

# LNG 貯槽の構造特性に関する研究（その 1）

——時間依存を考慮した軸対称回転体 FEM 非線形解析法——

前山佳一 大内一  
上野孝之 武田寿一

## Study on Structural Behaviors of LNG Storage Tanks (Part 1)

——Time-dependent Nonlinear Response Analysis of Axisymmetric Revolution——

Yoshikazu Maeyama Hajime Ohuchi  
Takayuki Ueno Toshikazu Takeda

### Abstract

In structural design of reinforced concrete LNG storage tanks, it is generally predicted that thermal stresses will become larger. Lately, these thermal stresses are designed using elastic stresses multiplied by a suitable reduction factor. When designing for thermal stresses considering stiffness-reduction by cracking, it is important to know the overall behavior of the structure under appropriate load combinations. It is considered that not only cracking but also creep behavior will have great effects on such thermal stresses caused by inherent stiffness. Therefore, an axisymmetric elasto-plastic finite element analytical computer program was developed considering both cracking and creep conditions with the aim of contributing to thermal stress design by clarifying the nonlinear behaviors of structures under combined load conditions including thermal load. This report shows (1) a summary of the analytical method, and (2) crack analysis compared with an example of the test results for a hollow reinforced concrete cylinder subjected to thermal load.

### 概要

鉄筋コンクリート製 LNG 貯槽の設計においては、一般に温度応力が大きくなるが、これについては得られた弾性応力解析値に適当な低減率をかけて設計応力として用いているのが現状である。ひび割れなどによる剛性低下を期待して、この種の構造物の温度応力を算定しようとする時、適切な作用荷重組合せのもとで構造物全体の挙動を把握することが必要となる。温度応力のような内在する剛性によって決る応力については、ひび割れは勿論、クリープ挙動が大きな影響を持つものと思われる。そこで、ひび割れおよびクリープと共に考慮した軸対称回転体 FEM 弾塑性解析プログラムを開発し、温度荷重を含む組合せ荷重状態での構造物の非線形挙動を明らかにして温度応力設計に資することにした。本編は上記解析手法の概要と、すでに実施された RC 中空円筒の温度応力実験に対しひび割れ解析を行なった結果の報告である。

### 1. 序

今日、鉄筋コンクリート製地下式貯槽の設計で考慮される温度応力は、熱伝導解析で得られた温度分布に対して弾性応力解析を行なって得られている。その際全断面剛性を用いたのでは当応力は厳しくなり、そこで、ひび割れを考慮した適切な剛性評価法<sup>1), 2)</sup>により算定のなされているのが今日の趨勢と言えよう。一方、この種の構造物の応力状態を考える時、シェルという構造特性上、

任意の多軸応力の発生していること、長期荷重に対してクリープ挙動が予測されること、又非弾性域での応力は荷重組合せに依存することなどにより、一義的に温度応力を決定することはなかなか難しいことの様に思われる。そこで、温度荷重を含む軸対称回転体の FEM 非線形解析プログラムを開発することにした。

従来、温度応力低下の主な要因としてコンクリートのひび割れとクリープが考えられているが、解析上各々独立な現象として取扱われているにすぎず、両者を同時に

考慮した場合の解明がなされていない。本報告は、これらを含む非線形解析法の概要を示すとともに、解析例としてすでに行なわれた RC 中空円筒の温度応力実験結果<sup>3)</sup>に対し、ひび割れ解析を行なった結果を述べるものである。

