

建物—基礎構造体—表層地盤連成系の振動解析に関する研究 (その4)

—回転相互作用ばねの性質について—

安井 譲

Study on Interaction Problems of Superstructure-Substructure-Soil Surface Layer System (Part 4)

—Survey of Properties of Dynamic Interaction Spring Coefficients of Rotational Vibration—

Yuzuru Yasui

Abstract

In the preceding work³⁾ the author derived discrete representations of dynamic interaction spring coefficients of rotational vibration at a side wall of a substructure, and showed some numerical examples. Since then, more detailed calculations have been made, and the results of these calculations are described in this report. Results deserving special mention are: (1) chart graph of static spring constants, (2) examinations of dynamic characteristics of stiffness functions and radiation damping, (3) presumption of effective mass value, and (4) chart graph of rotational resonance frequencies of soil surrounded by an embedded wall.

概 要

前報³⁾ (同題 その3) では基礎構造体側面での動的回転相互作用ばねの離散化表示式を求め、その表示式について若干の数値計算例を示した。本報では、その後に引き続いて行なった、より詳細な数値計算結果について述べる。計算モデルとして基礎構造体を深さ方向に5等分割して五つの質点にモデル化する場合を想定した。今回の数値計算により得られた成果を要約すると次のようである。(1) 静的相互作用ばねの計算図表を作成したこと、(2) 動的ばね係数と逸散減衰係数の性質を検討したこと、(3) 付加質量の値を推定したこと、(4) 地中壁に囲まれた内部地盤の回転振動に関する共振振動数の計算図表を作成したこと。

1. まえがき

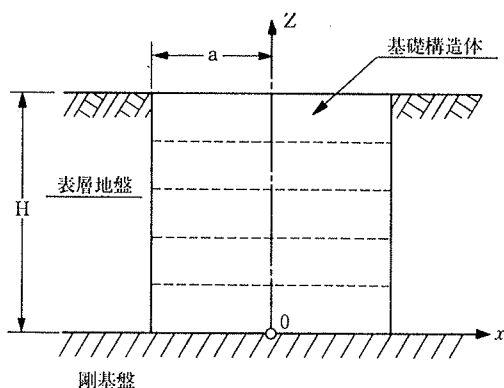
近年、軟弱地盤上にも平面的な広がり大きい基礎を有する大型構造物が建設されるようになってきた。この様な大型構造物と周辺地盤との相互作用の問題を取扱うとき、基礎構造体の水平振動に関する相互作用ばねと震動土圧¹⁾²⁾のほか、回転相互作用ばねを考慮する必要がある³⁾。前報³⁾では、構造物を集中質点系でモデル化することを考えた場合に必要になる基礎構造体側壁での動的回転相互作用ばねの離散化表示式を誘導し、その表示式を用いての若干の数値計算例を示した。本報では、引き続いて行なった回転相互作用ばねの数値計算結果について述べることにする。

2. 計算モデル

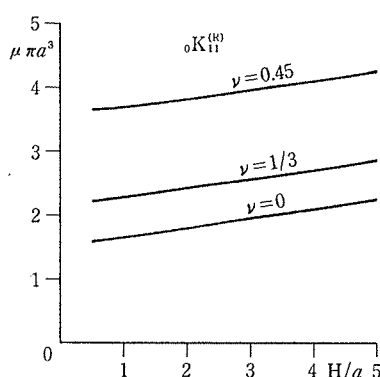
計算モデルを図-1に示した。即ち、地盤は層厚Hの

単一の弾性表層と基盤とからなるとし、想定する基礎構造体の半径はaとする。仮想地動³⁾を考える場合、その入力基盤において上下方向正弦波 $w_g = -W_g (r/a) \cdot \cos\theta \cdot e^{i\omega t}$ を考える。ここに、r、 θ は、それぞれ、基礎構造体底面の中心点を原点にとった円筒座標の半径方向と接線方向の座標を表わす。また、基礎構造体は深さ方向に5等分割して五つの質点にモデル化する場合を考える。その際、地表面に最も近い質点の番号を1とする。

