

開口を有する基礎の動的ばねについて (その1)

—上下振動—

渡辺清治 角田智彦
安井讓 栗本修

Dynamic Ground Stiffness of Rigid Foundation with internal hole (Part 1)

—Vertical Vibrations—

Seiji Watanabe Tomohiko Tsunoda
Yuzuru Yasui Osamu Kurimoto

Abstract

In recent years, numerous studies have been made regarding dynamic interactions between ground and structure, and many of them are concerned with heavy, rigid structures such as nuclear reactor buildings and embedded foundations. In this study, with the foundations of structures in general as objects, the dynamic properties of foundations of arbitrary shape, especially, a foundation with an internal hole, were considered. As a result, it was found that although the influence of an opening is not very great for static stiffness, it is fairly great for dynamic stiffness, while depending on the size of the hole a peak is produced for the stiffness coefficient in a specific frequency range, while conversely, a trough is formed for the damping factor, with a prominent stress concentration produced toward the interior of the foundation.

概 要

近年、地盤と構造物の動的相互作用問題について多くの研究がなされてきているが、原子炉建屋等の重量剛構造物あるいは埋込み基礎といった場合についてのものが多い。本研究では一般的な構造物の基礎を対象として任意形状基礎 (WF 等を想定)、特に内部に開口を有する基礎の動特性について検討した。その結果、hole の影響は静的ばねにはあまり大きくないものの動的ばねに対してかなり大きく、また hole の大小により、特定の振動数域ではね定数にピークが生じ、減衰定数では逆に谷になり、このときの地反力分布は基礎内部に向かって著しい応力集中が生ずることがわかった。

1. まえがき

近年、地盤と構造物の相互作用問題について多くの研究がなされてきているが、その多くは原子炉建屋あるいは埋込み基礎といったかなり特殊な構造物を対象としているようである。しかしながら、地盤と構造物の相互作用はこれら特殊構造物のみに生ずるのではなく、一般の構造物に対しても生ずるものであり、建物基礎底面からの逸散減衰を考慮する必要がある構造物も少なくない。

一般に、地盤—基礎系の動特性を明らかにするために、基礎盤下の地盤の動的ばねを算定する必要がある。既往の研究では、振動アドミッタンス理論¹⁰⁾あるいは Dynamical Ground Compliance 理論⁹⁾により基礎下に

一様分布、Boussinesq 分布等と仮定した応力密度をかけ、応答変位を求め、その平均変位または中心点変位を代表変位としていた。この代表変位と加振力から地盤の動的ばねを複素剛性として表わすわけであるが、この方法では剛基礎下においても変位一様とはならないため矛盾を含んでいる。そこで、任意の変位分布に対し動的地反力を求められるよう地盤を FEM 的に要素分割する方法^{5)~7)}も提案されている。この方法によれば、任意の変位分布に対してだけでなく、任意形状基礎における地盤の動的複素剛性を求めることができる。

本報では、後者の方法により任意形状基礎 (一般的な構造物の基礎を対象とすれば様々な形状の基礎が考えられるが、ここでは、Wall Foundation といったものを想

定), 特に内部に開口を有する基礎に対して上下加振時の地盤の動的ばね (動的複素剛性) について検討した。

2. 剛基礎下の地盤の動的複素剛性

2.1. 点加振理論解を用いた振動アドミッタンス

半無限弾性地盤上に鉛直方向の調和外力 $P \cdot e^{i\omega t}$ が作用するときの地盤上の任意点の鉛直変位, すなわち, 振動アドミッタンスは次式のように与えられる²⁾。

$$w = \frac{P \cdot e^{i\omega t}}{2\pi G} \cdot \frac{1}{r} \{ (1-\nu) - a \cdot vI \} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$vI = \int_0^\infty \left\{ \frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}}{(2\zeta^2 - 1)^2 - 4\zeta^2 \sqrt{\zeta^2 - \gamma^2} \sqrt{\zeta^2 - 1}} + (1-\nu) \right\} J_0(\zeta a) d\zeta \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに, G : 地盤のせん断剛性

