

クリープと収縮を受ける RC 曲げ部材の変形

——曲率挙動の解析的検討——

高橋 久雄 武田 寿一
小柳 光生

Deflection of RC Flexural Members Due to Creep and Shrinkage

——Analytical Examination of Curvature Behavior——

Hisao Takahashi Toshikazu Takeda
Mitsuo Koyanagi

Abstract

In a previous report (No. 15, 1977), calculated time-dependent deflections in terms of creep and shrinkage were compared with experimental results and the properties were confirmed. This report describes the results of calculated time-dependent curvatures of various sections in terms of depths and steel areas for RC flexural members. The results show deflection due to shrinkage to be prominent above cracking load, but insignificant below cracking load, with this tendency especially strong in case of thin members. A simple method of calculating curvature in terms of creep, shrinkage and bending load is proposed.

概 要

既報（所報 No. 15, 1977）でクリープの他に収縮を考慮した長期たわみ計算式を紹介し、その式の妥当性をスラブ実験で確認しているが、本報はこの計算式を用いて、RC 曲げ部材の部材せい・鉄筋量をパラメータにした各種断面の長期における曲率挙動のケーススタディを行なった。その結果、コンクリートの収縮作用による変形は、ひびわれ荷重以下では小さいが、曲げひびわれを生じた部材の場合、その影響はかなり大きいこと、特に薄い部材ではこの傾向が大であることが分かった。クリープ、収縮、曲げモーメントおよび形状などの要因について簡便な曲率算定式を提案した。

1. はじめに

多発する建物床スラブのたわみ障害事故に対処して、日本建築学会では「RC規準」を改訂し（昭和57. 6）、スパンの大きい場合や積載荷重の大きい場合、スラブ厚が従来より若干厚くなるようにした。このスラブ厚算定式は長期たわみ限界値を $lx/250$ と設定して得られた最小スラブ厚さ式であり、この時、長期たわみ量は数多くの長期載荷実験データを踏まえて設定されている。これらの実験結果から長期たわみ量は弾性計算たわみに対してかなり大きいことが明らかになり、両端固定の場合で弾性たわみ計算値の12～18倍、単純支持の場合 6～12倍程度という結果が得られている¹⁾。

この長期たわみ挙動の要因として、クリープ現象のほかに収縮現象の影響も大きいことが指摘されている^{2), 3), 4)} ものその要因別に定量的に取扱った研究はい

まだ少ない。筆者等は、クリープの他に収縮を考慮した長期たわみ計算プログラムを作成し、実験結果と比較しており、ひびわれ荷重を越える荷重が作用する場合には、計算値と実験値は良く一致することを既報⁵⁾ で述べている。

本文は RC 曲げ部材を対象に、部材せい・鉄筋量をパラメータにした各種断面の長期曲率挙動のケーススタディを行ない、クリープと収縮の影響を定量的に把握するとともに、曲率に関する簡便な略算式を提案している。

なお、曲げひびわれの有無によって、その変形メカニズムは異なるため、引張側コンクリートを有効とする場合と無視の場合の2ケースについて取扱っている。これらは予想される長期たわみのそれぞれ下限値と上限値を示すと言えよう。

2. 既応の文献紹介

長期たわみに及ぼすクリープと収縮の影響を定量的に

取扱った報告が少ないことは前述したとおりであるが、ACI 規準“RC 構造設計規準”のたわみ規定についての435委員会レポート⁶⁾は、実用的にまとめているのでその概要を紹介する。

長期による付加たわみ: S_t は下式で表わされる。

$$\delta_t = k_r \cdot T \cdot \delta_o \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$k_r = 1 / (1 + 50 \cdot P') \quad \dots\dots\dots(2)$$

δ_o : 瞬時たわみ, P' : 有効断面に対する圧縮筋比

T の値は通常の条件下では $T=2.5$ とする。クリープと収縮の影響を別々に考慮する時は、次式を用いてよい。

$$\text{クリープたわみ: } \delta_{cr} = k_r \cdot C_t \cdot \delta_o \quad \dots\dots\dots(3)$$

この時 $K_r = 0.85 / (1 + 50 \cdot P')$, $C_t = 1.6$ を用いる。

$$\text{収縮たわみ: } \delta_{shr} = k_{sh} \cdot \phi_{sh} \cdot l^2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{収縮曲率: } \phi_{sh} = A_{sh} \cdot \epsilon_{sh} / D \quad \dots\dots\dots(5)$$

