2(\text{m}/\text{s})$  および  $823.0(\text{m}/\text{s})$  と 4 種類に変えて計算している。なお、上部建家は非減衰のせん断型モデルであって、その基礎固定時の 1 次の固有円振動数は  $25.15(\text{rad/sec})$ , 2 次の固有円振動数は  $55.3(\text{rad/sec})$  である。また、文献(7)では pounds, feet 単位を用いている。

本法による複素固有計算は、(10)式の右辺を零として得られる固有値問題を解くことになる。その係数は(14), (15), (16)式と表-1 および表-2 から定めれば良い。表-1, 2 には  $\nu = 0.25$  に対する値がないので、 $\nu = 1/3$  の値を用いることとし、静的ばね  $K_x$ ,  $K_\phi$  の値を  $\nu = 0.25$  として計算することとした。

Bielak が得ている固有値と本法によるものとの比較を表-3 に示した。 $\omega_1$ ,  $\omega_2$  とそれに対応する  $h_1$  と  $h_2$  が刺激係数の大きい固有値である。両者は良く一致していると言えよう。 $V_s$  が大きくなると  $h_1$  の両者の値の開きが大きくなるが、この原因はおそらく、回転の減衰の影響であろう。即ち、図-4(下段)に示した様に  $a_0$  が小さい範囲では近似した  $c_2$  の方が  $c_1$  より大きくなっている。ところで実際には、地盤は材料減衰を持つ

$V_s$ (m/sec)	計算方法	固有円振動数 (rad/sec)				固有減衰定数 (%)			
		$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$
243.8	(A) 本法	9.045	54.83	23.03	86.56	4.761	0.8784	46.70	16.81
	(B) Bielak	8.87	54.84	23.86	87.73	4.26	0.88	58.69	16.14
	A/B	1.020	0.9998	0.9652	0.9867	1.118	0.9982	0.7957	1.042
365.8	(A) 本法	12.68	54.87	34.65	88.19	3.834	1.035	46.66	23.37
	(B) Bielak	12.47	54.86	35.86	90.75	3.27	1.05	58.74	23.55
	A/B	1.017	1.000	0.9663	0.9718	1.172	0.9857	0.7943	0.9924
457.2	(A) 本法	14.89	54.87	43.45	89.66	3.133	1.078	46.62	26.37
	(B) Bielak	14.70	54.86	44.93	93.66	2.57	1.06	58.86	27.61
	A/B	1.013	1.000	0.9671	0.9573	1.219	1.017	0.7920	0.9551
823	(A) 本法	20.22	54.85	79.23	107.3	1.262	0.5103	47.64	26.22
	(B) Bielak	20.12	54.86	81.29	117.3	0.87	0.53	59.93	34.47
	A/B	1.005	0.9998	0.9747	0.9147	1.451	0.9628	0.7949	0.7607

表-3 固有振動数と固有減衰定数

ているから、この程度の誤差は実用上問題ないと考えて良いであろう。

## 6. まとめ

定数係数からなる2質点系モデルにより、半無限弾性波動理論により得られる基礎一地盤の動特性を模擬する方法を示した。この方法は、特に、振動数によって大きく変化する回転振動に関する動特性を相当高い無次元振動数( $a_0 = 0 \sim 10$ )まで精度良く近似できるという特長をもっている。また、地盤のポアソン比の値が0, 1/3, 0.45, 0.5の場合について、この等価2質点系モデルの係数の計算表を示した。更に、この等価2質点系モデルを用いた建物一基礎一半無限弾性地盤連成系の運動方程式を示した。この運動方程式の応答計算は、直接積分法、複素モーダル法等、定数係数の多質点系に関する通常の応答計算法によることができる。最後に、本法を用いて、建物一基礎一半無限地盤連成系の固有振動数と固有減衰定数を求め、正解値と比較した。両者の値は良く一致し、本法の妥当性が確認できた。

## 謝辞

本店設計第三部の田中宏氏、本社原子力部の宮本明倫氏および本社電子計算センター三橋英二氏から貴重な意見を頂いた。また、構造研究室の鈴木哲夫氏には5章の複素固有値計算をお願いした。ここに記して諸氏に感謝します。

## 参考文献

- 1) I. Toriumi: Vibrations in Foundations of Machines, Technology Reports of the Osaka University, vol. 5, No. 146, (1955), pp. 103~126
- 2) T. Kobori: Dynamical Response of Rectangular Foundations on an Elastic Space, J. E. E. C., (1962), pp. 81~86
- 3) 田治見: 耐震理論に関する基礎的研究, 東大生研報告, 第8巻, 第9号, (1959), pp. 170~215
- 4) J. E. Luco, R. A. Westmann: Dynamic Response of Circular Footings, A. S. C. E., vol. 97, EM5, (Oct. 1971), pp. 1381~1395
- 5) A. S. Veletsos, Y. T. Wei: Lateral and Rocking Vibrations of Footings, A. S. C. E., vol. 97, SM 9, (Sept. 1971), pp. 1227~1248
- 6) A. K. Chopra, J. A. Gutierrez: Earthquake Response Analysis of Multistory Buildings Including Foundation Interaction, E. E. S. D., vol. 3, (1974), pp. 65~77
- 7) P. C. Jennings, J. Bielak: Dynamics of Building-Soil Interaction, S. S. A., vol. 63, No. 1, (Feb. 1973), pp. 9~48
- 8) 小堀、南井、鈴木: 基礎地盤の近似伝達関数を含む構造物系における固有値問題, 日本建築学会論文報告集, 第103号, (昭和39. 10), p. 103
- 9) 渋谷、志賀: 弾性地盤上の建物の動特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), (昭和48. 10), pp. 705~706
- 10) 対馬、慈道: 地盤構造物連成系における減衰効果の導入法について, J. E. E. C., (1973. 8), pp. 261~268
- 11) R. A. Parmelee, D. S. Perelman, S. L. Lee: Seismic Response of Multi-Story Structures on Flexible Foundations, S. S. A., vol. 59, No. 3, (Jun. 1969), pp. 1061~1070
- 12) J. Lysmer, F. E. Richart: Dynamic Response of Footings to Vertical Loading, A. S. C. E., SM 1, (Jan. 1966), pp. 65~91
- 13) J. M. Roësset, R. V. Whitman, R. Dorby: Modal Analysis for Structures with Foundation Interaction, A. S. C. E., ST 3, (Mar. 1973), pp. 399~416
- 14) 金井、田治見、大沢、小林: 地震工学, 建築構造学大系1, 彰国社, pp. 80~90
- 15) N. C. Tsai, D. Niehoff, M. Swatta, A. H. Hadjian: The Use of Frequency-Independent Soil-Structure Interaction Parameters, N. E. D. vol. 31, (1974), pp. 168~183