ν : ポアソン比

γ : $V_s/V_p \left(= \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \right)$

r : 加振点からの距離

a : 無次元距離 ($= \omega \cdot r / V_s$)

しかし, (2)式の無限積分はそのまま実行するには多大の計算時間を要し, また, 無限積分とはいえ, 結局は有限区間で積分を打ち切るため, 打ち切り誤差が生ずる。そこで, この無限積分を複素関数論を用いて有限積分に変換する。その方法が武藤等により提示されており⁷⁾以下に結果のみ示す。

$$vI = -\pi i \frac{\zeta_0 \sqrt{\zeta_0^2 - \gamma^2}}{F'(\zeta_0)} \widetilde{H}_0(-\zeta_0 a) + \int_r^1 \frac{4i\zeta^3 \sqrt{1-\zeta^2} (\zeta^2 - \gamma^2)}{G(\zeta)} \widetilde{H}_0(-\zeta a) d\zeta + \int_0^r \frac{i\zeta \sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}}{\overline{F}(\zeta)} \widetilde{H}_0(-\zeta a) d\zeta \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに, $F(\zeta)$: Rayleigh 関数

$$F(\zeta) = (2\zeta^2 - 1)^2 - 4\zeta^2 \sqrt{\zeta^2 - \gamma^2} \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$F'(\zeta)$: $F(\zeta)$ の導関数

$$\overline{F}(\zeta) = (2\zeta^2 - 1)^2 + 4\zeta^2 \sqrt{\gamma^2 - \zeta^2} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$G(\zeta) = (2\zeta^2 - 1)^4 + 16\zeta^4 (\zeta^2 - \gamma^2) (1 - \zeta^2)$$

ただし, (2)式を(3)式に変換した際, Rayleigh 関数の各因子の符号に注意する必要がある。 ζ の変域と各因子の符号との関係を表一に示した。

ζ	$-\infty$	$-\zeta$	-1	$-\gamma$	0	γ	1	ζ	∞
$\sqrt{\zeta^2 - 1}$	$-\sqrt{\zeta^2 - 1}$:		$i\sqrt{1 - \zeta^2}$:	$\sqrt{\zeta^2 - 1}$	
$\sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}$	$-\sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}$:		$i\sqrt{\gamma^2 - \zeta^2}$:	$\sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}$	

表一 Rayleigh 関数の符号

Rayleigh 関数の各因子を次のようにおくと,

$$f = \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}, \quad f' = \pm \sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}$$

(1)式が地中方向に対して進行波かつ収束する波を表わしていることから, 地中無限遠で波動のポテンシャルが発散解とならないためには次のように符号をとることが必要となる⁸⁾。即ち,

$$f = \sqrt{\zeta^2 - 1}, \quad f' = \sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}; \quad \text{Re}(f) > 0, \quad \text{Re}(f') > 0$$

$$f = -\sqrt{\zeta^2 - 1}, \quad f' = -\sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}; \quad \text{Re}(f) < 0, \quad \text{Re}(f') < 0$$

2.2. 面加振解を用いた振動アドミッタンス

円形剛体基礎の地盤の振動アドミッタンスは, 一様地反力分布を仮定すれば, 基礎中心変位が次式のように田治見⁹⁾によって与えられている。

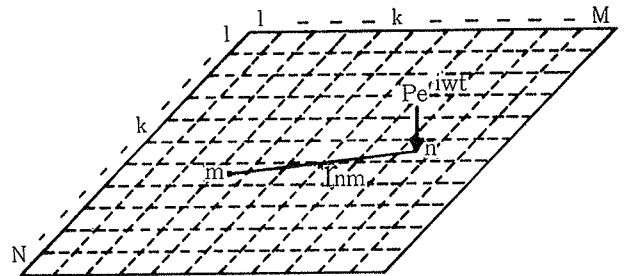
$$w = \frac{1-\nu}{\pi G} \cdot P \cdot e^{i\omega t} \cdot \frac{1}{R} \left\{ \frac{\sin \kappa_1 R}{\kappa_1 R} - i \frac{1 - \cos \kappa_1 R}{\kappa_1 R} \right\} \quad \dots(4)$$

