

有限要素法を用いた建家—地盤連成系の動的解析

中 川 恭 次 武 田 寿 一
伊 藤 雅 保 鈴 木 哲 夫

Dynamic Analysis of Earthquake Response of Building Structure Considering Soil-Building Interaction Effects

Kyoji Nakagawa Toshikazu Takeda
Masayasu Ito Tetsuo Suzuki

Abstract

The present study aims to develop an analytical process applying the three-dimensional finite element method to a soil-building system for its earthquake response behavior taking soil-building interaction effects into account.

An analysis of the earthquake response for the model structure was performed using the three-dimensional finite element method and the results of analysis showed good correlation with measurements. As a result of analysis for the model structure, a dynamic analysis procedure using three-dimensional finite elements was recognized as being a very effective method.

概 要

本研究の目的は、建家と地盤との相互作用を考慮したうえで、地震時における建家の動的挙動をできるだけ正しく把握するための解析方法を開発しようとするものである。そのために、建家を質点系でモデル化し、3次元的に拡がっている建家周辺の地盤を3次元有限要素（任意形状の六面体要素）でモデル化することにした。さらに、地盤の半無限効果をとり入れた解析を行なうために、周辺地盤の側面境界を粘性境界とすることもできるようにした。

次に、この解析方法を用いて、自然地盤上に製作された模型試験体のシミュレーション解析を行ない、起振機実験結果および自然地震の観測結果との比較・検討を行なうことによって、その妥当性を示した。

1. まえがき

地震時における建家の挙動をできるだけ正しく把握するためには、建家と周辺地盤との相互作用を考慮した解析を行なうことが必要である。

そこで、3次元的に拡がっている建家周辺の地盤をモデル化するために、3次元有限要素（任意形状の六面体要素）を用いることにし、より実情に近いモデル化を行なったうえで、建家と地盤との相互作用効果を考慮した解析を行なうことにした。

また、地盤の半無限的な拡がりを考慮するために、J. Lysmer¹⁾他によって二次元FEMモデルの側面境界に用いられた“粘性境界”の考え方を三次元の問題に拡張し、3次元有限要素モデルの側面境界に用いることにした。

さらに、本解析方法の妥当性を示すために、自然地盤上に製作された模型試験体のシミュレーション解析を行ない、起振機実験結果および自然地震時の観測結果との比較・検討を行なった。

なお、本研究は昭和49年度から昭和53年度までの5年間にわたって動力炉・核燃料開発事業団の依頼によって行なわれたものであり、ここに報告するものはその成果の一部をまとめたものである。

2. 解析手順

3次元有限要素法を用いた動的解析方法を、実際の問題に適用する場合には、次の手順によって行なうものとする。

(1) 建家を質点系に置換し、剛性と質量を求める。

- (2) 地盤を六面体要素でモデル化し、剛性と質量を求める。
- (3) 建家と地盤を連成させた問題について、自由度の縮小を行なったあとで実固有値解析を行ない、連成系の周期とモードを求める。
- (4) (3)で求めたモードのなかで主要なものを近似するような小規模モデルを別に設定し、建家・地盤の内部減衰および波動逸散による減衰を与えうえてで素固有値解析を行ない、主要なモードに与えるべき減衰を決定する。
- (5) 入力地震波記録が地表で得られたもの場合には地盤特性を考慮しうえてで基礎位置までひき戻した修正地震波を作成する。
- (6) (3), (4), (5)の結果を用いて、モード合成法によって地震応答解析を行なう。

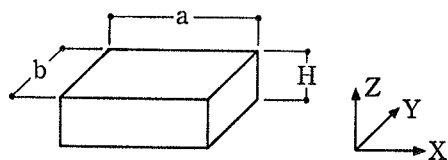
3. 解析方法

3.1. モデル化と剛性・質量および逸散減衰

建家—地盤連成系の動的解析を行なうために用いた、建家、基礎、および地盤のモデル化と剛性、質量および逸散減衰、固有値解析の方法等を以下に示した。

3.1.1. 建家 建家は質点系でモデル化することを原則とする。ただし、3次元有限要素(六面体要素)でモデル化することも可能である。

3.1.2. 基礎 基礎は完全な剛体と仮定する。それは、建家(質点系モデル)と地盤(3次元有限要素モデル)というように全く異なった性質の構造体をモデル化したものを結びつけるためには、基礎を剛体と仮定するのが都合なためである。

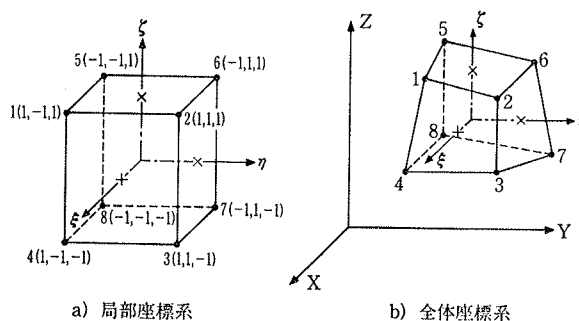


図一1 直方体基礎

基礎は剛体と仮定したので、その質量(m)と3方向の回転慣性(I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})を考慮すればよい。図一1に示した直方体基礎については、単位質量をρとすると、それらの値は次のようになる。

$$\begin{cases} m = \rho abH \\ I_{xx} = 1/12 \rho ab^3H = 1/12 m b^2 \\ I_{yy} = 1/12 \rho a^3bH = 1/12 m a^2 \\ I_{zz} = 1/12 \rho abH^3 = 1/12 m H^2 \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

3.1.3. 建家周辺の地盤 建家周辺の地盤は図一2(b)に示されたような、任意形状の六面体要素を用いてモデル



図一2 全体座標系と局部座標系

ル化し、弾性体であると仮定した。

(1)座標系について

図一2に示した、全体座標系—XYZ と局部座標系—ξηζ との間には次の関係式が成立する。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_8 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_8 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_8 \end{vmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_8 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、

$$P_i = 1/8 (1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)$$

である。(2)式を書き替えると、

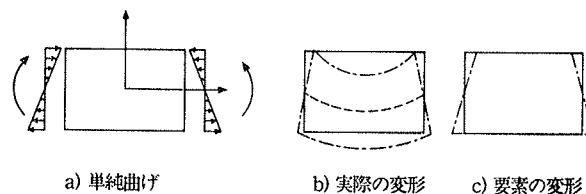
$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & P \end{vmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

となる。ここで、

$$\{\bar{x}\}^T = \{x_1, x_2, \dots, x_8\}, \quad \{\bar{y}\}^T = \{y_1, y_2, \dots, y_8\} \\ \{\bar{z}\}^T = \{z_1, z_2, \dots, z_8\}, \quad \{P\} = \{P_1, P_2, \dots, P_8\}$$