この時 K_{sh} : 支持条件による係数で、単純支持の時0.125 両端連続ばりの時0.063を使用する。 l : スパン, ϵ_{sh} : 収縮ひずみ ($\text{Max} = 4 \times 10^{-4}$), D : 部材せい, A_{sh} : 収縮たわみに関する係数で図-1 から求める。この図から A_{sh} 最大値は1.0であり、圧縮筋量と引張筋量が同じ時は A_{sh} は0となっている。

なお瞬時たわみ算定に用いる有効断面2次モーメント: I_o

$$I_o = (M_{cr} / M_a)^3 \cdot I_g + [1 - (M_{cr} / M_a)^3] \cdot I_{cr} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$M_{cr} = 1.99 \sqrt{f_c} \cdot I_g / y_t = 1.99 \sqrt{f_c} \cdot Z_c \quad \dots\dots\dots(7)$$

I_g : 弾性剛性, I_{cr} : ひびわれ剛性, M_a : 存在モーメント

以上が ACI 435 委員会による長期たわみ算定の概要であるが、この算定式によりスラブ長期たわみを予測すると一般に過少評価になることが多いようである。

例えば、単純支持で、ひびわれ荷重以下の場合、増加たわみは弾性たわみ計算値の2.5倍（全たわみは3.5倍）、ひびわれ荷重を越える場合でも弾性たわみのせいぜい4~6倍という結果が得られることが多く、前述のように単純支持で6~12倍という実験結果を十分説明することはできないようである。

3. 反復法による曲率計算

3.1. 計算法の概要

クリープと収縮を考慮した反復による計算法は、既報⁵⁾に詳細に述べているのでここでは計算式だけを示す。こ

の計算式は軸力・曲げモーメントの釣合い式から求めている。

収縮ひずみ ϵ_o に対して、曲率 ϕ は

$$\phi = \frac{\int E_c \cdot \epsilon_o \cdot y da_c + M}{\int E_c \cdot y^2 da_c + \int E_s \cdot y^2 da_s} \quad \dots\dots\dots(8)$$

E_c : コンクリート弾性係数 E_s : 鉄筋弾性係数

da_c : コンクリート断面積 da_s : 鉄筋断面積

y : 中心軸からの距離 M : 曲げモーメント

なお中心軸は下式から求める。この時 y' は圧縮端からの距離

$$x_n = \frac{\int E_c \cdot y' da_c + \int E_s \cdot y' da_s}{\int E_c \cdot da_c + \int E_s \cdot da_s} \quad \dots\dots\dots(9)$$

また、クリープ ϕ の考慮は、修正弾性係数法を用いる。

3.2. 例題曲率計算

例題として曲げ部材（スラブ、はり）を想定して曲率計算を行なう。断面形状は以下の計27ケースの組合わせとする。なお、ここでは固定条件については触れていない。

部材せい: 14, 23, 70 cm

引張筋量の鉄筋比: 0.5, 1.0, 1.5% (有効断面に対し)

圧縮筋の引張筋に対する比: 0.0, 0.5, 1.0

この時、有効せいは、部材せい14, 23, 70 cm に対し、それぞれ11, 20, 65 cm とし、また曲げモーメントの大きさは同じくそれぞれ 1×10^5 , 4×10^5 , $20 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ を作用させる。なお、これは、 P_t (有効断面に対する鉄筋比) = 0.5% の時、引張鉄筋応力 1.9 t/cm^2 , 2.3 t/cm^2 , 1.1 t/cm^2 に相当する外力モーメントである。

また、クリープ係数は $\phi = 0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$ とし、収縮ひずみ $\epsilon = 0, 1 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-4}, 4 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}$ の計36ケースの組合わせとする。

さらに、引張側コンクリートが有効の時と無視の時では、その曲率挙動メカニズムがまったく異なるため、ここではそれぞれの場合に分けて計算する。

3.3. 例題による計算結果の全体的傾向

計算結果の一部を図-2 に示すが、これはせい14cm, 引張筋比 $P=0.5\%$, 圧縮筋比 $P'=0.0$ について示したもので横軸をクリープ係数、縦軸を曲率として表わしている。

全体の計算結果の傾向を以下に示す。

(1) 引張側コンクリート有効の時 (弾性剛性)

曲率の増大は、クリープ係数: ϕ にほぼ比例し、その比例常数: K は大よそ0.7~0.9程度であった。

(2) 引張側コンクリート無視の時 (ひびわれ剛性)