ここに, R : 円形基礎半径

κ_1 : ポアソン比に依存する係数

2.3. 剛基礎下の地盤の動的複素剛性

剛基礎下の地盤の動的複素剛性を求めるには変位同位相加振による地反力を求めることが必要になる。そこで, 次のようにして動的複素剛性を求める。まず, 基礎盤直下地盤を図一に示すようにメッシュ割りし, 図の n 要素の中央加振力と m 要素の中央変位とを結ぶ柔性を(1), (3), (4)式より求め基礎盤全体の柔性行列を作る。その逆行列をとったものがこの地盤の動的複素剛性となる⁵⁾⁶⁾。



図一 地盤分割図

さて, 図一のように地盤をメッシュ割りすれば, 上下加振時の柔性行列が次式のように得られる。

$$\{V_n\} e^{i\omega t} = [d_{nm}] \{P_m\} e^{i\omega t} \quad (n, m = 1, N \times M) \quad \dots\dots(5)$$

ここに, $[d_{nm}]$: 柔性行列

$\{V_n\}$: 変位ベクトル

$\{P_m\}$: 力ベクトル

柔性行列 $[d_{nm}]$ は, (1), (3), (4)式を用いて,

$$[d_{nm}] = \begin{cases} \frac{1-\nu}{2\pi G} \cdot \frac{1}{r_{nm}} \left(1 - \frac{a}{1-\nu} vI \right) & (n \neq m) \dots(6) \\ \frac{1-\nu}{\pi G} \cdot \frac{1}{R_{nm}} \left\{ \frac{\sin \kappa_1 R_n}{\kappa_1 R_n} - i \frac{1 - \cos \kappa_1 R_n}{\kappa_1 R_n} \right\} & (n = m) \dots(7) \end{cases}$$

ここに, R_n : 基礎等価円半径 ($= \sqrt{A_n/\pi}$)

A_n : 各要素面積

(6), (7)式より柔性行列の逆行列としての剛性行列 $[K_{nm}]$ を定義すれば次式を得る。

$$\{P_n\} \cdot e^{i\omega t} = [K_{nm}] \{V_m\} \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$[K_{nm}] = [d_{nm}]^{-1} \quad \dots\dots\dots(9)$$

(8)式において、 $\{V_m\}$ に一様変位を与えれば変位同位相加振時の地反力が求められる。

また、地盤の動的複素剛性は基礎盤変位に対する全地反力の比で表わされるから、次式のようになり、

$$K_v = \frac{\Sigma P_m}{V_e} \quad \dots\dots\dots(10)$$

さらに、 K_v を静的剛性 K_{vst} の比で表わせば、

$$K_v = K_{vst} (k_v + ia_0 C_v) \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 $K_{vst} = \frac{4G}{1-\nu} \cdot \frac{\sqrt{A}}{\pi}$

K_v : 無次元ばね係数

C_v : 無次元減衰係数

a_0 : 無次元振動数 $\left(\frac{\omega \sqrt{A}}{V_s}\right)$

3. 任意形状基礎下の地盤の動的複素剛性

前節の手法によれば任意の位置関係にある加振点、受振点間の地盤柔性を求めることができるが、すべての点について逐一計算するには多大な時間を要し実用的とはいえない。そこで、均等要素分割とすることで計算時間の大幅な短縮ができる。このため、任意形状基礎に対しても要素分割の際には長方形基礎と見なし解析する。すなわち、図-2に

