

エネルギー考察にもとづく建物の耐力と強震時の最大塑性変形量との関係

鈴木 哲夫 武田 寿一

Relation Between Strength and Maximum Plastic Deformation of Building During Severe Earthquakes Based on Energy Considerations

Tetsuo Suzuki Toshikazu Takeda

Abstract

This paper describes a method to search for anticipated maximum plastic deformations of buildings subjected to severe earthquakes. The relationship between the strength of a building and its ductility factor is obtained by use of the following two relationships where accumulated plastic strain energy (W_p) is calculated by the energy equilibrium equation: (1) W_p -(elastic limit energy), (2) W_p -(plastic energy results from maximum plastic deformation).

Energy considerations were given based on results of one-mass nonlinear calculations using several hysteresis rules. In these calculations, artificial earthquake motions, which have constant acceleration and velocity spectra for shorter and longer periods, respectively, were used for input waves. It was proved from the considerations that the anticipated ductility factor was dependent upon the strength and energy-absorbing capacity of the building and shapes of earthquake response spectra.

概 要

本報告は、強震時において建物に予想される最大塑性変形量を推定する方法について述べる。地震時のエネルギー釣合方程式にもとづいて累積塑性歪エネルギーを求め、累積塑性歪エネルギーと弾性限エネルギー及び最大塑性変形時の塑性エネルギーとの関係より、耐力と塑性率の関係式を導くものである。

数種の復元力特性について、短周期で加速度一定、長周期で速度一定という応答スペクトルを持つ人工地震波群を入力波とした、1質点弾塑性系の数値解析を行ない、エネルギー考察を加えた。その結果から、強震時に予想される塑性率は、建物の耐力とエネルギー吸収能及び地震動の応答スペクトル形状に依存することを明らかにした。

1. 序

建物の強震時における弾塑性応答性状、とりわけ予想される最大塑性変形量を把握することは、耐震設計を行なう上で重要な問題の一つである。この種の研究としては、例えば、実地震波を入力とした文献1), 2), 3)等、人工地震波を用いた文献4)等があり、又、文献5), 6), 7)等ではエネルギーの概念を用い、地震によるエネルギー入力と建物のエネルギー吸収能力の関連性から塑性変形量を検討している。地震動及び建物の復元力特性は種々様々であるから、これらを総合的に関連づけて塑性変形量を評価する場合には、エネルギー概念を導入するのが良いであろう。

本報告は、強震時における建物の耐力と最大塑性変形量との関係を、数値解析にもとづくエネルギーの釣合より考察したものであり(降伏耐力/弾性最大応答せん断力)、と、(累積塑性歪エネルギー/弾性限エネルギー)及び(累積塑性歪エネルギー/最大変形時の塑性エネルギー)との関係より導いている。その際、地震入力エネルギーは全継続時間について算出した。又、耐力と最大塑性変形量との関係は、建物のエネルギー吸収能及び地震動の応答スペクトル形状に依存することを示す。

2. 地震の入力エネルギーと建物の塑性変形

建物の最大塑性変形量に着目し、地震入力をエネルギーとして捉える場合、入力エネルギーとしては最大エネ

ルギー振幅や適当な時間内に建物に入るエネルギー量等が考えられる。しかし地震動の複雑さ、最大塑性変形の生起メカニズムの複雑さ等を考え、ここでは地震入力を専ら全継続時間内の総入力エネルギーとして捉えることとする。

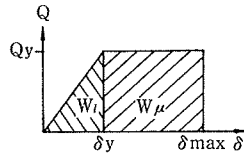


図-1 弾性限エネルギーと塑性エネルギー

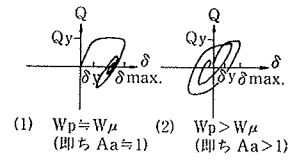


図-2 累積塑性歪エネルギーと塑性エネルギー

2.1. エネルギーの釣合

1 質点弾塑性系が水平地動を受けた場合の振動方程式を全継続時間にわたって積分すると次に示すエネルギーの釣合式を得る。

$$W_m + W_D + W_p + W_e' = W_T \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、

