

水槽の振動特性について

—文献調査による実験データの検討—

吉原 醇一 安井 護

Vibration Characteristics of Water Tanks

—Examination of Experimental Data on Collated Literature—

Jun-ichi Yoshihara Yuzuru Yasui

Abstract

The authors propose a method of simulating vibration characteristics of water tanks by an experimental formula or by a one-mass model on the basis of investigations of test results regarding water tanks in reference literature. The proposed method may be useful for primary aseismic design of water tanks. This paper has the following contents. Firstly, the natural period of sloshing is investigated. Next, it is attempted to express the damping constants of sloshing and bulging by experimental formulae. In addition, the authors propose that by using a one-mass system the first natural frequency of bulging can be predicted and the maximum dynamic pressures of water tanks during earthquake estimated.

概 要

本報告は、既往の文献に掲載されている実験データの検討結果をもとに、水槽の振動特性を表わす諸量を実験公式あるいは略算により求める方法を提案するものである。本報告で提案した方法によれば、比較的簡単に水槽の耐震性能を検討することができよう。なお本報告で検討・考察を行なった内容は次の様である。即ち、先ずスロッシングの固有周期の検討を行なった。続いてスロッシングおよびバルジングの減衰定数を実験式で表わすことを試みた。更に簡単な1質点系モデルにより、バルジングの固有振動数の予測と地震波入力時の水槽の最大水圧の検討が可能であることを示した。

1. 序

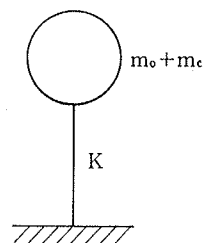
伊豆大島近海地震および宮城県沖地震において相当数の水槽の被害例が報告されている。近い将来、関東或は東海地方にも関東大震災クラスの地震が起り得ることが、学識経験者により指摘されている。これらのことをふまえて水槽に対する防災上の要求が高まり、簡単で合理的な耐震設計法の確立が急がれている。そこで既往の文献に掲載されている実験データをもとに、水槽の振動特性を表わす諸量を、実験公式或は略算法で求める方法を提案し、その適合性を検討してみることにした。今回の報告で引用した文献数は約20編である。文献の中には、データ数を確保するために、水槽は実機（実際に使われているもの）の他に模型も含み、また矩形のもの他に円筒形の水槽の実験結果に関するものも考慮してある。なおここで扱っている水槽の容量は最大で52.5 m³であ

る。この論文は、上記参考文献のデータを次のような事項について検討したものである。即ち、水槽のスロッシングの固有周期、スロッシングおよびバルジングの減衰定数およびバルジングの固有振動数と地震波入力時の水槽の最大動水圧の予測についてである。以下には、上記の順序に従って記述することとする。

2. 共振振動数と減衰定数

2.1. 共振振動数

先ずスロッシングの固有周期について検討する。スロッシングの固有周期の実測値と計算値とを比較したものを表一に示す。計算はHousner理論¹⁾によった。表一のスロッシングの周期を、横軸に



図一 1質点系モデル

実測値をとり、縦軸に計算値をとって表わしたのが図-2である。この図から水槽のスロッシング周期の予測には Housner 理論の剛容器仮定の計算式で充分合うことが分かる。

次に水槽のバルジング1次の固有振動数について検討する。このバルジングの固有振動数は、簡単な1質点系の固有振動数により推定できることを示す。この1質点系モデルとは以下に示したようなものである。即ち、バルジング共振時の水槽を図-1に示す1質点系のモデルで近似する。類似のモデルは数多くの著者の文献^{2)~6)}に既に引用されているが、このモデルの信頼性を数多くのデータで確かめた例はないように思われる。

ここに、

m_0 : 容器と一しょに動く液質量 (ton・sec²/m) (付録参照)

m_c : 容器の質量 (ton・sec²/m)

K : 構造体 (架台, 容器) の等価バネ定数 (ton/m)

水槽を図-1のように1質点系でモデル化すると、バルジング1次の固有振動数 f_B (Hz) は最終的に次式のように表わされる。

$$f_B = f_E \sqrt{\frac{1}{1 + (m_0/m_c)}} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、

$$f_E: \text{空水槽の固有振動数} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m_c}} \text{ (Hz)}$$