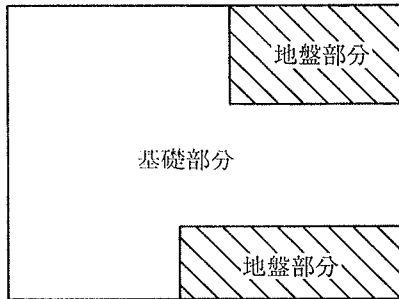


図-2 任意形状基礎

示すように、斜線部分も基礎があるものと見なし要素分割し、柔性行列を作成する。次に斜線部分に関する項を抜き出し行列を縮小して解析するわけである。

4. 数値計算例

4.1. 解析モデル

解析モデルとしての地盤定数は一般的なWF支持地盤として次の値を用いた。

G : 30,000 t/m²

ρ : 1.84 t/m³

V_s : 400 m/s

ν : 1/3

基礎盤は一辺 30 m の正方形とした。

4.2. 要素分割の検討

まず、本解析方法の適用限界を知るために要素分割の検討を行なう。

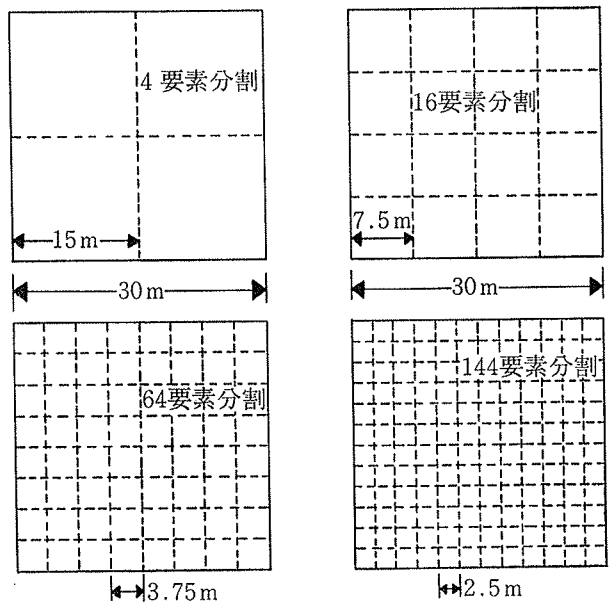


図-3 要素分割

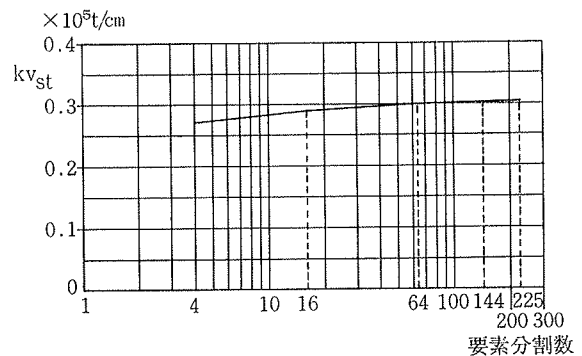


図-4 要素分割数と静的ばねの関係

要素分割数	4	16	64	144
ばねの比	0.890	0.955	0.989	(0.305 × 10 ⁵ ton/cm)

表-2 静的ばねの比

要素分割は図-3に示すように、4, 16, 64, 144の4種類とした。図-4に静的ばねの値をプロットした。図-4より分割数が増すにつれ静的ばねも大きくなり、またある値に収束する傾向も見られる。分割数144の場合を基準としてばねの比を求めると、表-2のようになり、4分割程度でもその誤差は約10%である。したがって、静的ばねに関しては4分割程度の粗い分割でも実用上問題ないといえよう。なお、参考までに等価円形基礎(地反力は Boussinesq 分布を仮定)に置換して求めた静的ばねの値は分割数144の場合に等しい(表-2参照)。

次に、動的ばねについて図-5に示す。

ただし、(1)式で示されるようにばね係数、減衰係数とも静的ばね K_{vst} で無次元化してある。図-5より減衰については分割数によらず良く一致しているといえる。分割数4の場合は $a_0 > 4$ では(7)式の適用範囲外となるた