- W_m : 地震終了時の運動エネルギー
- W_D : 減衰が吸収するエネルギー
- W_p : 累積塑性歪エネルギー
- W_e' : 地震終了時の歪エネルギー
- W_T : 総入力エネルギー

W_m と W_e' の和は明らかに地震終了時の振動エネルギー (W_e) であるから、式(1)は次式に書きかえられる。

$$W_D + W_p + W_e = W_T \quad \dots\dots\dots(2)$$

復元力が完全弾塑性であれば、 W_e は次の範囲になる。

$$0 \leq W_e \leq \frac{Q_y \cdot \delta_y}{2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 Q_y : 降伏耐力、 δ_y : 降伏変形

式(2)の左辺において、 W_p の占める割合が大きい程、一般的には塑性変形（建物の損傷）が大きいと言える。

2.2. エネルギーにもとづく耐力と塑性率との関係

安全弾塑性モデルを例にとり、式(2)の W_p が求まっている場合を想定し、耐力 (Q_y) と塑性率 (μ) との関係を探ってみよう。尚、式(2)の各項のエネルギー量については後に示すこととする。

図-1 に示すような弾性限エネルギー ($W_l = \frac{1}{2} Q_y \delta_y$) を考えると、 W_p と W_l との比 (W_p/W_l) は Q_y と弾性応答最大せん断力 (Q_E) との比 ($a = Q_y/Q_E$) によって変化することが予想される。すなわち、一般的に a が小さければ建物の損傷が大きく、したがって W_p/W_l が大きくなり、逆に a が大きければ W_p/W_l が小さくなる。即ち、

$$a = (Q_y/Q_E) \propto W_p/W_l \quad \dots\dots\dots(4)$$

一方、図-1 に示すように最大塑性変形を δ_{max} 、塑性率を $\mu = \delta_{max}/\delta_y$ とし、塑性エネルギー (W_μ) を次式で定義する。

$$W_\mu = Q_y \cdot \delta_y (\mu - 1) \quad \dots\dots\dots(5)$$

さらに、 W_p と W_μ の関係が a の変化に応じて次式で示されたこととすると、

$$W_p = Aa \cdot W_\mu \quad \dots\dots\dots(6)$$

式(4)、(5)、(6)を用い、 $a (= Q_y/Q_E)$ と μ の関係は次式で

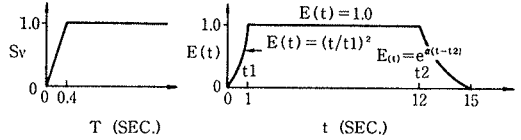


図-3 人工地震波の特性

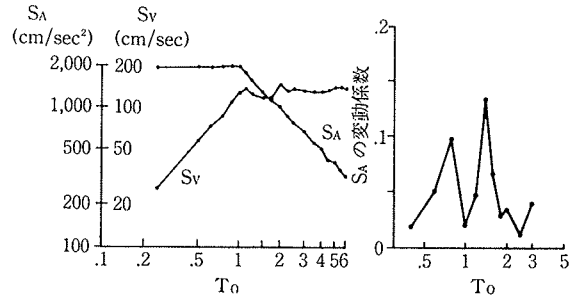


図-4 弾性応答スペクトル

与えられることがわかる。

$$a \propto \frac{W_p}{W_l} = \frac{Aa \cdot W_\mu}{W_l} = 2 \cdot Aa (\mu - 1) \quad \dots\dots\dots(7)$$