(1)式を用いて計算から求めたバルジング1次の固有振動数を表-2の f_B (Hz) 欄に示す。また実測から求めたバルジング1次の固有振動数を表-2の $f_{B\text{実}}$ (Hz) 欄に示す。この表-2のバルジング1次の固有振動数の実測値と計算値との関係をみたのが図-3である。この図からバルジング1次の振動数に関して、計算値は実測値とかなり良い対応を示していることが分かる。従って、空水槽の固有振動数が既知であれば、バルジング1次の固有振動数は簡単な1質点系モデルにより予測できることが確かめられた。なお空水槽の固有振動数は、例えば水槽頂部の引張切断による自由振動実験等の方法により求めることが出来よう。

2.2. 減衰定数

バルジング1次の共振振動数或はスロッシング1次の振動数とそれらの減衰定数との関係を示したのが図-4である。同図には、実機のみの場合、模型のみの場合および実機と模型とを同時に考慮した場合の三つについて最小自乗法によって得られた水槽1次固有振動数 f (Hz) と減衰定数 h (%) との関係を示してある。このうち実機と模型とを同時に考慮した場合の f と h との間の実験式は次のようになる。

$$h = 0.312 \times f^{1.00} \quad \dots\dots\dots(2)$$

水槽名 (水位m)	次数	実 測 値 (sec)			計 算 値 (sec)		
		1 次	2 次	3 次	1 次	2 次	3 次
A ^(7,8) (1.3)		(1.92)	(1.06)	(0.92)	1.92	1.06	0.92
B ⁹⁾ (1.7)		1.72	0.925	0.787	1.61	0.925	0.716
B ⁹⁾ (0.9)		1.82	0.925	0.716	1.69	0.925	0.716
C ^(10,11) (3.7)		2.0	1.2	—	2.27	1.31	—
D ^(10,11) (3.7)		2.33	—	—	2.27	—	—
E ^(12,13) (1.25)		3.23 _{付近}	—	—	3.13	—	—
E ^(12,13) (2.5)		2.70 _{付近}	1.52 _{付近}	—	2.53	1.46	—
F ^(12,13) (2.5) (短辺方向)		2.0	—	—	1.97	—	—
G ⁶⁾ (3.0)		1.96	1.14	—	1.96	1.13	—

表-1 スロッシング周期の実測値と計算値の比較

注1) 実測値欄の()内数値は、Housner 理論による計算周期と同じものを用いた場合

注2) 上表中の水槽の形状はすべて矩形である、又水槽の寸法(加振方向長さ×幅×高さ、単位m)を以下に示す

- A: 2.7×2.1×2.5 E: 5.0×3.0×3.5
- B: 2.0×2.0×2.0 F: 3.0×5.0×3.5
- C: 4.0×3.0×4.0 G: 3.0×3.0×3.5
- D: 4.0×3.0×4.0

水槽名 (水位m)	計 算			実 測		
	m_0 (t・sec ² /m)	m_c (t・sec ² /m)	m_0/m_c	f_B (Hz)	f_E (Hz)	$f_{B\text{実}}$ (Hz)
A ^(7,8) (1.3)	0.396	0.182	2.18	12.7	22.7	14.8
B ⁹⁾ (1.7)満	0.524	0.0434	12.1	8.16	29.5	8.3
B ⁹⁾ (0.9)1/2	0.183	0.0434	4.21	12.9	29.5	12.9
C ^(10,11) (2.0)	1.33	0.359	3.70	4.38	9.5	3.25
D ^(10,11) (3.7)満	0.549	0.359	9.89	2.88	9.5	2.
E ^(12,13) (1.25)1/2	0.551	0.204	2.70	13.8	26.5	12.
E ^(12,13) (2.5)満	2.08	0.204	10.2	7.93	26.5	7.
F ^(12,13) (2.5)満 (短辺方向)	2.86	0.204	14.0	5.16	20.0	3.~4.
G ⁶⁾ (3.0)満	2.23	0.306	7.27	6.54	18.8	6.~6.5

表-2 バルジング1次振動数の実測値と計算値との比較

注1) 上表中の記号は下記による

- f_E : 空水槽の固有振動数 (Hz)
- m_0 : 容器と一しょに動く液質量 (ton・sec²/m)
- m_c : 容器の質量 (ton・sec²/m)
- f_B : 計算によるバルジング1次の振動数 (Hz)
- $f_{B\text{実}}$: 実測によるバルジング1次の振動数 (Hz)