曲率の増大は ϕ にほぼ比例するがその比例常数は $P=0.5\%$ の時で0.15前後という小さい値を示した。

$$\text{曲率増加 } \Delta\phi = \phi \cdot \phi \cdot K$$

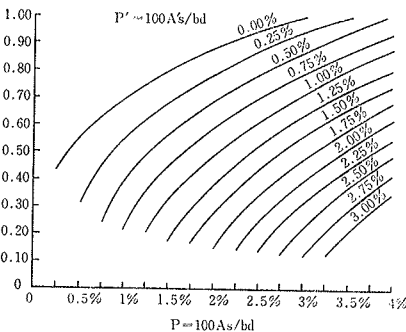


図-1 収縮たわみに関する A_{sh} (ACI 435 委員会)

また、収縮による曲率への影響はかなり大きかった。瞬時のひびわれ剛性時曲率に対する長期の曲率比は例えば $\varphi=3.0$, $\varepsilon=4 \times 10^{-4}$ の時、2.0弱であるが瞬時の弾性曲率に対する比率は、図-2の例題では10倍という大きい比を示した。

なお曲げモーメントの大きさは今回、一種類しか触れていないが、曲げモーメントを変えて検討した結果、クリープ現象と関係が深いものの収縮現象については、その剛性（ひびわれ剛性あるいは弾性剛性）が同一であれば、曲げモーメントには余り関係しないことがわかった。

3.4. 計算結果の考察

3.4.1. 圧縮筋の効果の検討 クリープたわみに及ぼす圧縮筋の効果について検討するため、横軸に P' （有効断面に対する圧縮筋比）を取り、縦軸に圧縮筋比 $P'=0$ の時の曲率値に対するそれぞれの曲率比を取り、各断面について整理した。その一部を図-3に示すとともに ACI 435 委員会の式(2)と比較した。

この結果、クリープ係数の大きい方が圧縮筋のたわみ制御効果が大きいこと、ひびわれ剛性、弾性剛性の違いには余り影響されないこと、部材せいが大きいほど圧縮筋の効果は見られるが、部材せい14, 23 cm の範囲内では式(2)はクリープ係数 $\varphi=4.0$ のケースにおける曲線と良く一致することなどが判明した。 K_r をクリープの関数として表現すれば、大まかに

$$k_r = \frac{1}{1 + 10(1 + \varphi) \cdot P'_t} \quad \dots\dots(10)$$

で表わされる。

3.4.2. 引張筋と圧縮筋の効果の比較 長期たわみを小さくするためには、圧縮筋を増すのが良いという説と引張筋を増す方が効果的だという説の2説がある。この

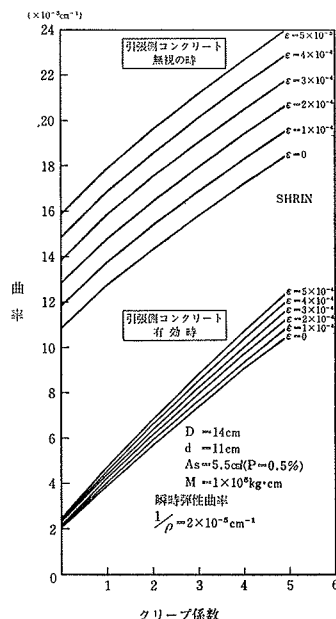


図-2 クリープと収縮を受ける曲率計算例

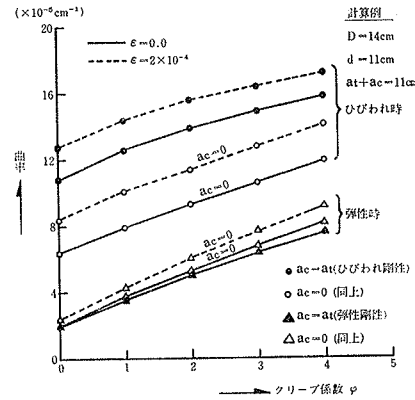


図-4 引張筋と圧縮筋の効果の比較

圧縮筋と引張筋の効果と比較するために、断面内の総鉄筋量は同一という条件で圧縮筋量 $a_c=0$, または $a_c=a_t$ (a_t : 引張筋量) の2ケースについて曲率計算を行なった。

その結果、弾性範囲内では、圧縮筋の方が若干たわみ制御に効果があり、収縮ひずみによってさらにその効果が認められること、一方ひびわれ剛性の場合、逆に引張筋を増す方がかなりのたわみ制御効果がみられることが分かった。部材せいの小さいもの程、この引張筋の効果が大きかった。比較した結果の一部を図-4に示す。