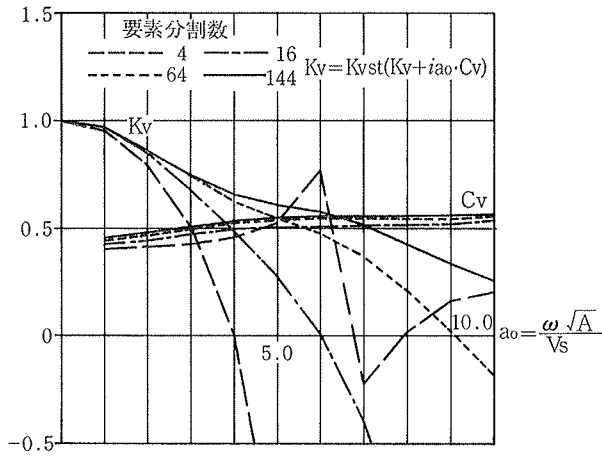


図-5 要素分割数とばね係数の関係

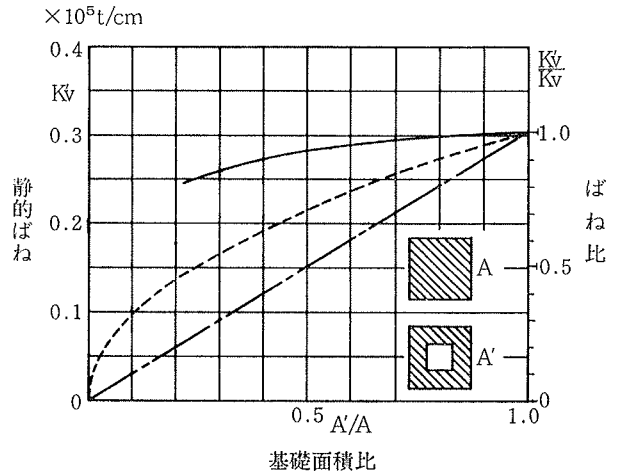


図-8 開口を有する基礎の静的ばね

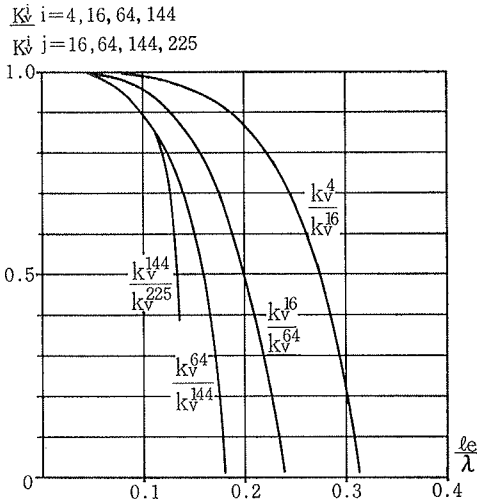


図-6 波長とばねとの関係

め高振動数領域でのあばれは無視する。ばね係数については分割数による影響が大きく、収束する傾向も見られない。そこで、分割数と波長との関係でその適用範囲を調べた。この関係を図-6に示す。図-6より、ばね係数の誤差を10%までは可とすると、次の関係が得られる。

$$\frac{l_0}{\lambda} < 0.1 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 l_0 : 分割要素長さ

λ : 加振振動数における波長

すなわち、分割要素長さは波長の1/10以下とすれば得られるばね係数の精度は実用上、問題ないといえよう。

4.3. 開口を有する基礎に対する地盤の動的ばね

4.3.1. 既往の研究との比較 任意形状基礎の動的応答については、Luco, Wei³⁾による研究, Hejazi, Nemat-

Nasser⁴⁾による研究があるが、後者の研究は静的コンプライアンスについて求めたものであり動的な場合は検討しておらず、比較検討もLuco等の結果に対して行なっている。したがって、ここでは、Luco等による結果と比較検討を行なう。Luco等は結果を無次元化されたコンプライアンスで表わしているため、本法による結果もコンプライアンスで表わす。