注2) 水槽名欄の「満」、「1/2」とあるのはそれぞれ満水位槽および1/2水位槽を示す

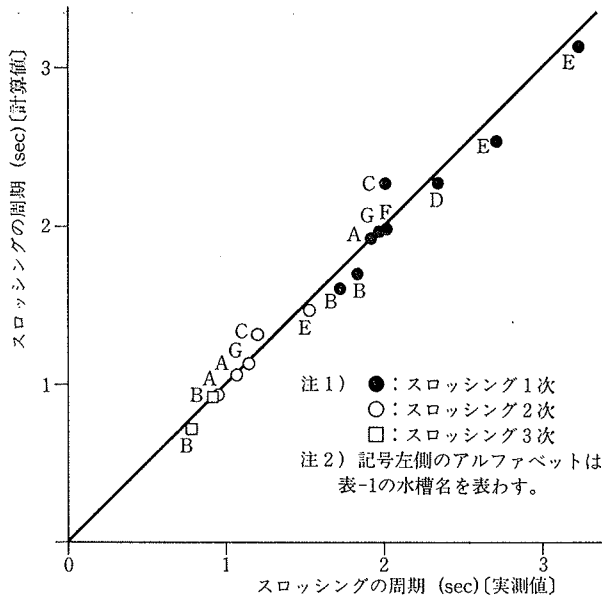


図-2 スロッシング周期の実測値と計算値との比較

また図-4 より減衰定数の範囲として、バルジング1次では2~5%, スロッシング1次では0.08~0.5%が一般的な値であることが分かる。

3. 1質点系モデルによる動水圧の検討

1質点系モデルを用いて地震波入力時の水槽の動水圧の最大応答値を計算し、その結果を実験値と比較してみる。最大動水圧の計算式として次式に述べるような計算式を用いてみる。即ち

$$P_s = {}_B P_w + {}_s P_w \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに ${}_B P_w$ はバルジングによる動水圧, ${}_s P_w$ はスロッシングによる動水圧である。 ${}_B P_w$ と ${}_s P_w$ は次式により計算する。

$${}_B P_w = \frac{\rho}{g} \times \ddot{u}_0 \times H \times \left[\frac{y}{H} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{H} \right)^2 \right] \times \sqrt{3} \tanh \left(\sqrt{3} \times \frac{l}{H} \right) \quad \dots\dots\dots(4 \cdot a)$$

$$\ddot{u}_0 = S_a(f_B, h_B) \times \ddot{u}_g \quad \dots\dots\dots(4 \cdot b)$$

$${}_s P_w = 0.833 \times \frac{\rho}{g} \times l \times \frac{\cosh \left\{ \sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{H}{l} \left(1 - \frac{y}{H} \right) \right\}}{\cosh \left(\sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{H}{l} \right)} \times u_0 \quad \dots\dots\dots(5 \cdot a)$$

$$\ddot{u}_0 = S_a(f_s, h_s) \times \ddot{u}_g \quad \dots\dots\dots(5 \cdot b)$$

(4. b) 式および (5. b) 式の \ddot{u}_0 は図-1 の1質点の応答加速度である。また S_a は絶対加速度のレスポンススペクトラムである。更に、 f と h とは各々バルジング或はスロッシングの固有振動数および減衰定数である。 l は加振方向の水槽の長さの1/2, H は水深である。 y は水面から容器底面方向にとった長さである。尚(4), (5)式は Housner による剛容器仮定の動水圧の計算式である。計