(2)変位関数

一般的には、変位が要素内で直線的に変化するものと仮定して、(3)式の補間係数(P)を変位関数として用いている。その場合には、図一3(a)のような単純曲げ外力が作用したときに、図一3(c)のように変形することになるが実際には、図一3(b)のように変形することから誤差が生じることになる。



図一3 要素の曲げ変形

そこで、図一3(b)の変形が可能のように、ξ, η, ζ, に関して2次の項を追加した次のものを変位関数として用いることにする。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_a & 0 & 0 \\ 0 & P_a & 0 \\ 0 & 0 & P_a \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix} \dots\dots(4)$$

ここで、

$$\{\bar{u}\}^T = \{u_1, u_2, \dots, v_8, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\},$$

$$\{\bar{v}\}^T = \{v_1, v_2, \dots, u_8, \beta_1, \beta_2, \beta_3\}$$

$$\{\bar{w}\}^T = \{w_1, w_2, \dots, w_8, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\},$$

$$\{P_a\} = \{P_1, P_2, \dots, P_8, P_9, P_{10}, P_{11}\}$$

$$P_i = 1/8 (1 + \xi^2 \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i) \quad (i=1 \sim 8)$$

$$P_9 = (1 - \xi^2), P_{10} = (1 - \eta^2), P_{11} = (1 - \zeta^2)$$

なお、(4)式で生じた付加未知数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ は要素内の歪エネルギーを各々の付加未知数に関して最小にするという条件を用いれば消去できる。

(3)基礎に接する要素の剛性⁴⁾

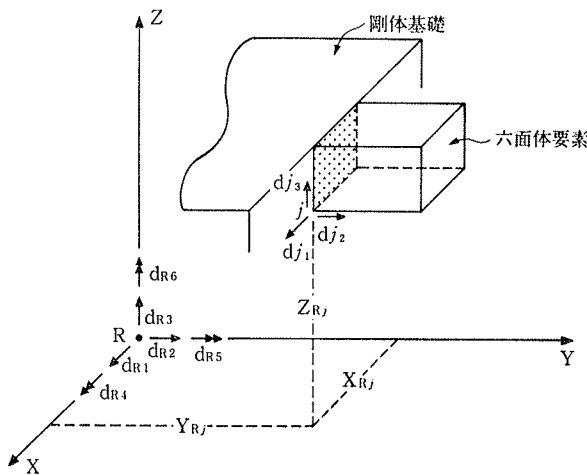


図-4 基礎の変位と要素の変位の関係

図-4に示したような、剛体基礎に接している要素のj-節点の変位 (d_j) と基礎重心位置での変位 (d_R) との間には次の関係式が成立する。

$$d_j = T_{jR} \cdot d_R \dots\dots(5)$$

ここで、

$$\{d_j\}^T = \{d_{j1}, d_{j2}, d_{j3}\}$$

$$\{d_R\}^T = \{d_{R1}, d_{R2}, d_{R3}, d_{R4}, d_{R5}, d_{R6}\}$$

$$T_{jR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{Rj} & -Y_{Rj} \\ 0 & 1 & 0 & -Z_{Rj} & 0 & X_{Rj} \\ 0 & 0 & 1 & Y_{Rj} & -X_{Rj} & 0 \end{bmatrix}$$

従って、基礎に接する要素の剛性行列 (K_e) を基礎の変位と関連づけたもの (K_{eR}) に変換することができて、

$$K_{eR} = (T_{eR})^T \cdot K_e \cdot (T_{eR}) \dots\dots(6)$$

となる。ここで、

$$T_{eR} = \begin{bmatrix} T_{R1} & I_{R1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{Rj} & 0 & & I_{Rj} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{R24} & 0 & \dots & 0 & I_{R24} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{cases} j & : j = 1 \sim 8 \text{ のとき} \\ j-8 & : j = 9 \sim 16 \quad // \\ j-16 & : j = 17 \sim 24 \quad // \end{cases}$$

$$T_{Rj} = \begin{cases} T_1 : \text{節点}(J) \text{が基礎に接するとき} & (j=1 \sim 8) \\ T_2 : & // & (j=9 \sim 16) \\ T_3 : & // & (j=17 \sim 24) \\ 0 : & // & \text{接しないとき} \end{cases}$$

$$T_1 = [1, 0, 0, 0, Z_{Rj}, -Y_{Rj}]$$

$$T_2 = [0, 1, 0, -Z_{Rj}, 0, X_{Rj}]$$

$$T_3 = [0, 0, 1, Y_{Rj}, -X_{Rj}, 0]$$

$$I_{Rj} = \begin{cases} 1 : \text{節点}(J) \text{が基礎に接していないとき} \\ 0 : & // & \text{接しているとき} \end{cases}$$

(5)質量行列

質量は六面体要素の各節点に集中しているものと仮定し、相対する辺の midpoint を結んだ線分で分割されてできる8ヶの六面体の質量をそれぞれの節点に与えることにした。

3.1.4. 遠方地盤 建家が振動することによって生じる影響が及ばないと思われる遠方地盤のモデル化はせん断変形のみを考慮した棒材と仮定した。棒材 (j) の節点力 (f_B) と節点変位 (d_B) との関係は次の式で表わされる。

$$f_B = \begin{bmatrix} f_{ix} \\ f_{jx} \end{bmatrix} = \frac{GA}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_{ix} \\ d_{jx} \end{Bmatrix} = K_B \cdot D_B \dots\dots(7)$$

また、(7)式の K_B に対応する質量行列は (M_B)は

$$M_B = \frac{\rho A \ell}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots(8)$$

とする。ここで、 G, A, ρ, ℓ は各々、棒材のせん断剛性率、断面積、単位質量、長さである。

3.1.5. 粘性境界 六面体要素でモデル化された建家周辺地盤の側面境界に、J. Lysmer¹⁾ 他が2次元FEMを用いて動的解析を行なった際に用いた粘性境界の考え方を使用することにし、建家が振動することによって生じる運動エネルギーの遠方地盤への逸散効果を導入する。なお、粘性境界のdashpotは周辺地盤の側面と遠方地盤との変位速度差に比例して作用するものと仮定した。

なお、粘性境界のdashpotの容量は次の式で与えられ

るものとした。(図-5参照)

XZ-平面が側面境界となるとき:

$$C_{xi} = \rho \cdot A_i \cdot V_s, C_{yi} = \rho \cdot A_i \cdot V_p, C_{zi} = \rho \cdot A_i \cdot V_s$$

YZ-平面が側面境界となるとき:

$$C_{xj} = \rho \cdot A_j \cdot V_p, C_{yj} = \rho \cdot A_j \cdot V_s, C_{zj} = \rho \cdot A_j \cdot V_s$$