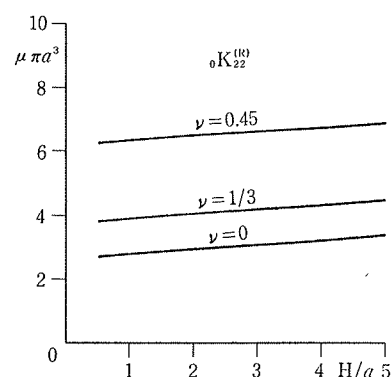
さて、相互作用ばねの表示式は次の様な諸パラメータを含んでいる。即ち、 ω/ω_L 、 H/a 、 ν 、 h_T および h_L の関数として表わされた。ここに、 ω : 円振動数、 ω_L : 表層地盤の縦振動に関する1次の固有円振動数、 ν : 表層地盤のポアソン比、 h_T 、 h_L : 表層地盤の材料減衰、である。以後の計算において特に断わりがない場合、これらのパラメータの値は次の様に設定している。即ち、 $H/a=2$ 、 $\nu=1/3$ 、 $h_T=h_L=0.05$ としている。



図—1 計算モデル



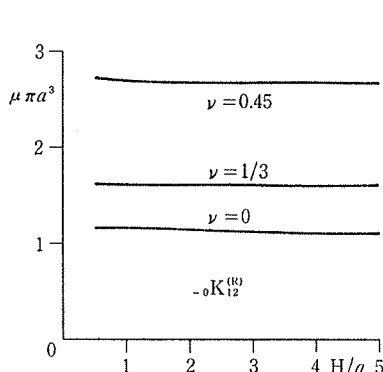
図—2. a 静的ばね ${}_0K_{11}^{(R)}$



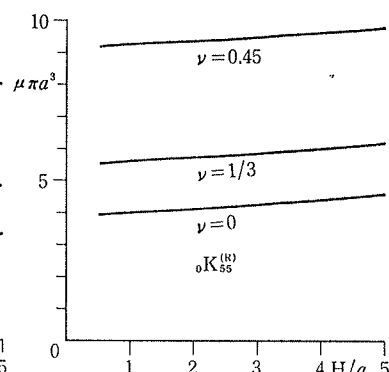
図—2. c 静的ばね ${}_0K_{12}^{(R)}$

3. 回転相互作用ばね

相互作用ばねの計算結果について述べる前に、記号の定義を説明しておく。静的な相互作用ばねと言う場合は、 $\omega=0$ のときの相互作用ばね $K_{ij}^{(R)}$ の実数部を指すことにし、 ${}_0K_{ij}^{(R)}$ で表わす。また、相互作用ばねの動的性質を論じるときは次式で定義される動的ばね係数 $k_{ij}^{(R)}$ および逸散（粘性）減衰係数 $c_{ij}^{(R)}$ について行なう。



図—2. b 静的ばね $-{}_0K_{22}^{(R)}$



図—2. d 静的ばね ${}_0K_{55}^{(R)}$

$$K_{ij}^{(R)} = {}_0K_{ii}^{(R)} (1 + i2h_T) \left(k_{ij}^{(R)} + i \left(\frac{\omega}{\omega_l} \right) c_{ij}^{(R)} \right) \dots (1)$$

(1)式のように、対角頂の静的ばね ${}_0K_{ii}^{(R)}$ で規準化したのは、 $k_{ij}^{(R)}$ 、 $c_{ij}^{(R)}$ の符号および大きさが対角要素との関連で考えられてわかり易いと考えてのことである。

3.1. 静的な回転相互作用ばね

前報³⁾の計算において、静的なばねについて次の様なことがわかっている。即ち、静的なばねのマトリクスは、近似的に3重対角行列となること、その非対角要素は互いにほぼ等しいこと、また、対角要素 ${}_0K_{22}^{(R)}$ 、 ${}_0K_{33}^{(R)}$ および ${}_0K_{44}^{(R)}$ の値は互いにほぼ等しいと考えて良さそうであること等がわかっている。従って、 ${}_0K_{11}^{(R)}$ 、 ${}_0K_{22}^{(R)}$ 、 ${}_0K_{55}^{(R)}$ および ${}_0K_{12}^{(R)}$ の値を知れば静的なばねマトリクスを作成できることになる。図—2. a～図—2. d はこれらの静的なばねについての計算結果を示したものである。いずれの図も深さ比 H/a を横軸に、ポアソン比 ν をパラメータとして表わしてある。なお、縦軸の倍率 $\mu\pi a^3$ の μ は表層地盤のせん断剛性である。これらの図を用いれば、与えられた H/a 、 ν および μ に対して静的なばねマトリクスの各要素を概算することができる。