3.4.3. 収縮たわみに関する係数 A_{sh} の検討 収縮たわみを生じる曲率 ϕ_{sh} について、計算結果から以下の事から結論された。

- ①長期変形は、クリープ変形と収縮変形のとで表わされる。
- ②収縮変形は A_{sh} に関する比例式(5)で表わされる。
- ③この時、 A_{sh} は a_c , a_t の関係の他に、ひびわれ剛性・弾性剛性の相違およびクリープ係数、部材せいの影響も受ける。

例題計算による係数 A_{sh} の値を弾性剛性の場合の部材

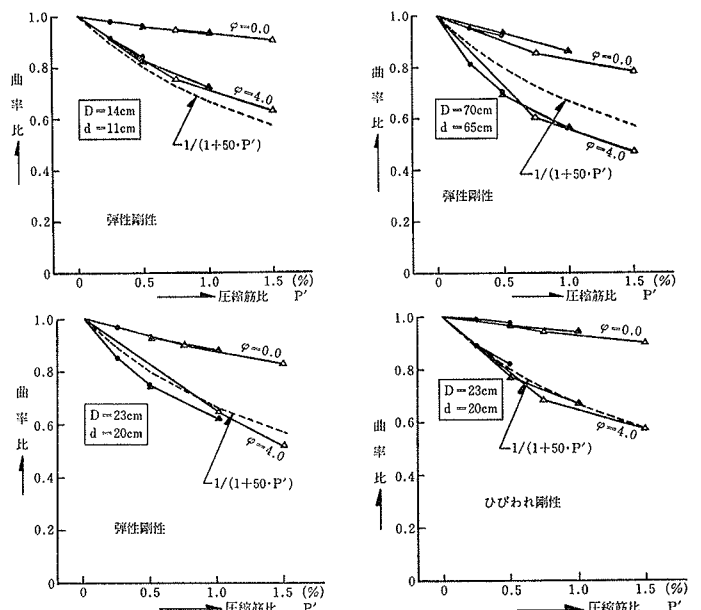


図-3 圧縮筋の効果に関する計算例

せい 14 cm について図一5に示す。この図ではクリープ係数 $\phi=0, 4$ の2ケースを示すが、図一1の ACI 435 委員会の A_{sh} 曲線はこの弾性剛性時の $\phi=4$ の係数とほぼ等しいことがわかる。

一方ひびわれ剛性の場合の A_{sh} 曲線を、圧縮筋比 $P'=0$, $P'=P$ の2ケースについて同図一5に示す。この結果、 A_{sh} の値は 1.0 以上になり得ること、 $P'=P$ の時弾性剛性の場合 $A_{sh}=0$ であり $\phi_{sh}=0$ となるが、ひびわれ剛性の場合、 ϕ_{sh} を生じること、部材せいが小さいほどこの A_{sh} の値は大きいことなどが得られた。

このようにひびわれ剛性の場合、曲率挙動は収縮の影響を大きく受けるが、この理由は収縮ひずみによって圧縮側コンクリートは収縮するが、引張側鉄筋は応力の変動がほとんど無いということで説明することができる。

4. 曲率算定略算式

図式を用いた簡便な曲率略算式を以下に示す。ただし対象はスラブ部材とし、部材せい10~20cm に限定する。

クリープを考慮した曲率式は下式で表される。

$$\phi_{cr} = \frac{M}{EI} \cdot \alpha \cdot (1 + k \cdot \phi) \quad \dots\dots\dots(11)$$

この時 EI: 弾性剛性, α : ひびわれ剛性比であり、引張側コンクリート有効の時 $\alpha=1.0$, 無視の時、図一6を用いる。K: クリープによる曲率増大比、図一7を用いる。 ϕ : クリープ係数 M: 外力モーメント