ここで、 ρ , V_s , V_p は地盤の単位質量, S 波速度, P 波速度であり, A_i , A_j は節点 i 又は j の支配面積である。

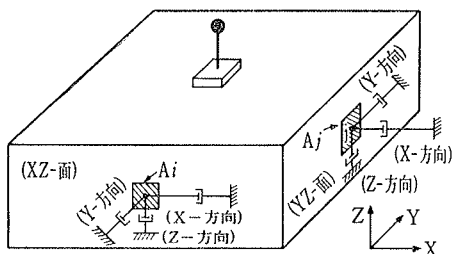


図-5 粘性境界

以上の仮定により, 粘性境界の減衰力と変位速度との間の関係式は次のようになる。

$$F_{RD} = \begin{pmatrix} F_{xi} \\ F_{xf} \\ F_{yi} \\ F_{yf} \\ F_{zi} \\ F_{zf} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_x & -C_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_x & C_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_Y & -C_Y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_Y & C_Y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_z & -C_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_z & C_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_f \\ \dot{v}_i \\ \dot{v}_f \\ \dot{w}_i \\ \dot{w}_f \end{pmatrix} = C_{RD} D_{RD} \dots\dots\dots(9)$$

ここで、 C_{RD} は逸散減衰行列であり, 添字 i は側面境界の節点を示し, 添字 f は遠方地盤の節点を示す。

3.2. 全体系の運動方程式

個々の構成要素の剛性行列と質量行列および粘性境界の減衰行列が求められたから, それらを重ね合わせることによって, 全体系の運動方程式は求められ, 一般式として次のように表わすことができる。

$$\begin{pmatrix} M_F & 0 \\ 0 & M_f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_f \\ d_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_F + C_{FF} & C_{Ff} \\ C_{fF} & C_f + C_{ff} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_f \\ d_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_F & 0 \\ 0 & K_f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_f \\ d_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_f \\ P_f \end{pmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

ここで,

- M_F : F.E.M. モデル化領域についての質量行列
- C_F : // 減衰行列
- K_F : // 剛性行列
- \ddot{d}_F : // 加速度ベクトル
- \dot{d}_F : // 速度ベクトル
- d_F : // 変位ベクトル

- P_f : // // 外力ベクトル
- M_f : 遠方地盤モデルについての質量行列
- C_f : // // 減衰行列
- K_f : // // 剛性行列
- \ddot{d}_f : // // 加速度ベクトル
- \dot{d}_f : // // 速度ベクトル
- d_f : // // 変位ベクトル
- P_f : // // 外力ベクトル
- $C_{FF}, C_{Ff}, C_{fF}, C_{ff}$: 粘性境界による減衰行列

なお,

$$M_F = \sum_{i=1}^N [me]_i, K_F = \sum_{i=1}^N [ke]_i, C_F = \sum_{i=1}^N (\alpha_{ei}[me]_i + \beta_{ei}[ke]_i)$$

$$M_f = \sum_{j=1}^M [m_B]_j, K_f = \sum_{j=1}^M [k_B]_j, C_f = \sum_{j=1}^M (\alpha_{Bj}[m_B]_j + \beta_{Bj}[k_B]_j)$$

$$\alpha_{ei} = h_{ei} \cdot \omega, \beta_{ei} = h_{ei} / \omega, \alpha_{Bj} = h_{Bj} \cdot \omega, \beta_{Bj} = h_{Bj} / \omega$$

ここで,

- $[me]$, $[ke]$, N : 要素の質量行列, 剛性行列と要素数
- $[m_B]$, $[k_B]$, M : 棒材の質量行列, 剛性行列と棒材数
- α_e, β_e : 要素の減衰係数
- α_B, β_B : 棒材の減衰係数
- h_e, h_B : 要素と棒材の減衰定数
- ω : 減衰係数算定のための基本円振動数

3.3. 自由度の縮小²⁾

(10)式のすべての自由度を用いて固有値計算を行なうことができればよいのであるが, 地盤を3次元要素でモデル化した場合には, 一般に大次元の固有値問題となり, 計算は困難となる。

そこで, 固有値計算に全ての自由度を用いるのではなくて, 選ばれた少数の代表的な自由度だけを用いることにし, その他の自由度を消去することを考える。

そのとき, 外力は残すことにした代表的な自由度のみに作用し, 消去される自由度には作用しないものと仮定する。

そこで, 全体系の自由度を残すものと消去するものに分けて並べ替えて, (10)式を(11)式で表わす。

$$\begin{pmatrix} M_{AA} & 0 \\ 0 & M_{BB} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_A \\ d_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{AA} & C_{BA} \\ C_{BA} & C_{BB} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_A \\ d_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_A \\ d_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_A \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(11)$$

ここで, 添字 A は残すことにした代表的な自由度を示し, 添字 B は消去される自由度を示すものとする。

次に, 全体系の静的な釣合式を考えると,

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(12)$$

となる。(12)式を書き替えると次のようになる。

$$\begin{cases} K_{AA} \cdot d_A + K_{AB} \cdot d_B = P_A \\ K_{BA} \cdot d_A + K_{BB} \cdot d_B = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(13)$$

(13)式の第2式より

$$d_B = -K_{BB}^{-1} \cdot K_{BA} \cdot d_A$$

が得られる。従って、

$$d = \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \\ & -K_{BB}^{-1} \cdot K_{BA} \end{bmatrix} \cdot d_A = T \cdot d_A \quad (14)$$

ここで、

$$T = \begin{bmatrix} I & \\ & -K_{BB}^{-1} \cdot K_{BA} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(15)$$

次に、全体系の歪エネルギー(U)を考えると、

$$U = \frac{1}{2} d^T \cdot f = \frac{1}{2} d^T \cdot K \cdot d \quad \dots\dots\dots(16)$$

となる。(16)式に(14)式を代入すると、

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} (T \cdot d_A)^T \cdot K \cdot (T \cdot d_A) \\ &= \frac{1}{2} (d_A)^T \cdot T^T \cdot K \cdot T \cdot d_A \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$K_{AA} = T^T \cdot K \cdot T \quad \dots\dots\dots(17)$$

とすれば、 K_{AA} が縮小された剛性行列である。

同様に、全体系の運動エネルギーと減衰力によってなされる仕事量を考えると、縮小された質量行列(M_{AA})と減衰行列(C_{AA})とが得られ、次のようになる。

$$M_{AA} = T^T \cdot M \cdot T \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$C_{AA} = T^T \cdot C \cdot T \quad \dots\dots\dots(19)$$