3.2. 回転相互作用ばねの動的な性質

次に、相互作用ばねの動的性質、即ち、動的ばね係数 $k_{ij}^{(R)}$ および逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R)}$ の性質について述べる。

図—3. a～図—3. c に、 $k_{ij}^{(R)}$ を振動数比 ω/ω_l に対してプロットしたものを示した。図—3. a, b, c は、それぞれ、ばねマトリクスの対角要素 ($k_{ii}^{(R)}$)、対角要素の直上あるいは直下の要素 ($k_{ij}^{(R)}$, $j=i+1$) および3重対角要素以外の要素 ($k_{ij}^{(R)}$, $j \geq i+2$) について示したものである。ここで、説明の便宜上、 $k_{ii}^{(R)}$ を対角要素、 $k_{ij}^{(R)}$ ($j=i+1$) を3重非対角要素、 $k_{ij}^{(R)}$ ($j \geq i+2$) を非帯域要素と、それぞれ呼ぶことにする。

図—3 から次の様なことが言えよう。対角要素（図—3. a）のばね係数は振動数の増加とともにその値が漸減している。即ち、表層地盤による付加質量的な影響を受けていることがわかる。3重非対角要素（図—3. b）のばね係数は振動数が低い範囲 ($\omega/\omega_l \leq 3$) では振動数に対して変化しないと考えると良さそうである。 ω/ω_l が3を越えて大きくなると特に $k_{12}^{(R)}$ が大きく変化する。非帯域要素（図—3. c）のばね係数は振動数が低い範囲 ($\omega/\omega_l \leq 3$) では、その値が対角要素および3重非対角要素に比べて小さく、無視して良さそうであるが、振動数が高くなると ($\omega/\omega_l \geq 3$) その値は無視しえない程大きくなる。

さて、ここで、参考のために、付加質量（付加質量慣性モーメント）の大きさはどの程度のものかを検討しておくこととする。 $k_{ii}^{(R)}$ に対応する付加質量慣性モー

ントを $I_1^{(a)}$ とすると、 $I_1^{(a)}$ は次式で与えられる。

$$I_1^{(a)} = \frac{48}{\pi^2} \gamma_1^{(R)} \frac{\left(\frac{H}{a}\right)}{3 + \left(\frac{H}{a}\right)^2} \cdot \left(\frac{C_T}{C_L}\right)^2 \frac{{}_0K_{11}^{(R)}}{\mu \pi a^3} \cdot I_s \dots\dots(2)$$

ここに、

$$k_{ii}^{(R)} \doteq 1 - \gamma_1^{(R)} \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2 \dots\dots\dots(3)$$

$$I_s = \rho \pi a^2 H \left(\frac{3a^2 + H^2}{12}\right) \dots\dots\dots(4)$$

であって、 ρ は表層地盤の単位体積あたりの質量を示す。また I_s は基礎構造体の排土部分の重心回りの排土質量慣性モーメントである。いま、 $\omega/\omega_l=3$ として図-3. a から $\gamma_1^{(R)}$ を定め、更に、図-2. a, b, d を用いて ${}_0K_{11}^{(R)}/\mu \pi a^3$ の値を求め、これらの値を(2)式に代入して $I_1^{(a)}/I_s$ ($i=1, 2, 3, 4, 5$) を計算すると次の様な値となる。即ち、0.0341, 0.0212, 0.0277, 0.0341, 0.0213 となり、その和は0.138 となる。従って、極端に軽い基礎構造体でなければ、付加質量慣性モーメントは無視して良さそうであることがわかる。

次に、逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R)}$ の性質について述べる。図-4. a ~ 図-4. c にその計算結果を示した。それぞれ、対角要素 ($c_{ii}^{(R)}$)、3重非対角要素 ($c_{ij}^{(R)}$, $j=i+1$) および非帯域要素 ($c_{ij}^{(R)}$, $j \geq i+2$) の逸散減衰係数についての計算結果である。いずれの要素の逸散減衰係数も振動数が表層地盤の固有振動数より