比較した基礎モデルは図-7中に示すような正方形基礎およびその内部に正方形のholeを有する基礎である。基礎半幅とhole半幅の比は1/2

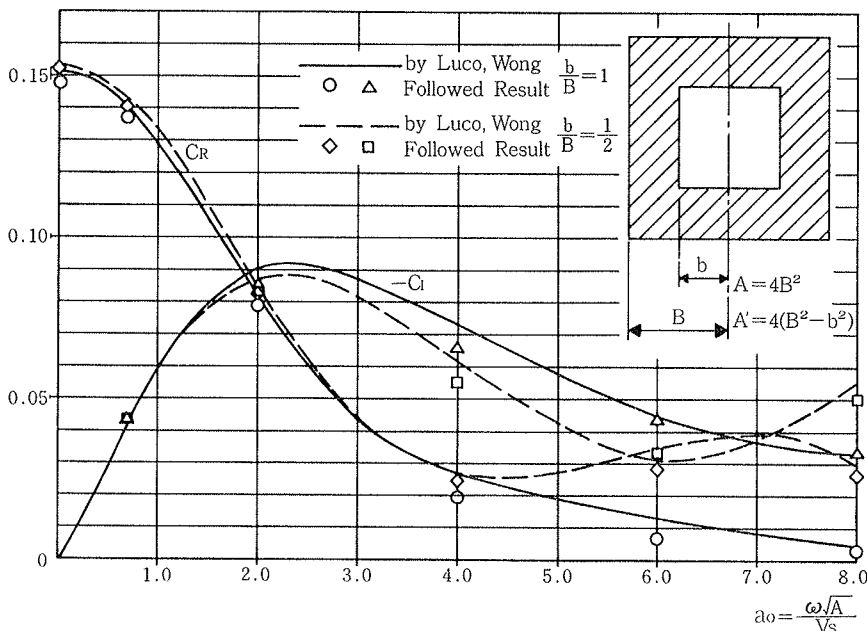


図-7 動的コンプライアンス

とした。動的コンプライアンスを図-7に示すが、本法によるコンプライアンスの方が若干小さめの値となっているが各振動数に対し良く一致しているといえる。

4.3.2. 静的ばねと hole の大小との関係 まず、図-8に静的ばねと hole の大小との関係を示す。図-8の横軸は基礎部分の面積比である。また図中の点線はばねの値が基礎面積の平方根に比例するとした場合、一点鎖線は基礎面積に比例するとした場合である。図-8によると、hole の大小による影響は小さく、基礎面積の平方根とばねの値は比例せず、面積比の平方根が55%になってもばねの比は80%程度にしか落ちていない。これは、内部に hole を有するという形状効果によるものと考えられる。すなわち、静的な場合は剛基礎下の地反力は Boussinesq 分布であり、基礎外端部に応力集中が生じるため、内部の hole の影響は小さいと考えられる。

4.3.3. 動的ばねと hole の大小との関係 図-9に動的ばねと hole の大小との関係を示す。横軸は無次元振動数、縦軸は無次元ばね係数、減衰係数である。

まず、ばね係数について見ると、hole がない場合には高振動数領域にはいるにしたがってばねが小さくなっていくのに対し、hole がある場合には、 b/B (b : hole 半