(17) (18) (19)の各式を用いると縮小後の運動方程式は次のようになる。

$$M_{AA} \cdot \ddot{d}_A + C_{AA} \cdot \dot{d}_A + K_{AA} \cdot d_A = P_A \quad \dots\dots\dots(20)$$

3.4. 標準固有値問題への変換

3.4.1. 実固有値問題の場合 自由度縮小後の非減衰の場合の自由振動方程式は、

$$M_{AA} \ddot{d}_A + K_{AA} \cdot d_A = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

となる。ここで、 $d_A = d_{A0} \cdot e^{i\omega t}$ とすると、(21)式は

$$K_{AA} \cdot d_{A0} = \omega^2 M_{AA} \cdot d_{A0} \quad \dots\dots\dots(22)$$

となる。さらに、

$$\omega^2 = \lambda, \quad M_{AA} = L \cdot L^T; \quad L \text{ は下三角行列}$$

として、(22)式を変換すると(23)式となる。

$$H \cdot d_0 = \lambda \cdot d_0 \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここで $H = L^{-1} \cdot K_{AA} \cdot (L^{-1})^T$, $d_0 = L^T \cdot d_{A0}$

(23)式のHは対称行列であるから、一般の固有値計算用

サブルーチンを用いることが可能となる。

3.4.2. 複素固有値問題の場合 自由度縮小後の減衰を考慮した場合の自由振動方程式は次のようになる。

$$M_{AA} \cdot \ddot{d}_A + C_{AA} \cdot \dot{d}_A + K_{AA} \cdot d_A = 0 \quad \dots\dots\dots(24)$$

減衰を考慮した場合の固有値計算は複素固有値問題となり、各自由度について振幅と位相差の2ケの情報が必要となる。従って、全体系では2nケの方程式を考えなければならない。そこで、(24)式のnケの方程式のほかに、次の(25)式で与えられるnケの恒等式を考えることにする。

$$M_{AA} \cdot \dot{d}_A - M_{AA} \cdot \dot{d}_A = 0 \quad \dots\dots\dots(25)$$

(24)式と(25)式を連立させると、(26)式で示される2nケの方程式が得られる。

$$A \cdot \dot{Y} + B \cdot Y = 0 \quad \dots\dots\dots(26)$$

ここで、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M_{AA} \\ M_{AA} & C_{AA} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -M_{AA} & 0 \\ 0 & K_{AA} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{Bmatrix} \dot{d}_A \\ d_A \end{Bmatrix}$$

である。さらに、 $Y = \phi \cdot e^{Pt}$ とすると(26)式は

$$P \cdot A \cdot \phi + B \cdot \phi = 0$$

となる。これを次のように変換する。

$$D \cdot \phi = \frac{1}{P} \phi \quad \dots\dots\dots(27)$$

ここで、

$$D = -B^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_{AA}^{-1} \cdot M_{AA} & -K_{AA}^{-1} \cdot C_{AA} \end{bmatrix}$$

(27)式は標準の固有値問題であり、一般の固有値解析用サブルーチンを用いることが可能となる。

3.5. 応答解析

実固有値問題を解いて得られるモード・マトリックス[ϕ]を用いると変位ベクトル{ d }は次のようになる。

$$\{d\} = [\phi] \{q\} \quad \dots\dots\dots(28)$$

次に、外力として、地震力(\ddot{y})を考えると、外力ベクトル{ P }は次の式で与えられる。

$$\{P\} = -[M] \cdot \{\ddot{y}\} \quad \dots\dots\dots(29)$$

ここで、全体系の運動方程式は

$$[M] \{\ddot{d}\} + [C] \cdot \{\dot{d}\} + [K] \cdot \{d\} = \{P\} \quad \dots\dots\dots(30)$$

であるから、(30)式に(28)、(29)式を代入したものの両辺に前から[ϕ^T]を乗じ、さらに[ϕ^T] [M] [ϕ]で両辺を除いて、モードの直交性を利用すると、

$$[I] \cdot \{\ddot{q}\} + [2h\omega] \{q\} + [\omega^2] \{q\} = \{\beta\} \cdot \ddot{y} \quad (31)$$

が得られる。ここで、

$$\{\beta\} = [\phi^T] [M] \{\ddot{y}\} / ([\phi^T] [M] [\phi]) \quad \dots\dots\dots(32)$$

以上によって、(30)式は(31)に変換され

$$\ddot{q}_j + 2h_j \omega_j \cdot \dot{q}_j + \omega_j^2 \cdot q_j = -\beta_j \cdot \ddot{y} \quad \dots\dots\dots(33)$$

のような1自由度系に分離された。(33)式の $\ddot{q}_j, \dot{q}_j, q_j$ は

一般の数値積分法を用いて求めることができる。従って、 $\{a\}$, $\{b\}$, $\{d\}$ はモード・マトリックス $[\phi]$ を介して求めることができる。

4. 計算例

模型試験体（質点系モデル）と周辺地盤（六面体要素モデル）を連成系としてシミュレーション解析を行ない、起振機実験結果、自然地震時に得られた観測データとの比較・検討を行ない、解析方法の妥当性を示すことにする。

4.1. 解析手順

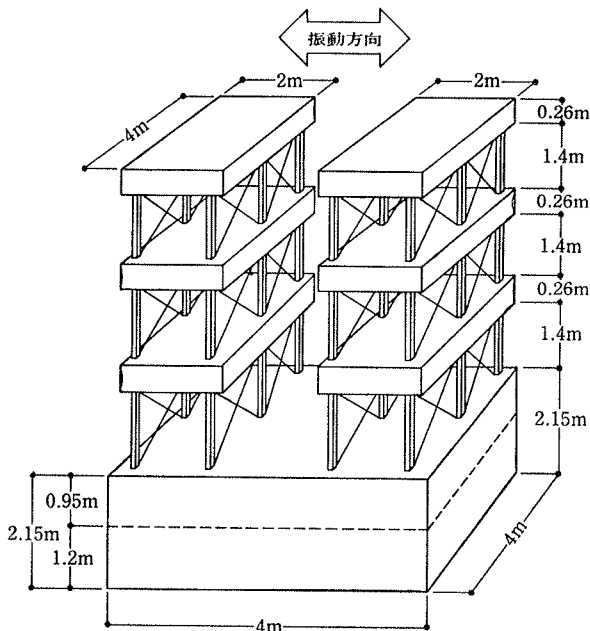
模型試験体のシミュレーション解析は次の手順で行なうことにする。

- (1) 模型試験体を2組の3質点系モデルに置換し、剛性と質量を求める。
- (2) 周辺地盤を六面体要素でモデル化し、剛性と質量を求める。
- (3) 模型試験体と周辺地盤とを連成系として、自由度の縮小を行なったあとで、実固有値解析を行ない、連成系の固有周期とモードを求める。
- (4) (3)で求めたモードのなかで主要なものを近似するような小規模モデルを別に設定し、模型試験体と周辺地盤の内部減衰および波動逸散による減衰を与えうえて、複素固有値解析を行ない、主要なモードに与えるべき減衰を決定する。
- (5), (3), (4)の結果を用いて、モード合成法によって地震応答解析を行なう。