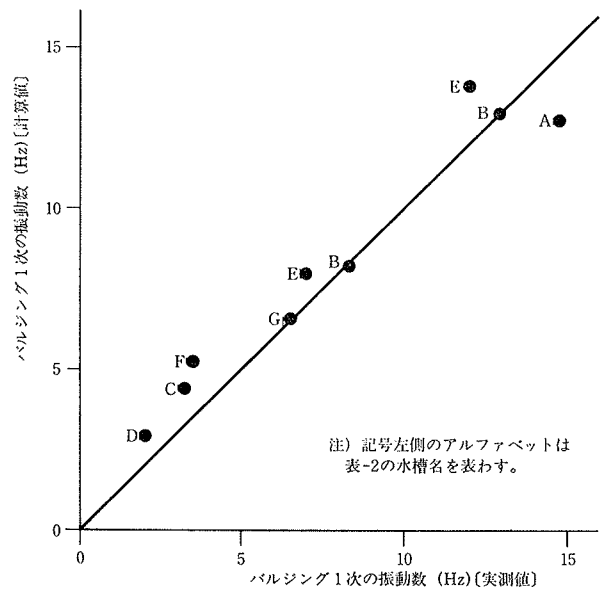


図-3 バルジング1次振動数の実測値と計算値との比較

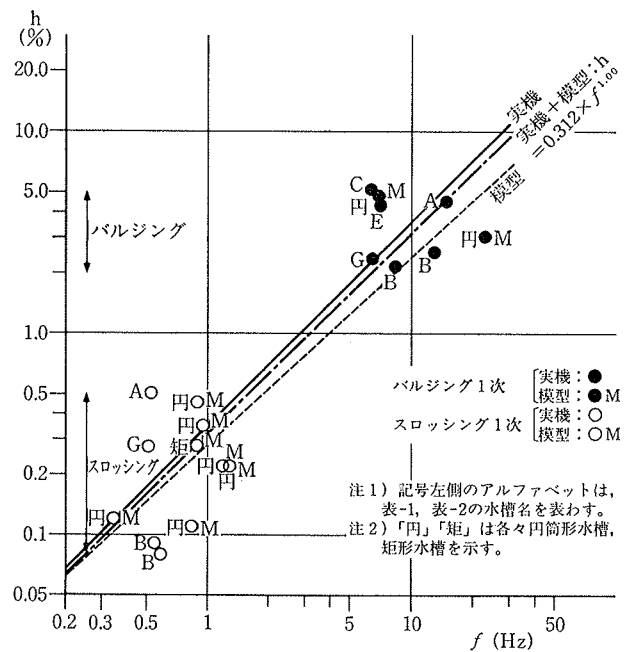


図-4 水槽1次固有振動数と減衰定数

算値と実測値とを比較検討した結果を図-5~図-8に示す。図-5, 図-6はA水槽⁷⁾⁸⁾の, また図-7, 図-8はB水槽⁹⁾の地震波入力時の動水圧応答の比較検討結果である。図-5~図-8には参考のため ${}_B P_w$ と ${}_s P_w$ の2乗和の平方根値も示しておいた。図-5~図-8には更に、箕輪理論による解析値⁸⁾⁹⁾も示しておいた。同図より動水圧の応答値として、バルジングとスロッシングの最大動水圧の単純和(3式)を用いればほぼ安全側の値となることが分かる。

4. まとめ

実験データの検討結果から次のようなことが分かった。

(1) スロッシングの固有周期は、剛容器仮定の Housner 理論の計算式で充分予測できる。

(2) バルジングの固有振動数は、1 質点系モデルの固有振動数とほぼ一致する。

(3) 減衰定数に関して下記の実験式が得られた。

$$h = 0.312 \times f^{1.00}$$

ここに、

f : 水槽 1 次固有振動数 (Hz)

h : 減衰定数 (%)

(4) 1 質点系モデルを用いて地震波入力時の水槽の動水圧の最大応答値を計算し、実験値との比較検討を行なった。その結果、動水圧の最大応答値はスロッシングとバルジングの最大応答値の単純和により予測できる。

謝 辞

この論文をまとめるにあたり、科学技術庁国立防災科学技術センターの箕輪親宏氏には御厚意により資料を借用させて頂いた。ここに記して謝意を表します。また積水工務(株)の平野孝博氏には御厚意により資料の御提供を頂いた。ここに厚く御礼申し上げます。更に本論文をまとめるにあたり、当技術研究所の中村嶽氏には懇切丁寧な助言を頂いた。深く感謝致します。最後に、ここで引用させていただいた多数の文献の著者の方々にも誌上を借りて御礼申し上げます。

参考文献

- 1) G. W. Housner: Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 47, No. 1, (Jan. 1957)
- 2) Kiyoshi Sogabe and Heki Shibata: Aseismic Design of Cylindrical and Spherical Storages for Their Sloshing Phenomenon, Proceedings Sixth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. III,