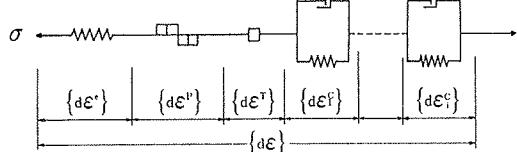


図-1 コンクリート非線形モデル

## 2. コンクリートモデル

### 2.1. 概 要

コンクリートのクリープを含む非線形特性は、図-1に示される様な一般化 Voigt モデルで表わされると仮定する。全ひずみ増分  $\{\delta\epsilon\}$  は、弾性成分  $\{\delta\epsilon^e\}$ 、温度ひずみ成分  $\{\delta\epsilon^T\}$ 、クリープひずみ成分  $\{\delta\epsilon^c\}$ 、及び塑性ひずみ成分  $\{\delta\epsilon^p\}$  の和として求められる。

$$\{\delta\epsilon\} = \{\delta\epsilon^e\} + \{\delta\epsilon^T\} + \{\delta\epsilon^c\} + \{\delta\epsilon^p\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\{\delta\epsilon^c\} = \sum_i \{\delta\epsilon_i^c\}$

(i : i 番目の Voigt モデルについて)

### 2.2. ひび割れ

弾性状態では等方等質線形弾性体としての取扱いを行うが、最大主引張応力がその時点での温度に対する引張強度に達した場合、直交する面にひび割れが発生するものとし、その方向の応力を解除する。ひび割れは連続体の観点から、ガウスの積分点の支配領域に分布するとして扱う。ひび割れ発生以後は、その直交方向の引張力は永久に負担出来ないものとする。Circumferential-Crack (RZ 面内でのひび割れ) に関しては、2 番目のひび割れは最初のものに直交する方向に生ずると仮定する。なお、主応力方向座標系で表わされた応力一ひずみ関係行列を表-1 に示しておく。

### 2.3. ひび割れの開閉

次の様に、ひずみで定義されたひび割れ幅を考える。

$$C_w = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $C_w$ : ひび割れ幅

$\varepsilon_1$ : ひび割れ発生時の、ひび割れ直交方向ひずみ

$\varepsilon_2$ : ひび割れ発生時の、ひび割れ直交方向塑性ひずみ

$\varepsilon_3$ : ひび割れ発生後に生じた、節点変位によるひび割れ直交方向ひずみ

$\varepsilon_4$ : ひび割れ発生後に生じた、ひび割れ面に平行な応力成分による、ひび割れ面に直交方向の弾性ひずみ  
但し、ひずみ  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_3$  については、総ひずみより温度ひ

ひび割れ方向	ひび割れ図	$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = (\bar{D}^*) \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$
なし		$(\bar{D}) = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 \\ (1-\nu) & \nu & 0 & 0 \\ (1-\nu) & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{pmatrix}$
円周		$(\bar{D}^*) = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \beta \frac{1-\nu}{2} \\ 0 & 0 & \beta \frac{1-\nu}{2} & 0 \end{pmatrix}$
円周 2 方向		$(\bar{D}^*) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ SYM & 0 & 0 & \beta G \end{pmatrix}$
半径		$(\bar{D}^*) = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta \frac{(1-\nu)}{2} \\ 0 & 0 & \beta \frac{(1-\nu)}{2} & 0 \end{pmatrix}$
円周 & 半径		$(\bar{D}^*) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ SYM & 0 & 0 & \beta G \end{pmatrix}$
円周 2 方向 & 半径		$(\bar{D}^*) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ SYM & 0 & 0 & \beta G \end{pmatrix}$

( $\beta$  : せん断剛性低下率 ( $0 \leq \beta \leq 1$ )

表-1 ひび割れ時応力一ひずみ関係マトリックス  
(主応力方向座標系)

すみ、クリープひずみ成分を除いたものとして評価する。

今、ひび割れ幅  $C_w$  について

$$C_w \leq 0 \dots \dots \dots (3)$$

が成立する時、そのひび割れは閉じたものとして取扱う。

### 2.4. 降伏曲面・破壊曲面

図-3 に単軸応力一ひずみ関係モデルを示すが、単軸状態であう様に定数を定めた Drucker-Prager の式に基づいた初期降伏曲面を設定する (図-4)。

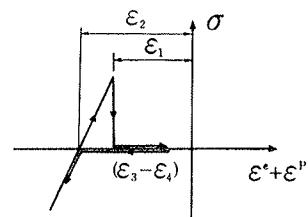


図-2 ひび割れ開閉モデル(单軸)