4.2. 解析モデル

4.2.1. 模型試験体

模型試験体は図一六に概略を示す



図一六 模型試験体の概略

したように、2, 3, R階のそれぞれに平面形が2m×4mで厚さが0.26mのコンクリート・スラブがあり、これを支持する各階6本の鋼柱(□-100×100×4)からなる3層構造物の全く同一設計のもの2基(建家A, 建家Bと呼ぶ)を並列に建設したもので、便宜上、双子系と呼ぶ構造物である。なお、ブレース材(φ-9)を用いて振動方向を1方向に限定している。

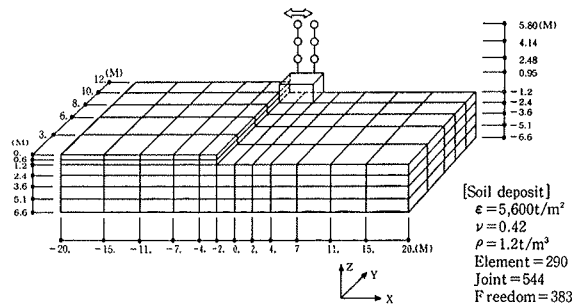
なお、基礎固定としたときの建家A, Bの固有周期(計算値)は次の値である。

$$\text{建家A: } T_1=0.319, T_2=0.102, T_3=0.061 \text{ sec.}$$

$$\text{建家B: } T_1=0.326, T_2=0.099, T_3=0.060 \text{ sec.}$$

4.2.2. 基礎 基礎は平面形が4m×4mで深さが2.15mの大きさの中空のRC造(図一六参照)であるが、これを剛体と仮定した。その質量(m_0)と基礎重心まわりの慣性モーメント(I_0)とは次の値である。

$$M_0=4.53 \text{ t} \cdot \text{sec}^2/\text{m}, I_0=9.96 \text{ t} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^2$$



図一七 解析モデル

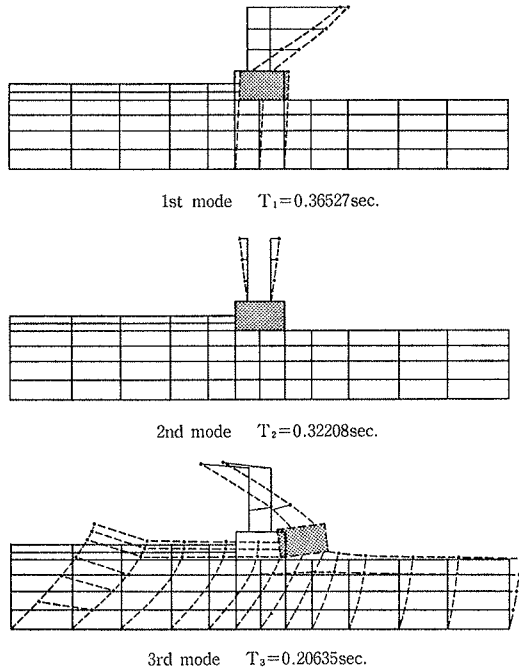
4.2.3. 周辺地盤 模型試験体周辺の地盤を六面体要素でモデル化する領域は次の範囲とした。

- 振動方向: 40m(基礎幅の10倍の長さとし、12分割)
- 振動と直交方向: 12m(対称条件を用い、基礎幅の6倍の長さとし、5分割)
- 深さ方向: 6.6m(砂礫層までの深さとし、6分割)

なお、地盤のモデル化と要素分割の概略を図一七に示したが、基礎の左右で地盤の表層厚が異なったモデルであり、290要素、544節点を用いている。また、支持条件は底面を固定とし、周辺は自由とした。

4.3. 実固有値解析

図一七に示した解析モデルの固有値解析は大次元の問題(全自由度数は1072)となり、そのままでは計算が困難となるため、自由度の縮小を行なうことにした。そこで、模型試験体と基礎の自由度のすべてと、地盤部分のX一方向自由度を残すことにし、地盤のY一方向とZ一方向の自由度を消去することにした。そのあとで、実固有値解析(自由度数は383)を行なって、固有値とモードを求めた。



図—8 モード形と固有周期

4.3.1. 固有周期とモード 全体系の1次～3次のモード形の概略と固有周期を図—8に示した。ただし、モード形は、図—7において、 $Y=12\text{m}$ の対称軸上におけるXZ—断面についてのものである。

4.3.2. 固有周期と模型試験体頂部の振幅比 模型試験体の変形が卓越しているモードのなかで、模型試験体のモードが1次形または2次形で、同位相または反撥の場合のモードについて固有周期と、双子系の建家Aの頂部振幅 (U_A) と建家Bの頂部振幅 (U_B) との振幅比 (U_B/U_A) を表—1に示した。なお、比較・検討のために起振機実験結果も同表に示した。

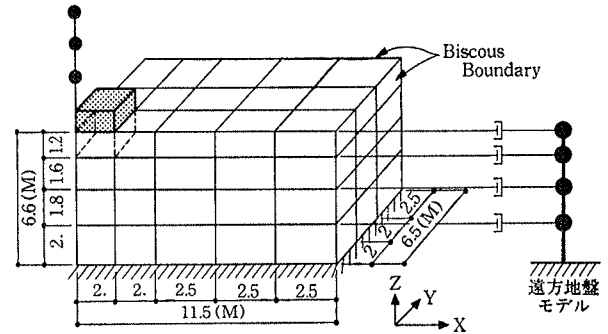
| 上部構造物のモード | U_A U_B | | U_A U_B | | U_A U_B | | U_A U_B | |
|-----------|-------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|
| | $T_1(\text{sec})$ | $(\frac{U_B}{U_A})_{1/2}$ | $T_2(\text{sec})$ | $(\frac{U_B}{U_A})_{2/2}$ | $T_3(\text{sec})$ | $(\frac{U_B}{U_A})_{3/2}$ | $T_4(\text{sec})$ | $(\frac{U_B}{U_A})_{4/4}$ |
| 実験値 | 0.370 | 1.019 | 0.321 | -0.749 | 0.112 | — | 0.109 | -0.804 |
| 3-D FEM解 | 0.365 | 1.186 | 0.322 | -0.865 | 0.111 | 0.801 | 0.101 | -0.849 |