Aa 即ち W_p と W_μ の関係は、図-2 に模式的に示すように建物の損傷経過等により変化するものである。

3. 数値解析のパラメータ

数値解析は1質点弾塑性モデルで行なった。

●入力波 与えられた応答スペクトルをもつ人工地震波を5波作成し、入力波とした。作成方法は文献8)によった。図-3は人工地震波の目標スペクトルと時刻関数である。目標スペクトルは擬速度スペクトル (S_v') で与え S_v' の値を長周期 ($T \geq 0.4$ sec) で一定、短周期 ($T \leq 0.4$) で周期比例型とした。尚、 $T = 0.4$ sec はほぼ地盤の卓越周期と考えている。地震の継続時間を15 sec とし、減衰5%の時の S_v' が目標のそれとほぼ合致すべく、6回のくり返し計算を行ない作成した。図-4は入力地震波の最大加速度の平均値 ($\ddot{z}_{max,ave}$) を1Gとした場合の弾性応答最大値 (減衰5%, 5波)の平均値を、速度 (S_v) と加速度 (S_a) について示すもので、横軸は $T = 0.4$ sec に対する弾性周期の比 ($T_0 = T/0.4$) である。図-4より、人工地震波のスペクトル比 (q) は次式で表わし得ることがわらう。

$$q = 2 \quad \dots T_0 \leq 1 \quad (S_a \text{ 一定領域}) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$q = 2T_0^{-1} \quad \dots T_0 > 1 \quad (S_v \text{ 一定領域})$$

尚、図-4には S_a の変動係数をも示したが、これより、弾性応答の地震波によるバラツキは小さいと言える。

- 建物の周期(T) 0.16 sec~1.0 sec 間で10種類。
- 復元力特性 図-5に示す4種類。尚、エネルギー考察は Bi-Linear 及び D-Tri の2種類で行なう。
- 降伏震度(k_y) $k_y=0.35\sim 1.5$ 間で6ケース。但し、エネルギー考察は比較的塑性率が大きくなる $k_y=0.35, 0.5, 0.75$ の3ケースで行なう。
- 減衰定数(h) 5%とし瞬間剛性Kに比例させた。減衰係数は Bi-Linear と D-Tri では $(2h/\omega_E)K$ 、原点指向1, 2では $(2h/\omega)K$ とする。ここに、 ω_E, ω はそれぞれ弾性剛性時、瞬間剛性時の円振動数であり、Kは瞬間剛性をあらわす。
- 塑性率 μ は次式で定義する。

$$\mu = \delta_{\max} / \delta_y \quad \text{原点指向2 以外の時} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\mu = \delta_{\max} / \delta_c \quad \text{原点指向2 の時}$$

ここに、 δ_y, δ_c はそれぞれ降伏変形、せん断ひびわれ変形を示す。

入力地震波の最大加速度は、5波の平均が 980 gal になるようにした。又、前述した建物の耐力(Q_y)及び図-4のスペクトルより求まる弾性応答最大せん断力(Q_E)は、それぞれ k_y, q を用いると次式で示し得る。

$$Q_y = k_y \cdot W$$

$$Q_E = q \cdot W \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、Wは建物の重量である。

尚、以下に示す応答結果は、全て5波の応答値の単純平均値である。

4. 解析結果のエネルギー考察

4.1. 総入力エネルギー (W_T)

図-6は単位質量当りの総入力エネルギーである。Bi-Linear では、降伏震度(k_y)による入力エネルギーの差はほとんどない。一方、D-Tri では k_y が小さい程、又弾性周期が長い程、入力エネルギーは小さい傾向にある。これは D-Tri が剛性低下型のため、例えば、 k_y が小さい程、損傷が大きくて周期がのび、結局地震継続時間が相対的に短くなったことや、減衰の吸収エネルギーが減少したためと考えられる。図-7は、弾塑性系総入力エネルギー (W_T) と弾性系総入力エネルギー (W_E) との比と、 $a (=Q_y/Q_E)$ との関係を示す。図-6, 7より次のことが言えよう。

S_V 一定領域 ($T_0 > 1$): 両復元力ともほぼ $W_T \leq W_E$ であり、D-Tri での W_T/W_E の値は若干バラツキがあるが、大局的には復元力、弾性周期、 k_y 及び a の値に拘らず、 $W_T \doteq W_E$ と考えてよい。