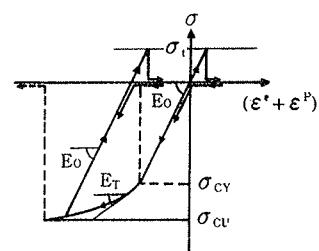


図-3 コンクリート単軸応力一ひずみ関係

$$f = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} |\sigma_{CY}| \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $J_1$ : 応力の第 1 次不変量、 $J_2$ : 同第 2 次不変量、 $\alpha$ : 定数

又、降伏曲面と相似形の圧縮破壊曲面を設定し、応力

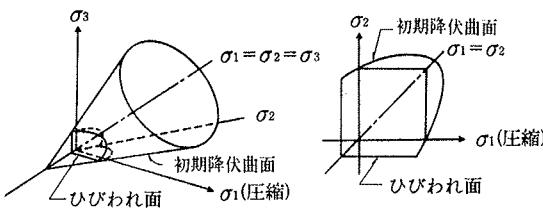


図-4 コンクリート降伏曲面・破壊曲面

ベクトルがこの破壊曲面に達した時、すべての応力成分を解除し、以後の応力は生じないものとする。

## 2.5. 熱弾塑性構成方程式<sup>3)</sup>

コンクリートの圧縮塑性に関し、等方硬化則に従う増分塑性理論を適応する。

式(1)で現われる塑性ひずみ成分  $\{d\varepsilon^p\}$  については、降伏関数  $f=f(\sigma)$  を塑性ポテンシャルとして、垂直性の条件より次式が成立する。

$$\{d\varepsilon^p\} = \lambda \{\partial f / \partial \sigma\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

正値のスカラー比例定数  $\lambda$  の表示を得る為、次の様に定義される相当応力と相当塑性ひずみ増分を導入する。

$$\begin{aligned} \text{塑性仕事率: } dw^p &= \{\sigma\}^T \{d\varepsilon^p\} = \bar{\sigma} \cdot d\bar{\varepsilon}^p \\ (\bar{\sigma} &= f(\sigma)) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (6)$$

更に、ひずみ硬化則として等方硬化則を用いることから  $\bar{\sigma}$  は  $d\bar{\varepsilon}^p$  の変形経路に沿う積分、及び温度  $T$  の関数として次の様に表わされる。

$$\bar{\sigma} = f(\sigma) = H \left( \int d\bar{\varepsilon}^p dt, T \right) \quad \dots \dots \dots (7)$$

以上の諸条件を適応して、次の様な構成方程式を得る。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left[ [D^e] - \frac{[D^e] \{\partial f / \partial \sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D^e]}{S} \right] \\ &\times (\{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^T\} - \{d\varepsilon^e\}) \\ &+ \left[ [I] - \frac{[D^e] \{\partial f / \partial \sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\}^T}{S} \right] \left( \frac{\partial [D^e]}{\partial T} dT \right) \{\varepsilon\} \\ &+ \frac{[D^e] \{\partial f / \partial \sigma\} (\partial \bar{\sigma} / \partial T) dT}{S} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 $[I]$ : 単位行列、 $S = H'/C + \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D^e] \{\partial f / \partial \sigma\}$ 、 $H' = \partial \bar{\sigma} / \partial (\int d\bar{\varepsilon}^p dt)$ 、 $C = \bar{\sigma} / (\{\sigma\}^T \{\partial f / \partial \sigma\})$

式中、右辺第2項は弾性応力一ひずみ行列  $[D^e]$  の温度依存による項を表わし、第3項は降伏応力の温度依存による項を表わしている。尚、塑性材料の除荷判定に当ってはスカラー量  $\lambda$  により、これを行なうこととする。