表—1 固有周期と模型試験体頂部の振幅比

表—1によれば、固有周期と双子系建家A, Bの頂部振幅比 (U_B/U_A) の両者とも、計算値と実験値とはよく一致している。

4.4. 減衰定数

図—7の解析モデルを用いて、実固有値解析を行なって得られた各次モードに与えるべき減衰は、図—9に示



図—9 小規模モデル

| | $T_1(\text{sec})$ | $h_1(\%)$ | $T_2(\text{sec})$ | $h_2(\%)$ | $T_4(\text{sec})$ | $h_4(\%)$ | $T_5(\text{sec})$ | $h_5(\%)$ |
|---|-------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
| Viscous Boundary | 0.363 | 0.25 | 0.223 | 0.17 | 0.117 | 1.63 | 0.103 | 0.48 |
| Viscous Boundary & Material Damping (Soil 8.0% Buil 0.2%) | 0.363 | 1.69 | 0.223 | 8.16 | 0.117 | 10.9 | 0.102 | 3.41 |

表—2 モード減衰

した小規模モデルを用いて検討することにした。図—9の小規模モデルでは、周辺地盤の側面境界を粘性境界としたうえで、模型試験体および地盤の内部減衰(建家A, B0.2%, 地盤8%)も同時に考慮している。ただし、双子系の建家を1系列に簡略化し、地盤の表層厚を左右で同一としたうえで、対称条件と逆対象条件を用いて、全体の4部分をモデル化している。

代表的なモード形と、そのときの固有周期、および減衰定数の値を表—2に示したが、波動逸散による減衰効果が非常に小さいことが分かる。これは、建家の1次周期 ($T_{1A}=0.319\text{sec}$ と $T_{1B}=0.326\text{sec}$) が表層地盤の1次周期 ($T_1=0.222\text{sec}$) よりも長周期であったことによるものと思われる。

4.5. 伝達関数(フーリエ・スペクトル比)

図—7に示した解析モデルの基盤位置に正弦波外力が作用した場合の各点の応答(伝達関数)を計算し、観測された33ヶの地震記録を用いて計算された平均フーリエ・スペクトル比と比較したものを図—11～図—13に示した。なお、観測点と計算点の位置を図—10に示した。H—2は基盤位置、H—3は地表面、H—5は基礎底面の中央、H—6は建家Aの頂部の位置である。ただし、H—3については観測点と計算点の位置が若干異なっている。

図—11は地表面(H—3)の基盤入力(H—2)に対する増幅特性($H-3/H-2$)を、図—12は基礎底面(H—5)の基礎入力(H—2)に対する増幅特性(H—

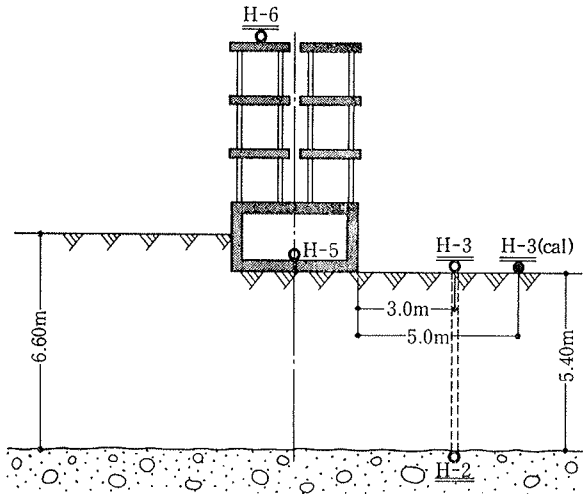


図-10 伝達関数を計算した観測点位置

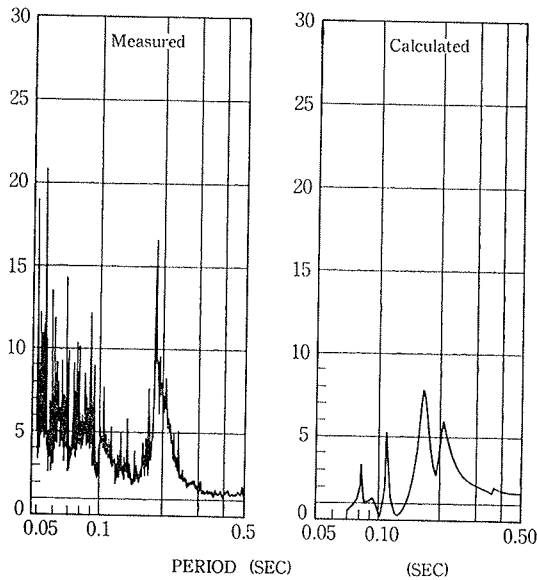


図-11 伝達関数 (H-3/H-2)

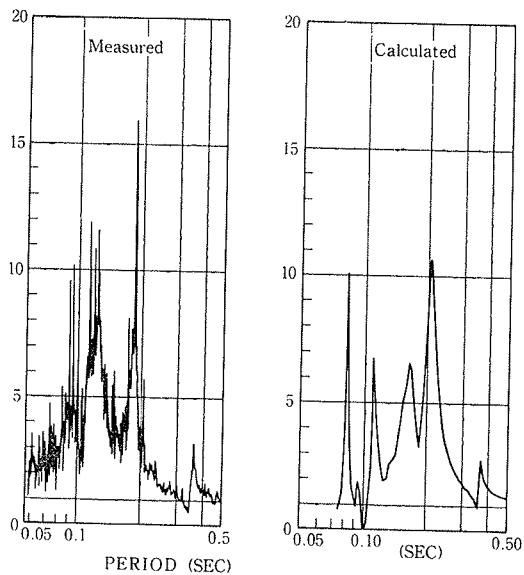


図-12 伝達関数 (H-5/H-2)

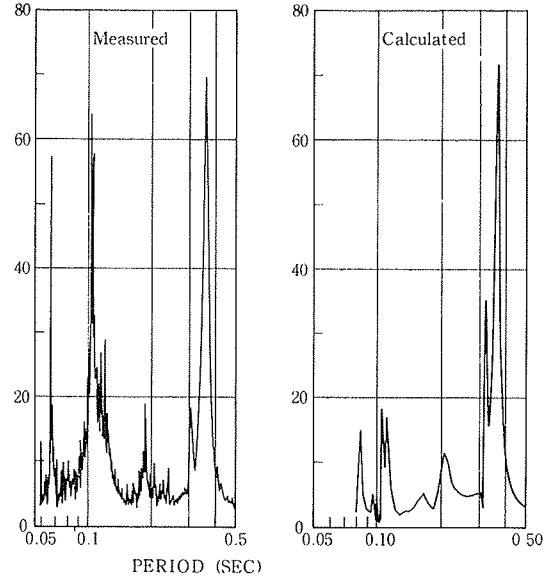


図-13 伝達関数 (H-6/H-2)