小さい範囲 ($\omega/\omega_l < 1$) では小さく、固有振動数を越えると大きくなる傾向を示している。また表層地盤の地表面に近い要素ほどその値は大きいようである。動的ばね係数の場合と異なって、非帯域要素の係数 (図-4. c) は、その値が他の要素の係数 (図-4. a, b) の値と同程度であることから、無視できそうにない。従って、逸散減衰係数のマトリクスはフル・マトリクスになることになる。ところで、 $\omega/\omega_l < 3$ の範囲では、対角要素、3重非対角要素、非帯域要素の各逸散減衰係数の符号はすべて正である。このことは、逸散減衰による減衰力は、質点

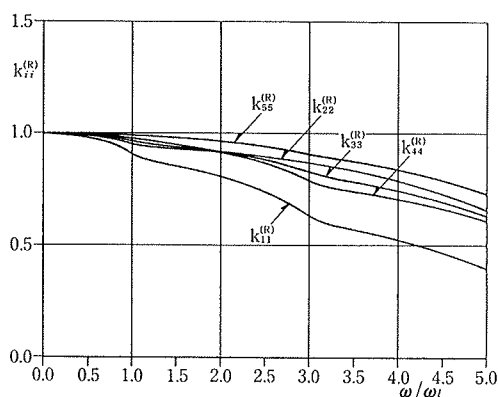


図-3. a 動的ばね係数 $k_{ii}^{(R)}$

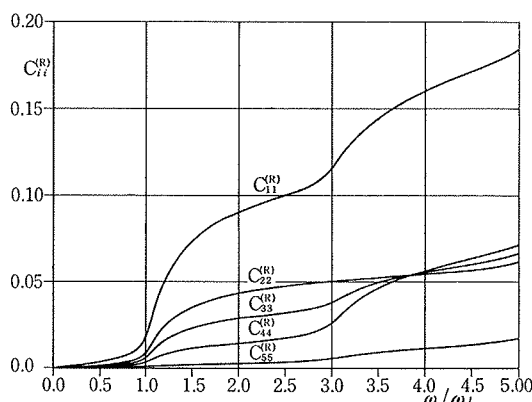


図-4. a 逸散減衰係数 $c_{ii}^{(R)}$

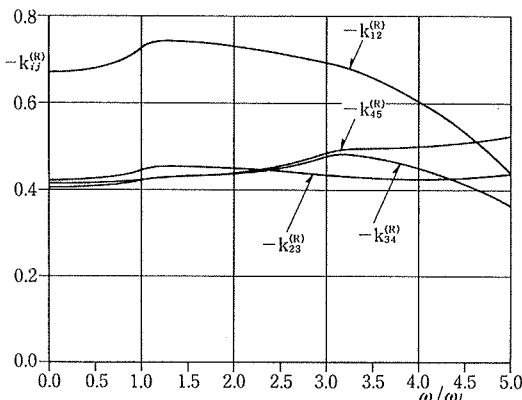


図-3. b 動的ばね係数 $k_{ij}^{(R)}$ ($j=i+1$)

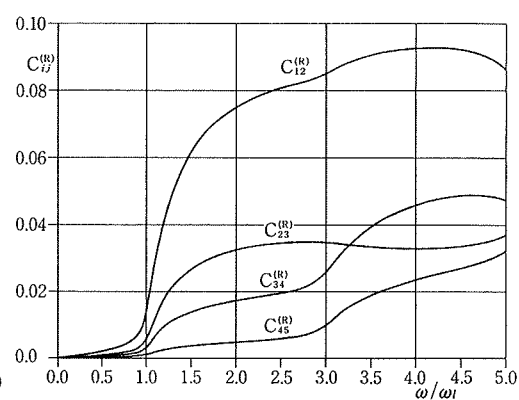


図-4. b 逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R)}$ ($j=i+1$)

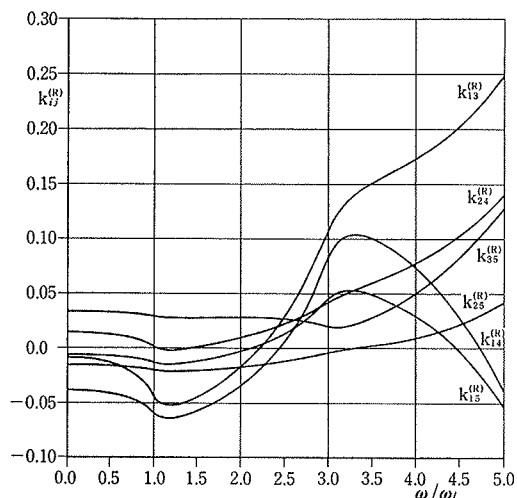


図-3. c 動的ばね係数 $k_{ij}^{(R)}$ ($j \geq i+2$)