## 2.6. 温度ひずみ

温度ひずみ増分  $\{d\varepsilon^T\}$  は、線膨張係数を  $\alpha$ 、温度上昇を  $dT$  とした場合、回転体について次式で表わされる。

$$\{d\varepsilon^T\} = \begin{pmatrix} d\varepsilon_R \\ d\varepsilon_Z \\ d\varepsilon_\theta \\ d\gamma_{RZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \\ d\gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha dT \\ \alpha dT \\ \alpha dT \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots (9)$$

各ガウス積分点における温度上昇  $dT$  は与えられた節点での温度上昇  $dT_i$  により変位関数にもとづく補間により求められる。

## 2.7. クリープモデル<sup>4)</sup>

クリープ特性は図-1で示す様な Voigt モデルの直列結合で表わせると仮定する。i 番目の Voigt モデルについて、弾性変形の偏差成分及び体積成分のコンプライアンスをそれぞれ  $C_{Gi}$ 、 $C_{Ki}$ 、せん断変形と体積変形の粘性係数をそれぞれ  $\eta_{Gi}$ 、 $\eta_{Ki}$  と表わせば、クリープひずみ速度  $\{\dot{\varepsilon}_i\}$  は偏差成分  $\{\varepsilon'_i\}$  と体積成分  $\{\varepsilon_{mi}\}$  について、次の様に表わされる。

$$\{\dot{\varepsilon}_i\} = \{\dot{\varepsilon}'_i\} + \{\dot{\varepsilon}_{mi}\} \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$\{\dot{\varepsilon}'_i\} = \{\sigma'_i\} / 2\eta_{Gi} - \{\varepsilon'_i\} / \eta_{Gi} C_{Gi} \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$\{\dot{\varepsilon}_{mi}\} = \{\sigma_m\} / 3\eta_{Ki} - \{\varepsilon_{mi}\} / \eta_{Ki} C_{Ki} \quad \dots \dots \dots (12)$$

但し、 $\{\sigma'\}$ 、 $\{\sigma_m\}$  は偏差応力、平均垂直応力を表わす。上式より、時刻  $t$  でのひずみ成分は次式の様に表わされる。

$$\{\varepsilon'_i(t)\} = \frac{1}{2\eta_{Gi}} \int_0^t \{\sigma'(\tau)\} \exp\left(-\frac{t-\tau}{\eta_{Gi} C_{Gi}}\right) d\tau \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\{\varepsilon_{mi}(t)\} = \frac{1}{3\eta_{Ki}} \int_0^t \{\sigma_m(\tau)\} \exp\left(-\frac{t-\tau}{\eta_{Ki} C_{Ki}}\right) d\tau \quad \dots \dots \dots (14)$$

偏差成分についてのみ考えると、時刻  $(t + \Delta t)$  において、

$$\{\varepsilon'_i(t + \Delta t)\} = \frac{1}{2\eta_{Gi}} \int_0^{t + \Delta t} \{\sigma'(\tau)\} \exp\left(-\frac{t + \Delta t - \tau}{\eta_{Gi} C_{Gi}}\right) d\tau \quad \dots \dots \dots (15)$$

より、時間  $\Delta t$  でのひずみ増分量  $\{\Delta\varepsilon'_i\}$  は次式で決まる。

$$\begin{aligned} \{\Delta\varepsilon'_i\} &= \{\varepsilon'_i(t + \Delta t)\} - \{\varepsilon'_i(t)\} \\ &= \frac{1}{2\eta_{Gi}} \int_t^{t + \Delta t} \{\sigma'(\tau)\} \exp\left(-\frac{t + \Delta t - \tau}{\eta_{Gi} C_{Gi}}\right) d\tau \\ &- \{\varepsilon'_i(t)\} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\eta_{Gi} C_{Gi}}\right) \right] \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (16)$$

そこで、今各時間区分内での応力変化を時間に対して線形と仮定すれば、

$$\{\sigma'_i(\tau)\} = \{\sigma'_i(t)\} - \frac{\{\Delta\sigma'_i(t)\}}{\Delta t} (\tau - t) \quad \dots \dots \dots (17)$$