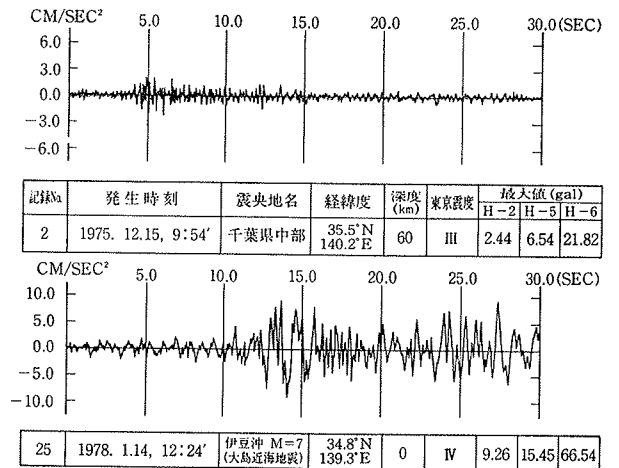


図-14 入力地震波

5/H-2)を, 図-13は建家 (A) 頂部 (H-6) の基盤入力 (H-2) に対する増幅特性 (H-6/H-2)をそれぞれ表わしている。

計算値と観測値を比べてみると, 計算による伝達関数 (図-11および図-12)には左右の表層厚さの違いによる影響として0.21 secと0.17 sec付近に二つのピークが生じているが, 観測結果には表層厚さの違いによる影響が明確にあらわれておらず, 0.19 sec付近に一つのピークが生じているのみであるという違いはあるものの, そのことを除けば, ピークと谷の周期さらに絶対値についても全体的にはかなりよく一致したものとなっている。

4.6. 地震応答解析

4.2. 節で求めた固有周期およびモード・ベクトルと4.

3. 節の計算結果より推定した各次モードの減衰定数を用いて地震応答解析を行なった。なお、代表的な観測点として、H-5（基礎底面の中央）とH-6（建家Aの頂部）を選び、観測値と計算値の比較・検討を行なった。

4.6.1. 入力地震波 応答解析には33ヶの観測記録のなかより、短周期成分の卓越した地震波（記録 No. 2）と長周期成分の卓越した地震波（記録 No. 25）を代表例として選んで用いることにし、その波形を図—14に示した。

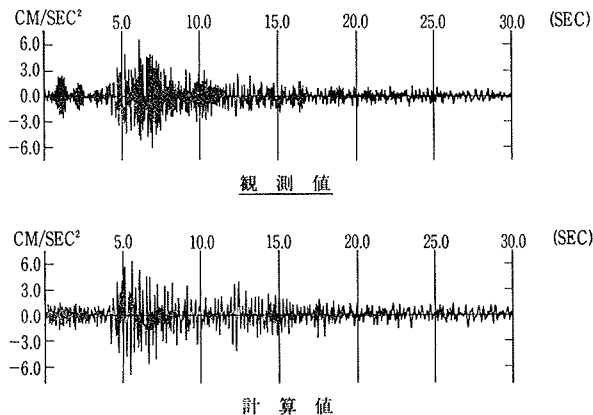
4.6.2. 応答加速度と最大応答値 代表的な測点として選んだ、H-5（基礎底面の中央）とH-6（建家Aの頂部）における応答加速度の観測波形と計算波形とを比較したものを図—15～図—18に示した。

短周期成分の卓越した地震波（No. 2）について、計算波形と観測波形を比べてみると、計算波形において短周期成分の再現性が十分とは言えない部分もみられるが、定性的には一致している。また、長周期成分の卓越した地震波（No. 25）については、計算波形は観測波形とよく一致している。

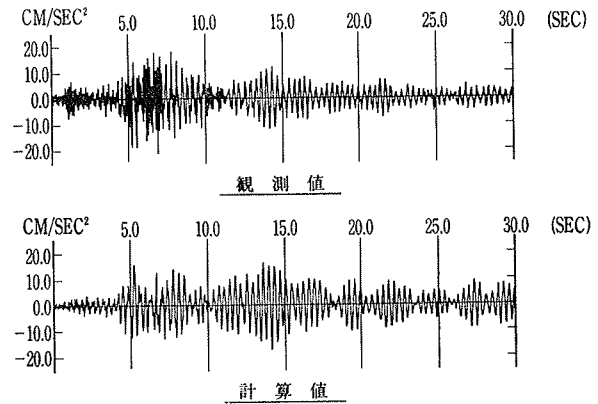
次に、最大応答加速度の値を比較したものを表—3に示した。表—3によると、最大応答値についても計算値と観測値とはかなりよく一致している。

4.6.3. フーリエ・スペクトル 代表的な測点として選んだ、H-5（基礎底面の中央）とH-6（建家Aの頂部）についてのフーリエ・スペクトルの観測値と計算値とを並べて比較したものを、図—19～図—22に示した。

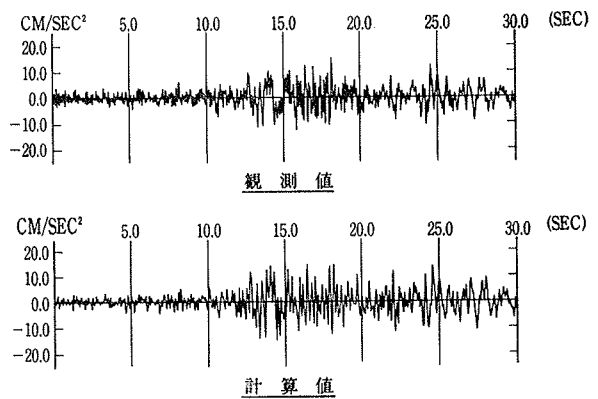
観測値と計算値のフーリエ・スペクトルを比較してみると、応答波形のよく合致していた地震波（No. 25）についてはフーリエ・スペクトルもよく一致している。また、地震波（No. 2）については、フーリエ・スペクトルを比べてみると、0.11 sec.付近のピークの値が大きく異なっていることが分かる。このことによっても、応答波形で短周期成分が十分に再現されていなかったことが裏づけられている。