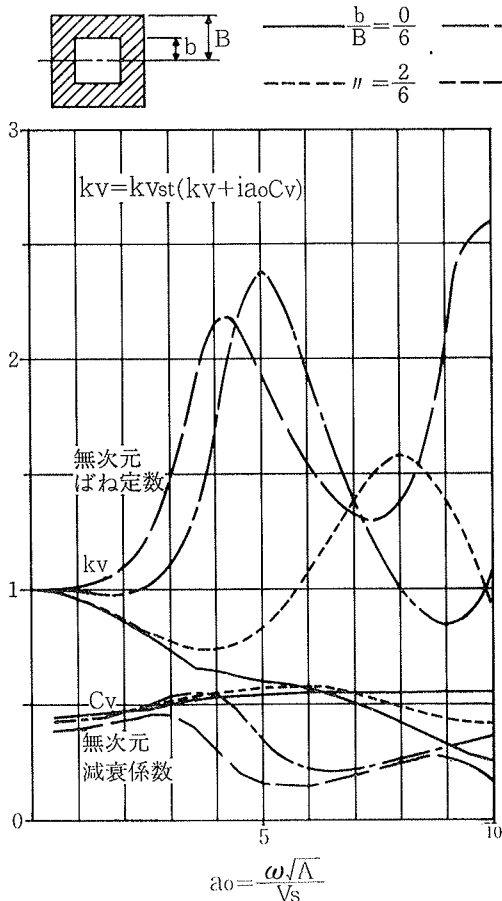


図-9 開口を有する基礎の動的ばね

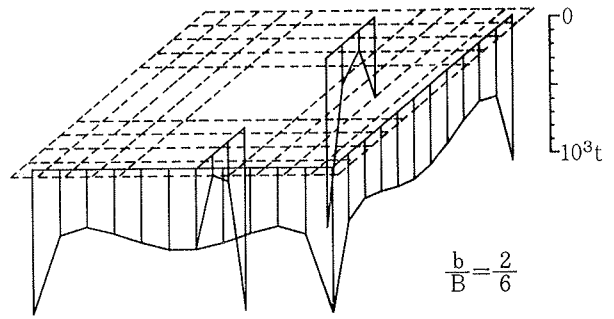


図-10 動的地反力分布 ($a_0=8, b/B=2/6$)

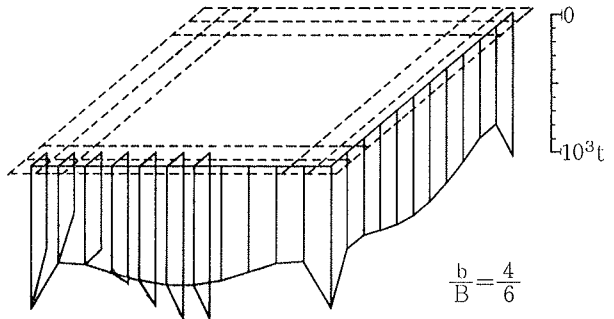


図-11 動的地反力分布 ($a_0=5, b/B=4/6$)

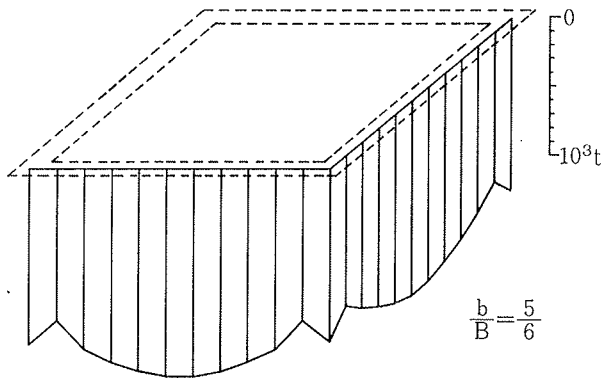
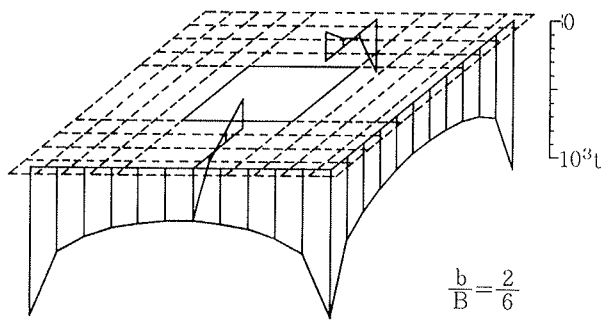


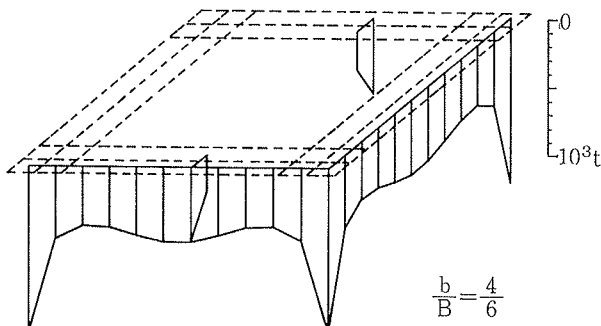
図-12 動的地反力分布 ($a_0=4, b/B=5/6$)