と表わされ、これを(16)式に代入し、同様な操作を体積ひずみ成分についても実施することにより最終的に i 番目の Voigt モデルについてクリープひずみ増分は次式の様に表わされる。

$$\begin{aligned} \{\Delta\varepsilon'_i\} &= \frac{C_{Gi}}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\eta_{Gi} C_{Gi}}\right) \right] \{\sigma'_i(t)\} \\ &+ \frac{C_{Ki}}{3} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\eta_{Ki} C_{Ki}}\right) \right] \{\sigma_{mi}(t)\} \\ &- \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\eta_{Gi} C_{Gi}}\right) \right] \{\varepsilon'_i(t)\} \\ &- \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\eta_{Ki} C_{Ki}}\right) \right] \{\varepsilon_{mi}(t)\} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (18)$$

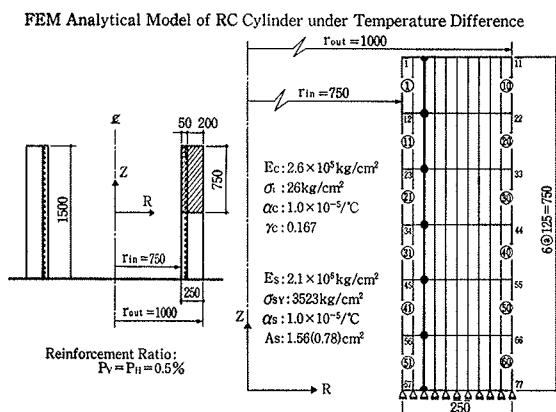


総和は要素に関するものを表わす。不平衡力の処理に当っては次のステップに持ち越して解放することにする。

又、 $\Delta T$ 式に与えられる線形方程式の解釈については、修正 Crout 法に基づく手法<sup>5)</sup>を用いる。この方法によれば、ある荷重ステップでの係数行列 [A] の分解縮小計算等においては、修正のあった係数のうち最も小さい列から後の部分についてのみ処理を行なうことが可能で、計算効率の向上をはかることができる。

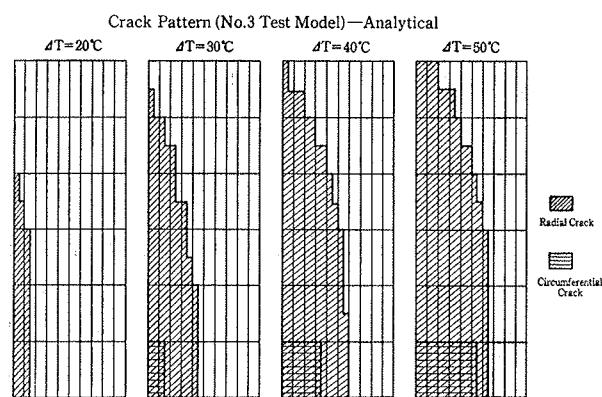
## 6. 計算例—RC 中空円筒の温度応力解析

本解析法の妥当性を検討することもあって、すでに実施された RC 中空円筒の温度応力実験<sup>6)</sup>に対しひび割れ解析を行なった。図一 6 に構造体解析モデルを示すが、縦横筋比共 0.5% よりなる No. 3 試験体を対象とし、上下対称性より上半分を軸対称として解析することとした。物性の温度依存性及びクリープについては、これを考慮しない。温度条件については、外表面は散水による一定温度、内面冷却による定常温度分布状態での測定という実験条件に対応させて、直線分布として取扱った。