New Delhi India, (1977), pp. 3356~3363

- 3) 坂井藤一, 迫田治行: 大型液体タンクの地震応答に関する研究, 第 4 回日本地震工学シンポジウム講演集, (1975. 11)
- 4) 迫田治行, 坂井藤一: 球形タンク内容液の振動効果に関する研究, "Sloshing Effects in Spherical Liquid Storage Tanks", 圧力技術, Vol. 16, No. 3, (1978)
- 5) 日本建築学会構造標準委員会耐震設計資料小委員会: スロッシング, 建築雑誌, Vol. 90, No. 1089, (昭和 50. 2)
- 6) 平野孝博: 水槽の耐震動的解析, 建築設備と配管工事, (1979. 2), pp. 35~43
- 7) 角田智彦, 吉原醇一, 安井 譲: 高置水槽の耐震性

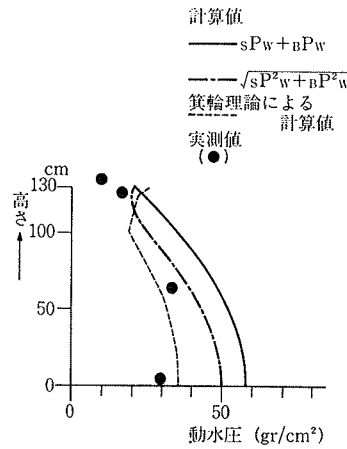
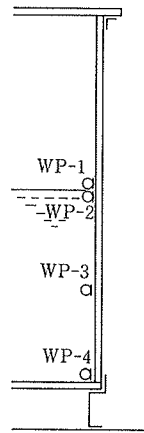


図-5 地震波入力時の動水圧最大応答値(A水槽) (El. Centro F. R. 400 gal)

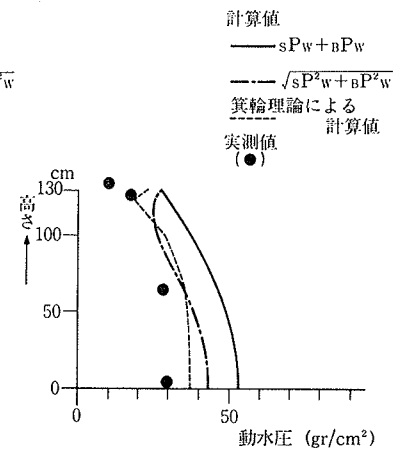


図-6 地震波入力時の動水圧最大応答値(A水槽) (Taft F. R. 400 gal)

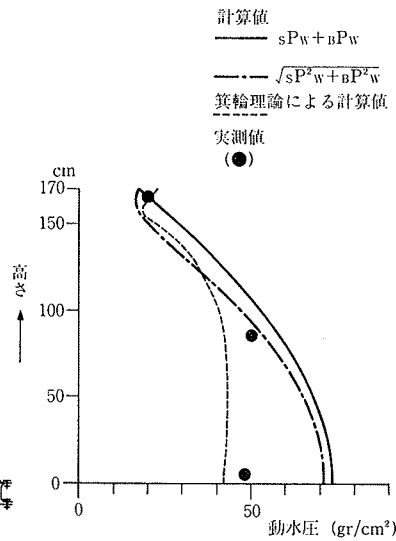
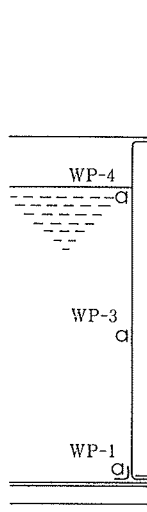


図-7 地震波入力時の動水圧最大応答値(B水槽) (El. Centro 400 gal)

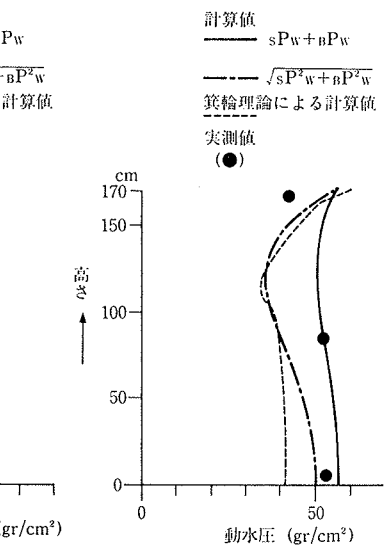


図-8 地震波入力時の動水圧最大応答値(B水槽) (Taft F.R. 400 gal)