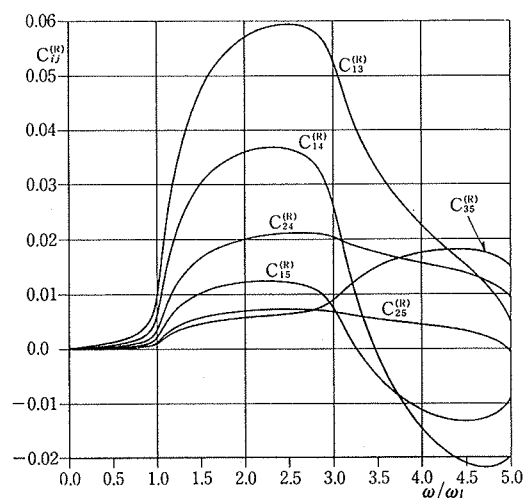
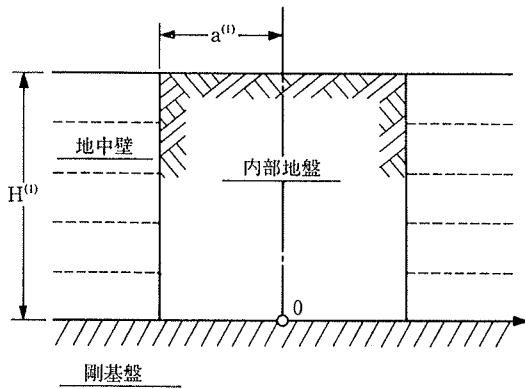
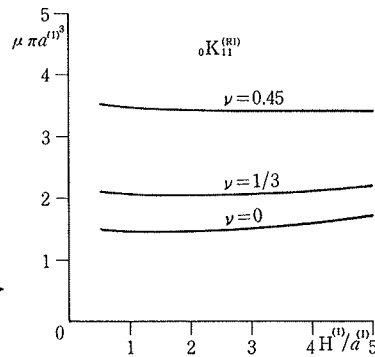


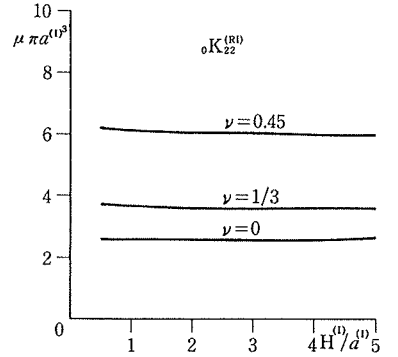
図-4. c 逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R)}$ ($j \geq i+2$)



図—5 内部地盤の計算モデル



図—6. a 内部地盤の静的ばね ${}_0K_{11}^{(R1)}$



図—6. c 内部地盤の静的ばね ${}_0K_{22}^{(R1)}$

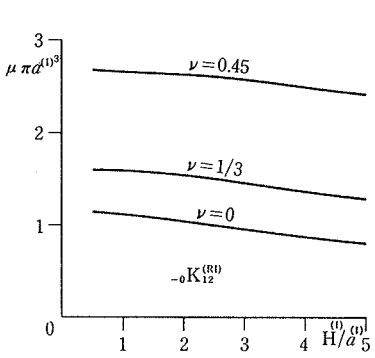
間の相対速度に比例するのではなく、質点の基盤に対する相対速度に比例することを示しているとも言える。いずれにしても、逸散減衰係数の振動数に対する変化の割合は大きくその値を一定値で代表させることは難しいようである。

4. 内部地盤による回転相互作用ばね

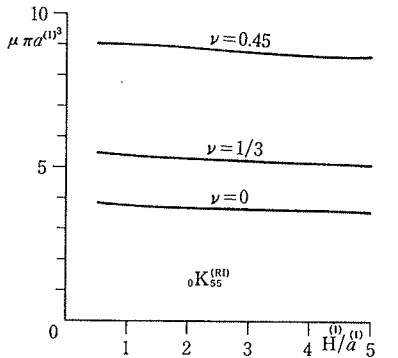
前章までで、基礎構造体の外側を取巻く表層地盤による回転相互作用ばねの性質について述べた。本章では、地中壁等に取り囲まれた内部地盤による回転相互作用ばねについて述べる。