S_A 一定領域 ($T_0 \leq 1$): W_T/W_E の値はバラツキが大きい。 $T_0 \doteq 1$ だと $W_T < W_E$ の傾向にあるが、 T_0 が小さくなるにつれ $W_T > W_E$ となる。特に剛性が低下する D-

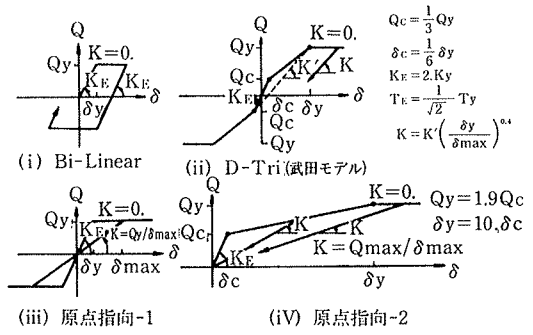


図-5 復元力特性

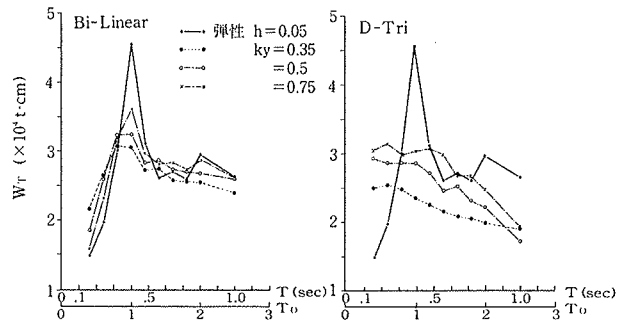


図-6 総入力エネルギー

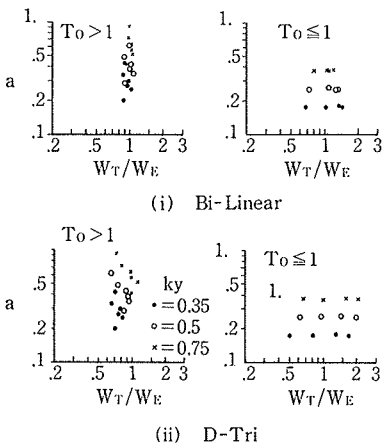


図-7 弾塑性系と弾性系の総入力エネルギー

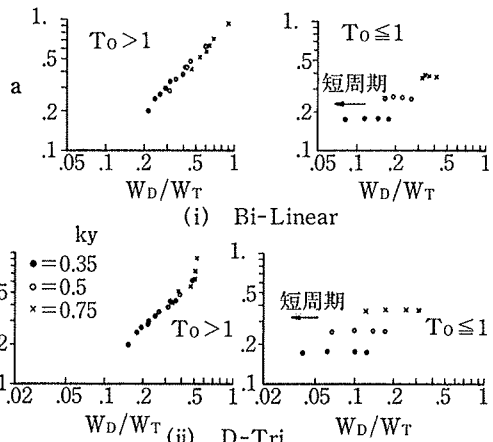


図-8 減衰が吸収するエネルギーと総入力エネルギー

Tri でその傾向は顕著である。したがって、D-Tri のような剛性低下型の場合は、S_A一定領域であっても弾塑性系総入力エネルギー (W_T) を S_V一定領域の $W_T (=W_E)$

とほぼ等しいと考えた方が安全であろう。

4.2. 減衰吸収エネルギー (W_D)

図-8は、縦軸に $a = (Q_y/Q_E)$ をとり、減衰吸収エネルギー (W_D) と総入力エネルギー (W_T) との比の関係を示す。T₀>1 では、両復元力とも a の減少とともに W_D/W_T は直線的に減少する。T₀≤1 では、弾性周期が短くかつ k_y が小さい程 W_D/W_T は小さい。式(2)で、W_e は一般には小さいので、これを無視して考えると、W_D/W_T の減少は逆に W_T に占める W_p、すなわち累積塑性歪エネルギーの増大を意味し、a が小さい程損傷が大きいことを示すものである。

4.3. 累積塑性歪エネルギー (W_p)