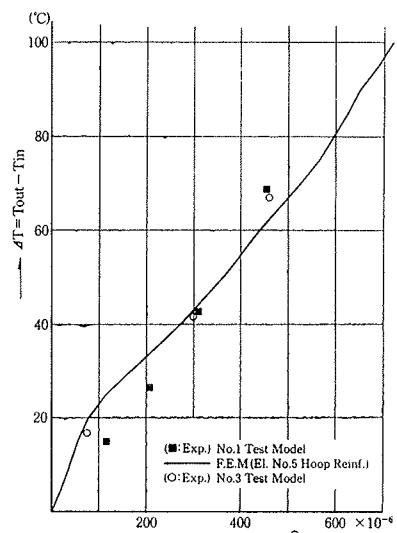
図一 6 RC 円筒軸対称解析モデル

図一 7 には解析により得られたひび割れ進展パターンを示すが、中央高さ部内面より円周方向曲げ  $M_\theta$  による縦ひび割れが発生し、順次厚さ及び高さ方向に拡がっていく。同時に鉛直方向曲げ  $M_z$  によるひび割れが同様に中央高さ部に発生するが、これらは内外面温度差  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$  以降ほぼ定常に達すると言える。図一 8 には内外面温度差—横筋ひずみ関係を示すが、実験値平均ひずみとの比較的良好な対応が得られていると言える。又図一 9 には同様に外表面各高さでの半径方向変位を示すが、頂部を除き差異を示している。これについては低温時材料特性変化、特に付着剛性の変化とひび割れの非均一性に帰因するものと考える。なお、中央断面で応力度を積分して求めたひび割れモーメントの弾性モーメントに対する比（解析値）は  $\Delta T = 40 \sim 50^\circ\text{C}$  以後、ほぼ 0.15 程度となっている。



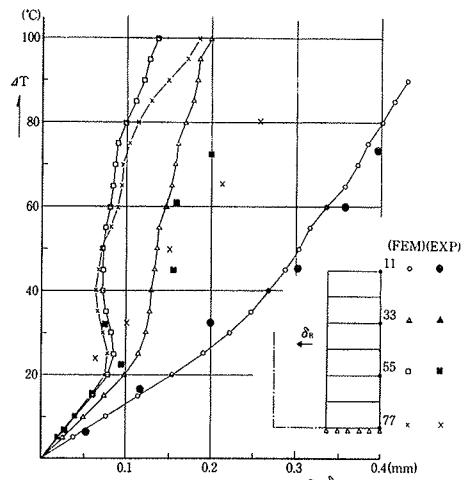
図一 7 ひび割れ進展パターン（解析値）

Thermal Stress Analysis of R.C. Cylinder under Low Temperature Difference-Steel Reinforcement Strain Relation



図一 8 内外面温度差—横筋ひずみ関係

Temperature Difference-Radial Displacement ( $T-\delta_r$ ) Relation (No.3 Test Model)-Outer Surface



図一 9 内外面温度差—半径方向変位関係

## 7. あとがき

本解析法は鉄筋コンクリート軸対称回転体構造物に対して、まずひび割れとクリープ挙動に着目して開発されたものであり、本文中で示したコンクリートの圧縮塑性は現在プログラム機能として考慮されていない。

クリープについてはあくまで線形粘弾性理論に基づきおくものである。従って非回復性フローひずみや、引張側のコンクリートクリープ特性等、今後の材料実験を待つて適宜修正の加えられる余地のあるものと考える。加えて、クリープを含む非弾性域での構造実験を通じた検証が望まれるところである。

## 参考文献

- 1) 青柳, 他: LNG タンクを対象とした RC 部材の剛性評価に関する実験的考察, セメント技術年報, (昭和54), pp. 521~524
- 2) 青柳, 他: 温度勾配による鉄筋コンクリート中空円筒のひび割れ性状, セメント技術年報, (昭和51), pp. 476~479
- 3) 上田, 他: 有限要素による熱弾塑性応力の解法, JSSC 第5回大会, (昭和46)
- 4) 山田: 塑性粘弾性, コンピュータによる構造工学講座 II-2-A, 培風館, pp. 87~95
- 5) D. P. Mondkar: Towards Optimal In-Core Equations Solving, Comp. & Struct., vol. 14, (1974)
- 6) 上野, 他: LNG 貯槽に関する基礎的研究(第5報), 大林組技術研究所報, No. 19, (1979), pp. 79~83