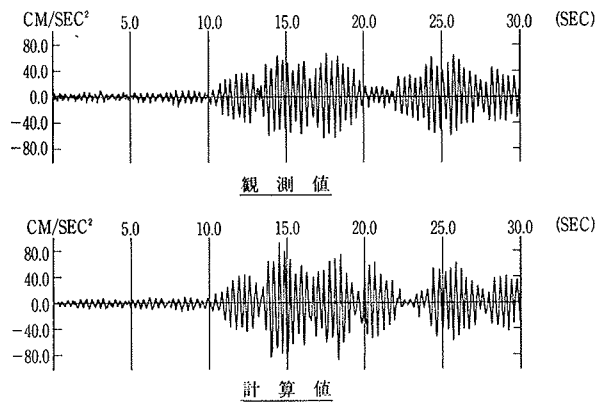
図—15 応答加速度（測点 H-5, 地震 No. 2）



図—16 応答加速度（測点 H-6, 地震波 No. 2）



図—17 応答加速度（測点 H-5, 地震波 No. 25）



図—18 応答加速度（測点 H-6, 地震波 No. 25）

| 地震波 | EQ02 | | | EQ25 | | |
|-----|------|------|------------|-------|------|------------|
| | 観測値 | 計算値 | 計算値 観測値 | 観測値 | 計算値 | 計算値 観測値 |
| H-5 | 6.54 | 6.63 | 1.01 | 15.5 | 15.3 | 0.99 |
| H-6 | 21.8 | 17.4 | 0.80 | 66.54 | 93.7 | 1.41 |

表—3 最大応答加速度

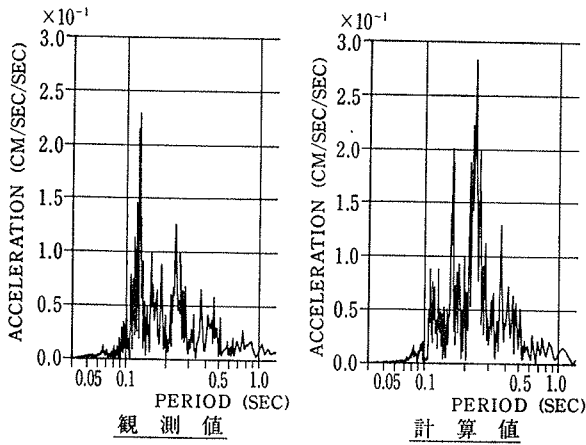


図-19 フーリエ・スペクトル
(測点 H-5, 地震波 No. 2)

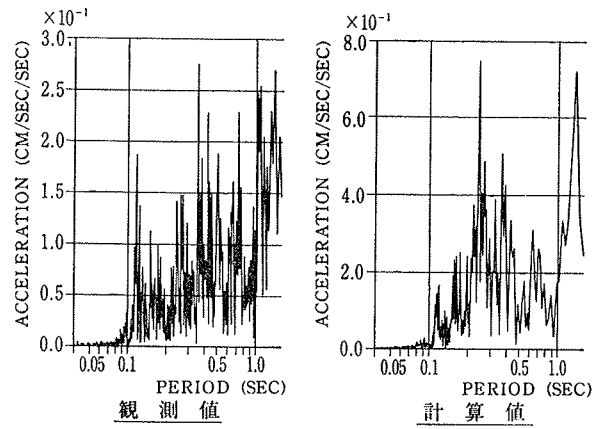


図-21 フーリエ・スペクトル
(測点 H-5, 地震波 No. 25)

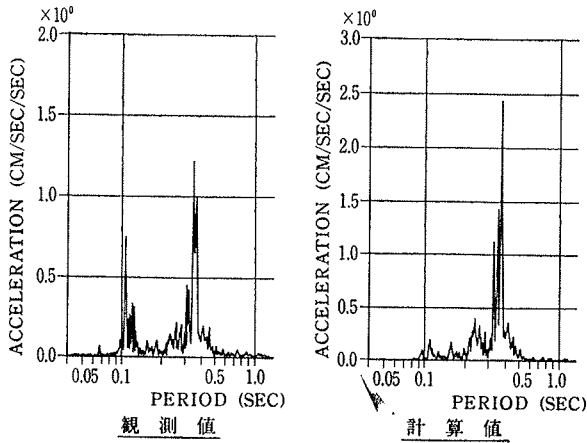


図-20 フーリエ・スペクトル
(測点 H-6, 地震波 No. 2)

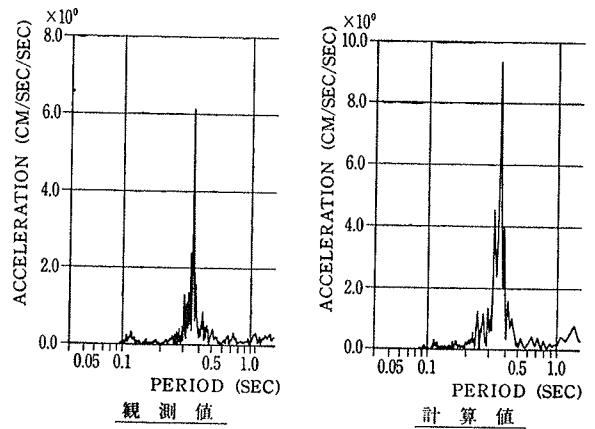


図-22 フーリエ・スペクトル
(測点 H-6, 地震波 No. 25)

5. 結 び

建家周辺の地盤部分のモデル化に3次元有限要素(任意形状の六面体要素)を用い、さらに、地盤の半無限効果を取り入れるために3次元の粘性境界を用いた動的解析方法の概略を示した。また、模型試験体のシミュレーション解析を行ない、起振機実験結果および自然地震の観測結果との比較・検討を行なうことによって、解析方法の妥当性を示した。

謝 辞

この研究の機会を与えられた動力炉・核燃料開発事業団の川口修氏、望月恵一氏、加納巖氏、持尾隆士氏、福島恒和氏の方々に深くお礼申し上げます。

さらに、模型試験体の起振機実験と自然地震観測は当技術研究所振動研究室の安井讓副主任研究員および若松邦夫、金子正孝各職員の方々に実施していただいたものである。ここに記して、深く感謝いたします。

参考文献

1) J. Lysmer and R. L. Kuhlemeyer: A Finite Dy-

namic Model for Infinite Media, Jour. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 95, No. EM4, (Aug. 1969), pp. 859 ~ 877

2) R. J. Guyan: Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA Jour., Vol. 3, No. 2, (Feb. 1965), p. 380

3) O. C. Zienkiewicz: The Finite Element Method McGraw-Hill, (1977)

4) W. Weaver Jr., M. F. Nelson and T. A. Manning: Dynamics of Tier Buildings, Jour. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 94, No. EM6, (Dec. 1968), pp. 1455~1474

5) G. E. Brandow: Soil-Foundation-structure Interaction during Earthquake Excitations, Stanford University, Ph. D., (1971)

6) T. K. Caughey: Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems, Jour. of Applied Mechanics, (Sep. 1965), pp. 583~588

7) 中川, 武田, 伊藤: 三次元有限要素法による振動解析, 大林組技術研究所報 No. 7, (1973), pp. 51~55