図-9, 10は式(4)に示した a と W_p/W_l の数値解析結果である。D-Tri の弾性限エネルギーは降伏変形点までの面積とし、 $W_l = (21/36) \cdot Q_y \cdot \delta_y$ としている。一つの k_y 値のプロット点群において、a の小さい方の4点が S_A 一定領域の建物であり、又 S_A 一定領域で W_p/W_l の大きい方がより短周期の建物である。両復元力とも a と W_p/W_l の関係は、S_V 一定領域では k_y 及び弾性周期に無関係となる。一方、S_A 一定領域では k_y 及び弾性周期によりバラツキがみられる。これらの関係は近似的に次式で表わし得よう。

$$\begin{aligned} & \text{Bi-Linear} \left(W_l = \frac{1}{2} Q_y \delta_y \right) \\ & a = (W_p/W_l)^{-0.36} \dots \dots \dots S_V \text{一定領域} \dots \dots \dots (11) \\ & a = (W_p/W_l)^{-0.28} \dots \dots \dots S_A \text{一定領域} (T_0 \doteq 0.5) \dots \dots \dots (11)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{D-Tri} \left(W_l = \frac{21}{36} Q_y \cdot \delta_y \right) \\ & a = 0.73 (W_p/W_l)^{-0.36} \dots \dots \dots S_V \text{一定領域} \dots \dots \dots (12) \\ & a = 0.785 (W_p/W_l)^{-0.28} \dots \dots \dots S_A \text{一定領域} (T_0 \doteq 0.5) \dots \dots \dots (12)' \end{aligned}$$

4.4. 塑性率の予測

図-11は式(6)に示した Wμ と W_p の関係を示したものである。Wμ は次章で示す塑性率を用いて算出している。Bi-Linear では、a の低下に伴い Wμ/W_p は減少し、0.1 < a < 0.3 ではほぼ一定値を示す。尚、Bi-Linear では a が極端に小さい場合をも検討したが、この場合、Wμ/W_p は a の低下に伴い 1 に近づいて行くことがわかる。一方、D-Tri では 0.18 < a < 0.7 位の範囲でバラツキはみられるが、Wμ/W_p はほぼ一定と考えて良さそうである。式(6)で示した Aa の逆数、すなわち 1/Aa の a に伴う変化を、図-11に示した折線又は直線で近似出来ると考えると、式(7)にもとづき、式(11)、(11)', (12)、(12)' から a と μ の関係は次のように表わせることになる。

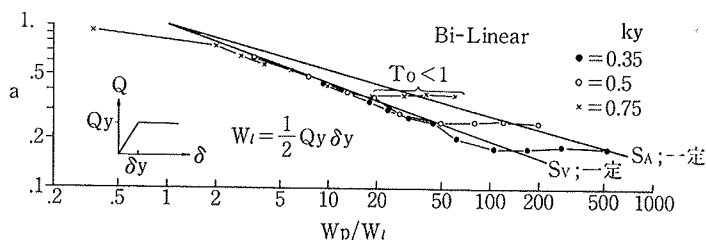


図-9 累積塑性歪エネルギーと弾性限エネルギー (Bi-Linear)

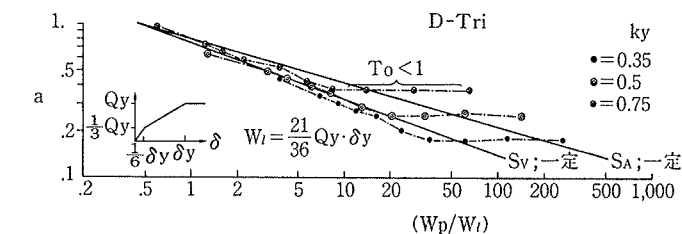


図-10 累積塑性歪エネルギーと弾性限エネルギー (D-Tri)