コンクリート収縮による曲率増加式は(5)式と同式とする。この時、収縮たわみに関する係数は、図一8を参考に決める。

長期における全曲率 ϕ はクリープによる曲率と収縮による曲率の和であらわす。

$$\phi = \phi_{cr} + \phi_{sh} \quad \dots\dots\dots(12)$$

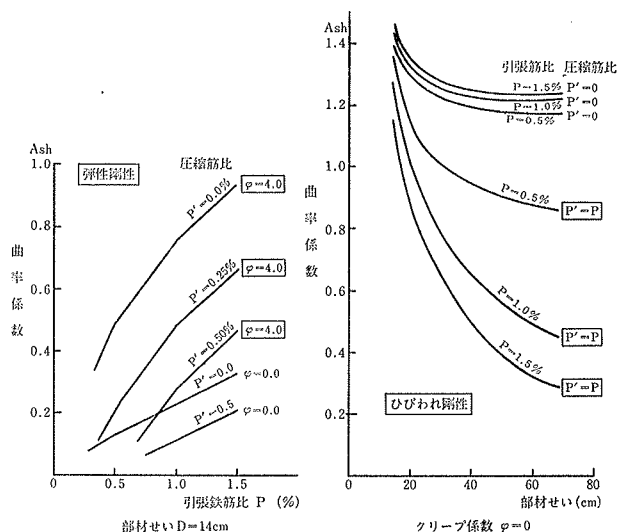
なお複筋配筋への応用はクリープに対しては式(10)を用いることとし、収縮に対しては図一8の中で考慮している。

5. 剛性の考え方

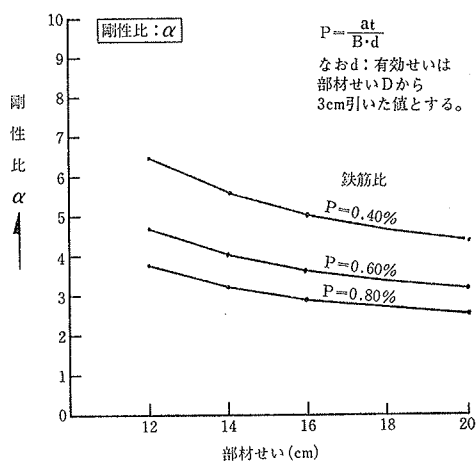
本文では、引張側コンクリート有効と無視の場合に区別して曲率計算を行なっているが、実用的な面からは部材に作用する曲げモーメント M_a との関係でこの剛性: I_e の取扱いを判断する必要がある。

ひびわれ荷重: M_{cr} 付近の荷重の作用の場合、ひびわれ発生にバラツキがあることが多く、曲率やたわみを予測することは困難であることが多いが、実験結果などを参考にして、以下略算的に検討する。

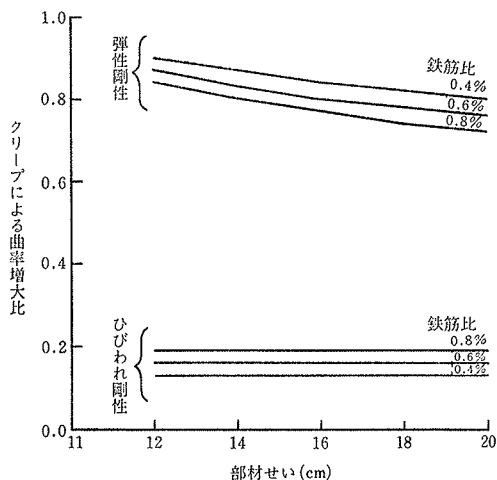
長期荷重 M_a がひびわれ荷重 M_{cr} を上まわる場合には剛性 I_e 式として(6)式は適切でなく、引張側コンクリート



図一5 収縮たわみに関する係数 A_{sh} の値



図一6 (弾性剛性/ひびわれ剛性) 比率



図一7 クリープによる曲率増大比

無視 $I_e=I_{cr}$ を用いると良い。これは長期荷重の場合、鉄筋とコンクリートの付着劣化などによって引張側コンクリートを無視する方が実状に合うと思われるためである^{7),8)}。この時 M_{cr} は(7)式を用いてもよい。また、 M_{cr}

以下の荷重でも持続荷重によるクリープ応力や収縮応力によって曲げひびわれを生じることもある。応力レベルを変えて約1年間にわたり持続載荷を行なった試験体の曲率測定結果の例⁵⁾を図-9に示すがこの結果から、 $0.5 M_{cr} < M_a < M_{cr}$ の範囲内では、曲率値は縁応力（曲げ荷重）にほぼ比例することが分かる。

この実験結果などを参考にして $0.33 M_{cr} \geq M_a$ の場合には引張コンクリート有効（弾性剛性）が適用できると考え、また、 $0.33 M_{cr} < M_a < M_{cr}$ の場合には引張コンクリート有効と無視のそれぞれの曲率値を計算し、直線補間とするなどの方法も考えられる。

これらの取扱いについては、この妥当性も含めて今後の研究課題と言えよう。

6. まとめ

本文は、持続載荷を受ける RC 曲げ部材の曲率挙動について、そのクリープ、収縮要因および部材形状の違いによる影響をケーススタディしたもので、以下、検討結果を要約する。