計算モデルを図—5に示した。即ち、内部地盤の層厚は $H^{(1)}$ とし、内径 $a^{(1)}$ の地中壁により取囲まれているものとする。その内部地盤の底面は剛な基盤に支持されているものとする。仮想地動を考える場合その入力に基盤において上下方向正弦波 $w_g = -W_g(r/a) \cdot \cos\theta \cdot e^{i\omega t}$ が与えられるものとする。また、地中壁は深さ方向に5等分割して五つの質点にモデル化するものとする。以下に上述のモデルの計算結果について述べるが、その際特に断わりがない場合、次の様なパラメータの値を用いている。即ち $H^{(1)}/a^{(1)} = 2$, $\nu = 1/3$, $h_T = h_L = 0.05$ としている。

表層地盤の場合と同様にして、静的な相互作用ばね ${}_0K_{ij}^{(R1)}$, 動的ばね係数 $k_{ij}^{(R1)}$ および逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R1)}$



図—6. b 内部地盤の静的ばね $-{}_0K_{12}^{(R1)}$

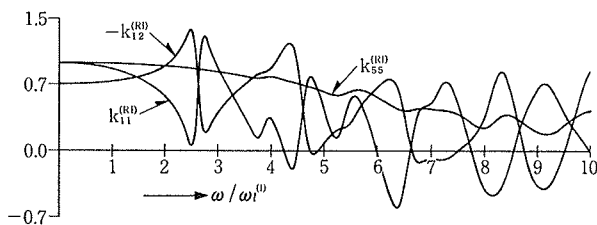


図—6. d 内部地盤の静的ばね ${}_0K_{55}^{(R1)}$

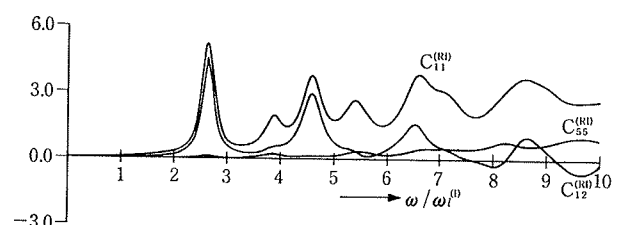
を定義する。

図—6に静的なばね係数の計算結果を示した。図—6以外の静的なばねについては、前報³⁾で得られた結果を参考にして次の様に定めれば良い。まず、静的なばねマトリクスの3重対角要素以外は零とする。更に、 ${}_0K_{ji}^{(R1)} = {}_0K_{ji}^{(R1)}$ ($j = i + 1$) = ${}_0K_{i2}^{(R1)}$, ${}_0K_{22}^{(R1)} = {}_0K_{33}^{(R1)} = {}_0K_{44}^{(R1)}$ とすれば良い。

図—7, 図—8に、それぞれ、動的なばね係数 $k_{ij}^{(R1)}$ と逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R1)}$ の計算結果を示した。横軸は振動数比 $\omega/\omega_l^{(1)}$ である。ここに、 $\omega_l^{(1)}$ は内部地盤の縦振動に関する1次の固有円振動数である。 $k_{ij}^{(R1)}$, $c_{ij}^{(R1)}$ とともに振動数が大きくなるにつれて緩やかに変化し、ある特