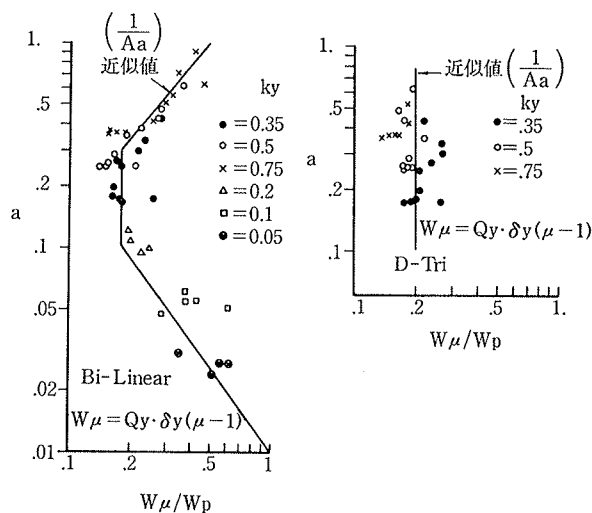


図-11 塑性エネルギーと累積塑性歪エネルギー

● Bi-Linear

S_V 一定領域: 式(11)と 1/Aa より,

$$\frac{W_p}{W_l} = a^{-2.78} = \frac{Aa \cdot W\mu}{W_l} = 2 \cdot Aa (\mu - 1)$$

$$\therefore \mu = \frac{a^{-2.78}}{2 \cdot Aa} + 1 \dots \dots \dots (13)$$

S_A 一定領域 (T₀ ≐ 0.5): 式(11)' と 1/Aa より,

$$\mu = \frac{a^{-3.57}}{2 \cdot Aa} + 1 \dots \dots \dots (13)'$$

● D-Tri

S_V 一定領域: 式(12)と 1/Aa ≐ 0.2 より,

$$\frac{W_p}{W_l} = (1.37 \cdot a)^{-2.78} = \frac{5 \cdot W\mu}{W_l} = 8.57 (\mu - 1)$$