- に関する研究 (その1 実験結果), 日本建築学会 大会学術講演梗概集 (関東), 2143, (昭和54.9)
- 8) 角田智彦, 吉原醇一, 安井 譲: 高置水槽の耐震性に関する研究 (その2 実験結果の解析), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東), 2144, (昭和54.9)
- 9) 吉原醇一, 安井 譲, 角田智彦: FRP 製矩形水槽の振動実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿), 2163, (昭和55.9)
- 10) 箕輪親宏: 長方形水槽の振動解析, 日本建築学会論文報告集, 第285号, (昭和54.11)
- 11) 三菱樹脂, ヒシタンク鉄パネル型耐振実験資料, (1978.3.30)
- 12) 大谷圭一, 箕輪親宏: 組立てパネル矩形水槽の振動挙動, 日米天然会議, 耐風耐震構造専門部会, 第10回合同部会, ワシントン D.C. (米国), (1978.5.23~26)
- 13) プリDESTON: Batter Space, Vol. 1, Vol. 2, (1978)
- 14) 白木万博, 藤田勝久: 液体を含む自立形薄肉円筒タンクの地震応答解析, 三菱重工技報, Vol. 12, No. 3, (1975.5)
- 15) 谷 資信, 田中弥寿雄, 堀 直人: 液体の入った薄肉円筒タンクの振動実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東海), 2143, (昭和51.10)
- 16) 池田駿介, 秋山成興, 中村広昭, 白井伸一: 円筒タンク内の液体動揺に関する研究, 土木学会論文報告集, 第290号, (1979.10)
- 17) 中村 嶽, 武田寿一: 円筒タンクの地震応答に関する研究 (その1), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東), 2119, (昭和54.9)
- 18) 密川栄志: 平底円筒タンクの耐震性に関する研究 (第2報 模型タンクの振動実験), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), 2136, (昭和53.9)
- 19) 吉村信敏, 田中歳明, 横山 護: 地震による LNG 貯槽内液体のスロッシングに関する研究, 日本鋼管技報, No. 78, (Aug. 1978)
- 20) 社団法人 強化プラスチック技術協会: FRP 水槽耐震設計基準 (案), (昭和55.1)

付録

本文中, m_0 の計算方法は Housner 理論から下式により求める。

(1) 矩形水槽

a) $\frac{H}{l} \leq 1.5$ のとき

$$m_0 = \frac{\tanh\left(\sqrt{3} \times \frac{l}{H}\right)}{\sqrt{3} \times \frac{l}{H}} \times m$$

ここに,

$$m: \text{水の全質量} = \frac{2\rho l H b}{g}$$

b : 水槽の幅

H : 水槽の水深

b) $\frac{H}{l} > 1.5$ のとき

$$m_0 = \frac{\tanh\left(\sqrt{3} \times \frac{l}{H}\right)}{\sqrt{3} \times \frac{l}{H}} \times m' + m''$$

ここに,

m' : 水面からの深さが 1.5 l より浅い部分の

$$\text{水の全質量} = \frac{3\rho l^2 b}{g}$$

m'' : 水面からの深さが 1.5 l より深い部分の

$$\text{水の全質量} = \frac{2\rho l (H - 1.5l) b}{g}$$

(2) 円筒形水槽

a) $\frac{H}{R} \leq 1.5$ のとき

$$m_0 = \frac{\tanh\left(\sqrt{3} \times \frac{R}{H}\right)}{\sqrt{3} \times \frac{R}{H}} \times m$$

ここに,

$$m: \text{水の全質量} = \frac{\rho \pi R^2 H}{g}$$

R : 水槽の半径

H : 水槽の水深

b) $\frac{H}{R} > 1.5$ のとき

$$m_0 = \frac{\tanh\left(\sqrt{3} \times \frac{R}{H}\right)}{\sqrt{3} \times \frac{R}{H}} \times m' + m''$$

ここに,

m' : 水面からの深さが 1.5 R より浅い部分の

$$\text{水の全質量} = \frac{1.5 \rho \pi R^3}{g}$$

m'' : 水面からの深さが 1.5 R より深い部分の

$$\text{水の全質量} = \frac{\rho \pi R^2 (H - 1.5 R)}{g}$$