図—7 内部地盤の動的ばね係数 $k_{ij}^{(R1)}$



図—8 内部地盤の逸散減衰係数 $c_{ij}^{(R1)}$

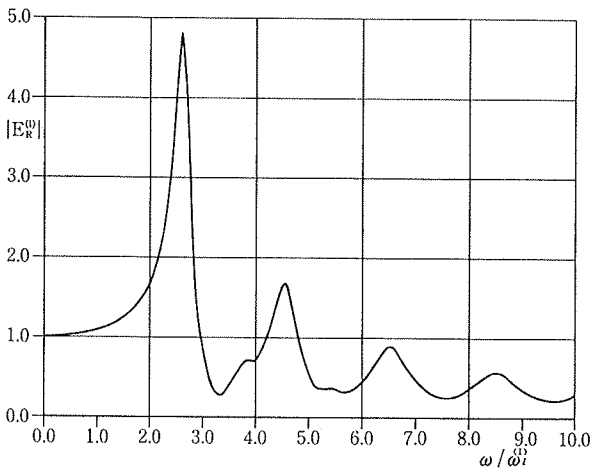


図-9 内部地盤の動的な土圧係数 $|aE_R^{(D)}|$

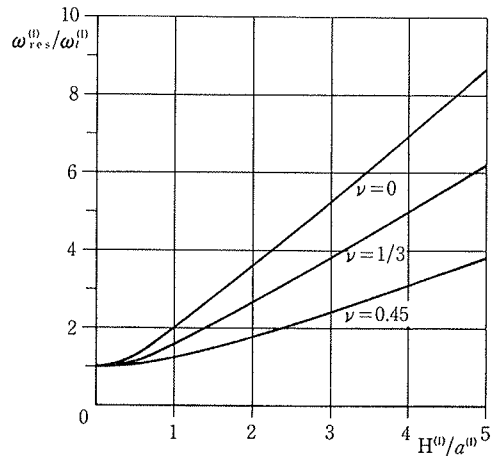


図-10 内部地盤の共振振動数 $\omega_{res}^{(D)}/\omega_l^{(D)}$

定の振動数(図-7, 8の場合 $\omega/\omega_l^{(D)}=2.5$)を越えると複雑に変化するようである。この特定の振動数を説明するため、仮想震動回転土圧³⁾の計算結果を図-9に示した。仮想震動回転土圧とは、仮想地動を考えたとき、基礎構造体内壁位置($r=a^{(D)}$)でその内壁が内部地盤から受ける合モーメント $E_R^{(D)}$ のことである。この $E_R^{(D)}$ を $E_R^{(D)}={}_0E_R^{(D)} \cdot aE_R^{(D)} \cdot \ddot{w}_g$ と表わしたときの動的倍率係数 $aE_R^{(D)}$ の絶対値を示したのが図-9である。横軸は $\omega/\omega_l^{(D)}$ である。図-9においてピークを示す振動数比 $\omega/\omega_l^{(D)}=2.5$ は動的係数 $k_{ij}^{(RD)}$, $c_{ij}^{(RD)}$ の考察のところで述べた特定の振動数と一致している。この特定の振動数を内部地盤の回転振動に関する共振振動数と名づけ $\omega_{res}^{(RD)}$ と呼ぶことにする。図-10は、内部地盤の共振振動数比 $\omega_{res}^{(RD)}/\omega_l^{(D)}$ と深さ比 $H^{(D)}/a^{(D)}$ およびポアソン比 ν との関係を示したものである。

5. まとめ

基礎構造体あるいは内部地盤を取囲む地中壁を深さ方向に5等分割してモデル化する場合を例にとって回転相互作用ばねについての数値計算を行なった。その結果をまとめると次の様である。

(1) 表層地盤あるいは内部地盤の静的回転相互作用ばねの計算図表を示した。これらの静的相互作用ばねのマトリクスは3重対角行列で表わされる。

(2) 表層地盤の動的ばね係数のうち、対角要素の係数は振動数の増加とともに漸減する。この係数の低減を付加質量慣性モーメントの概念で理由づけた場合、その大

きさは、ほぼ、基礎構造体の排土質量慣性モーメントの1割強の値となった。

(3) 表層地盤の3重非対角要素の動的ばね係数は、振動数が低い範囲では一定値とみなせる。また、非帯域要素の動的ばね係数の値は殆んど零と考えて良い。但し、振動数が大きくなるとその値は無視できなくなる。

(4) 表層地盤の逸散減衰係数は表層地盤の縦振動に関する固有振動数より低い振動数では小さく、固有振動数を越えると大きくなる。

(5) 表層地盤の逸散減衰係数からなるマトリクスはフル・マトリクスとなる。また、振動数が低い範囲ではすべての係数の符号は正であった。従って、逸散減衰による減衰力は基盤に対する相対速度に比例する。

(6) 内部地盤の動的ばね係数および逸散減衰係数は内部地盤の回転振動に関する共振振動数に近づくにつれて変化し、その振動数を越えると複雑に変化する。この内部地盤の共振振動数の計算図表を示した。

参考文献

- 1) 安井: 建物-基礎構造体-表層地盤連成系の振動解析に関する研究(その1), 大林組技術研究所報, No. 20, (1980), pp. 25~33
- 2) 安井: 同題(その2), 大林組技術研究所報, No. 21, (1980), pp. 19~26
- 3) 安井: 同題(その3), 大林組技術研究所報, No. 23, (1981), pp. 25~30