$$\therefore \mu = \frac{(1.37a)^{-2.78}}{8.57} + 1 \dots \dots \dots (14)$$

S_A 一定領域 (T₀ ≐ 0.5): 式(12)' と 1/Aa ≐ 0.2 より,

$$\mu = \frac{(1.27a)^{-3.57}}{8.57} + 1 \dots \dots \dots (14)'$$

以上の式 (13)~(14)' により、エネルギー考察にもとづいて

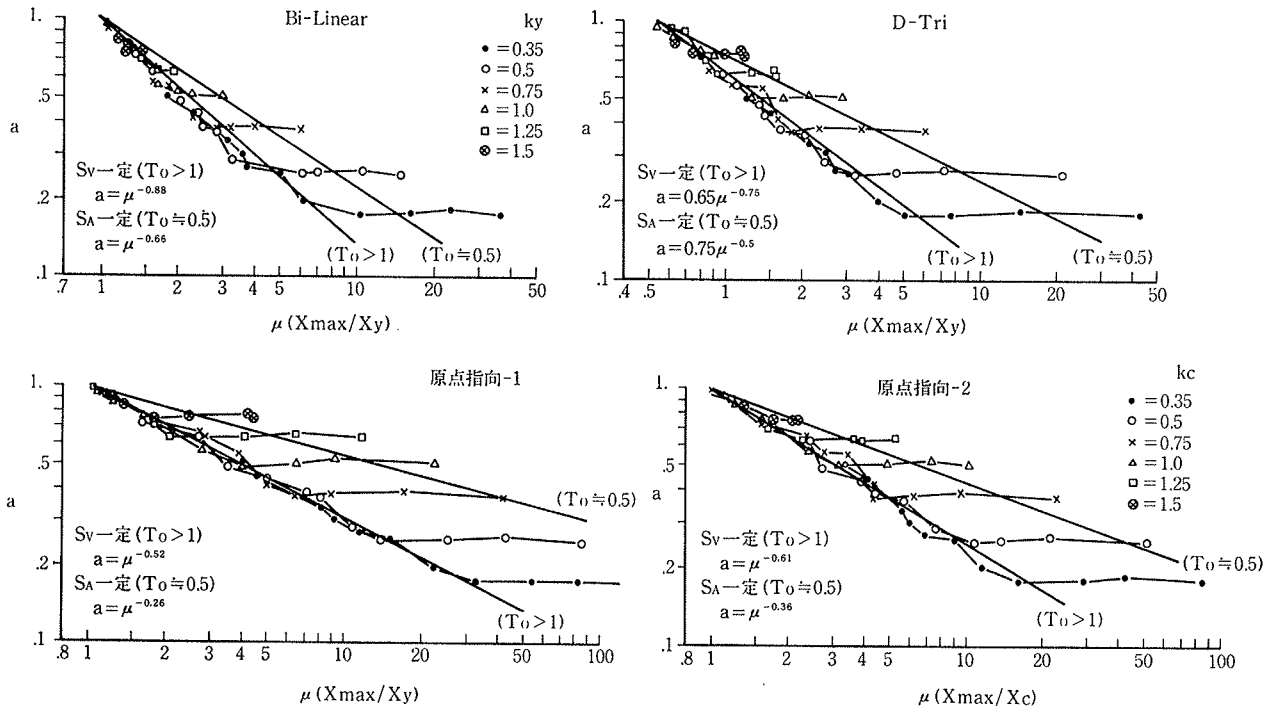


図-12 耐力と塑性率の関係

た $a \sim \mu$ 関係が得られた。 a すなわち建物の耐力 (Q_y) と弾性最大応答せん断力 (Q_E) の比が与えられれば、塑性率 μ が予測出来る。

5. 応答塑性率の結果

応答解析で直接得られる塑性率 (μ) と a との関係を図-12に示す。 μ は入力波5波の応答値の平均値で、6ケの隆伏震度 (k_y) について一括して示した。一つの k_y におけるプロット点群において、 a が小さく μ が大きい4点が S_A 一定領域、他の点が S_V 一定領域の建物である。又、 k_y が大きく長周期で、 $a \geq 1$ になる場合は、同図にプロットされていない。尚、一般に μ が大きい程、より短周期の建物の場合である。

いずれの復元力特性においても、 S_V 一定領域では k_y 及び弾性周期 T にはほぼ無関係に、 a の低下に伴い μ が増大する。一方、 S_A 一定領域では短周期程かつ k_y が小さい程大きな塑性率を示す傾向にある。又、原点指向1, 2は履歴吸収エネルギーの小さいモデルであり、降伏変形の等しい Bi-Linear と比べ、同一耐力時でも大きな塑性率を示すことがわかって。図-12より、 a と μ の関係を若干安全側に直線で近似すると、表-1の各式になる。

6. エネルギー的考察にもとづく予測塑性率と応答塑性率との比較

図-13は Bi-Linear と D-Tri の場合の耐力と塑性率

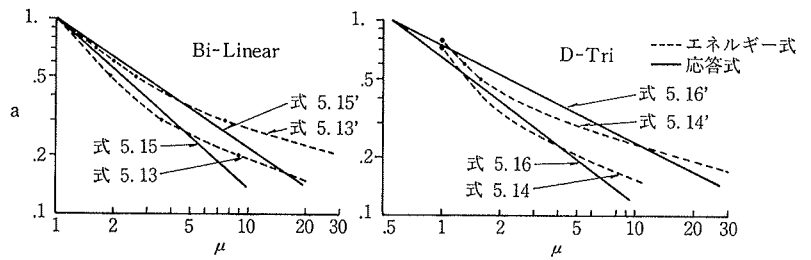


図-13 耐力と塑性率の関係(エネルギー式と応答解析式)