(1) ひびわれ荷重を越える場合、部材剛性としてひびわれ剛性を用いる方が長期たわみ挙動の実状に合う、単純支持スラブの長期たわみは弾性たわみの 6~12倍との実験データを計算上からも説明できた。

(2) 長期変形に対する圧縮筋の効果については、クリープ係数や部材せいによって多少異なるが、一般的なスラブ部材を対象にすれば、全変形のせいぜい10~20%の変形制御効果しか見られなかった。

(3) コンクリートの収縮作用による収縮変形はひびわれ荷重以下では小さいが、曲げひびわれを生じた部材の場合、その影響はかなり大きくなる。特に薄い部材ではこの影響は顕著である。

参考文献

- 1) 松崎, 星野: 鉄筋コンクリート造床スラブの長期たわみ量の定量化に関する研究, 日本建築学会関東支部研究報告集, (昭和57.7), pp. 197~200
- 2) 松崎, 畑野, 田中: 鉄筋コンクリート造床スラブの長期たわみに関する実験的研究(その1), 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和54.9), pp. 1571~1572
- 3) 山本: 鉄筋コンクリート造床床版の長期たわみに関する実験(その2), 東急建設技術研究所報, No. 6, (1980), pp. 71~74
- 4) 中山, 原, 荻原, 鈴木, 竹本: RC 部材の長期たわみに関する解析的研究(第1報), 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和50.10), pp. 1045~1046

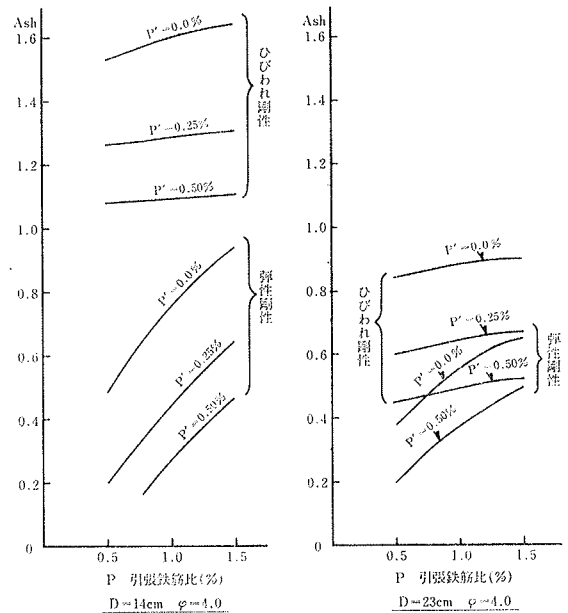


図-8 収縮たわみに関する係数 ($\phi=4$)

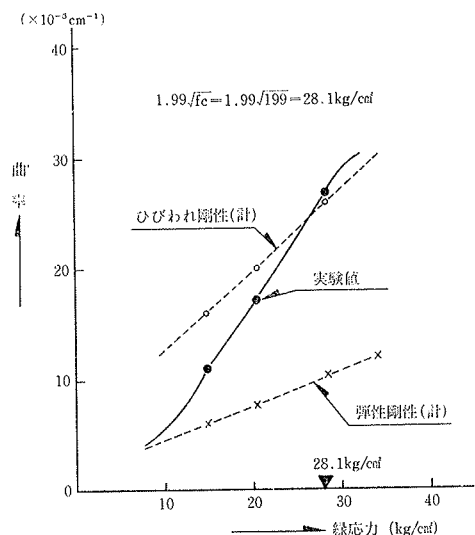


図-9 持続載荷1年におけるスラブ実験曲率値

- 5) 高橋, 武田, 小柳, 大池: RC スラブの長期におけるひびわれ変形に関する研究(その2), 大林組技術研究所報, No. 15, (1977), pp. 37~42
- 6) ACI 435 委員会: Proposed Revisions By Committee 435 to ACI Building Code and Commentary Provisions on Deflection, ACI Journal, (Jun. 1978)
- 7) 高橋, 武田, 小柳, 大池: 鉄筋コンクリートスラブの長期たわみに関する研究(その2), 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和50.10), pp. 1041~1042
- 8) 高橋, 武田, 小柳: RC スラブの長期におけるひびわれ変形に関する研究(その4) - 付着クリープ実験結果 -, 大林組技術研究所報, No. 19, (1979) pp. 64~68