復元力	S_V 一定領域	式	S_A 一定領域($T_0 \approx 0.5$)	式
Bi-Linear	$a = \mu^{-0.88}$ $\mu = a^{-1.136}$	15	$a = \mu^{-0.66}$ $\mu = a^{-1.515}$	15'
D-Tri	$a = 0.65\mu^{-0.75}$ $\mu = (1.538a)^{-1.333}$	16	$a = 0.75\mu^{-0.5}$ $\mu = (1.333a)^{-2.0}$	16'
原点指向1	$a = \mu^{-0.52}$ $\mu = a^{-1.923}$	17	$a = \mu^{-0.26}$ $\mu = a^{-3.846}$	17'
原点指向2	$a = \mu^{-0.61}$ $\mu = a^{-1.639}$	18	$a = \mu^{-0.36}$ $\mu = a^{-2.778}$	18'

表-1 耐力と応答解析で直接的に得られる塑性率との関係

の関係を、エネルギー式(式(13)~(14'))と応答解析式(式(15)~(16'))とで比較して示した。エネルギー式と応答解析式は良く合致することがわかる。

応答式は比較的簡便な形で与えられているが、 a が小さくなるとエネルギー式に比べて μ を小さめ、すなわち危険側に評価していることがわかって。

尚、D-Tri の場合のエネルギー式において、 a が比較的大きい時 ($a > 0.6$ 位)、言いかえると μ が1に近いか又は1以下が予想される時は、 W_i 及び $W\mu$ の評価を曲げひびわれ点までの面積で評価し、 W_p と W_i 及び W_p

と $W\mu$ の関係より, a と μ の関係を導いた方がより妥当と思われる¹⁰⁾。

7. 結び

エネルギー考察にもとづいて, 強震時における建物の耐力 (Q_y) と塑性率 (μ) の関係を求める推定式を示した。強震時での建物の破壊過程は非常に複雑であるが, 本報告で示したエネルギー手法の考え方及び Q_y と μ の関係式は, 耐震設計上塑性率を推定する方法として一つの有効な手がかりを与えると考える。

本報告では, 弾塑性系の総入力エネルギー (W_T) を数値解析より求めたが, ここで示したように, これはほぼ弾性系の総入力エネルギー (W_E) より求めることが出来る。又, W_T に占める累積塑性歪エネルギー (W_p) 及び W_p と最大塑性変形時の塑性エネルギー ($W\mu$) との関係は, 建物の耐力及び復元力特性と密接に関係するものである。

W_T と W_p 及び W_p と $W\mu$ の関係は, 地震動の特性, 建物の破壊経過の違い等により変化することが考えられる。今後更に, 実地震波やここで示した以外の応答スペクトルを持つ外乱群に対する検討が必要であろう。

参考文献

- 1) 柴田, 他: 地震動に対する1質点系非線形レスポンスの特性, 日本建築学会論文報告集, 第69号, (昭和36.10), pp. 401~404
- 2) 柴田: 等価線形系による非線形地震応答の解析に関する一考察, 東北大学建築学報, No. 16, (1975), pp. 27~39
- 3) 芳村, 他: Degrading Tri-Linear Model を用いた地震応答の弾性応答からの推定法(その2), 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和50.10), pp. 1063~1064
- 4) 村上: 鉄筋コンクリート構造物を対象とした非線形レスポンス・スペクトルの確率統計的研究(その1. 人工地震波に対するスペクトルについて), 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和51.10), pp. 607~608
- 5) Housner, G. W.: Limit Design of Structures to Resist Earthquakes, 1st W.C.E.E., (1956), pp. 5. 1~5. 13
- 6) Berg, G. W. etc: Energy Consumption by Structures in Strong Motion Earthquakes, 2nd W.C.E.E., (1960), pp. 681~697
- 7) 秋山, 他: 強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 日本建築学会論文報告集, 第235号, (昭和50.9), pp. 9~18
- 8) 安楽: 与えられた応答スペクトルを持つ人工地震波のシミュレーション—最適化手法による低周波数成分の振幅決定に関する基礎的考察—, 大林組技術研究所報, No. 16, (1978), pp. 13~19
- 9) T. Takeda, etc: Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST12, (Dec. 1970), pp. 2557~2573
- 10) 鈴木, 他: エネルギー考察に基づく建物の耐力と塑性変形の関係, 日本建築学会関東支部研究報告集, (昭和56.5), pp. 89~92