幅, B : 基礎半幅) = 2/6に対して $a_0=8, b/B=4/6$ に対して $a_0=5, b/B=5/6$ に対して $a_0=4$ でピークが生じ、その値も各々、1.6、2.4、2.2とかなり大きくなっている。このピークが生じる時の振動性状を把握するために、図-10、11、12に各々のピーク時の地反力分布を示した。これによるといずれの場合も基礎外端部だけでなく hole に面する部分でも大きな地反力が生じていることがわかる(ただし、 $b/B=5/6$ の場合を除く)。また、図-13、14、15にばねの谷になる時の地反力分布を示した。この場合は逆に基礎凸端部での応力集中が大きくなるのがわかる。

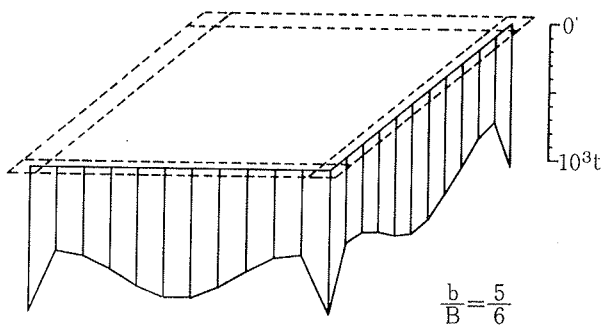
次に減衰係数について見ると、hole がある場合にはピークはなく、ある振動数域で谷になる部分がある。



図一13 動的地反力分布 ($a_0=4$, $b/B=2/6$)



図一14 動的地反力分布 ($a_0=9$, $b/B=4/6$)



図一15 動的地反力分布 ($a_0=7$, $b/B=5/6$)

以上のことより、開口を有する基礎では、特定の振動数領域で地下逸散減衰効果が減少し、逆に応答地反力が大きくなる場合がある。

5. まとめ

開口を有する基礎の振動性状についてまとめると、

(1) 静的ばねについては、ばねの値は基礎面積の平方根に比例せず、変化が小さい。

(2) 動的ばねについては、hole の大きさにより特定の振動数域ではばね係数が大きくなり、減衰係数は逆に小さくなる。

(3) 動的ばねのピーク振動数に対応して hole に面する基礎端中央部で地反力が增大する。

(4) 動的ばねの谷に対応して基礎凸端部で地反力が增大する。

(5) 地下逸散減衰効果は、hole の大小により特定の振動数域で減衰効果が下がり、期待できない場合がある。

本報告では上下加振の場合の地盤の動的ばねについて検討したが、今後、水平・回転加振の場合も検討する予定である。

謝 辞

本研究にあたっては早稲田大学理工学研究所 堀直人氏の研究レポート及び電算プログラムに依るところが大きい。ここに記して深謝いたします。

参考文献

- 1) 妹沢克惟: 振動学, 国際理工学研究所, (1932)
- 2) 田治見 宏: 建築構造学大系1, 地震工学, 建物と地盤の相互作用, 彰国社, (1968), pp. 53~105
- 3) Wong, H. L., Loco, J. E.: Dynamic Response of Rigid Footings of Arbitrary Shape, E.E.S.D. Vol. 4, (1976), pp. 579~587
- 4) Hejazi, M., Nemat-Nasser, S.: Static Compliance of Footings of Arbitrary Shape, N.E.D., Vol. 69, (1982), pp. 43~48
- 5) 武藤, 他: 振動アドミッタンスに基づく原子炉建家と地盤の動的相互作用に関する研究, 日本建築学会大会学術講演会梗概集, (昭和53.9), pp. 883~886
- 6) 武藤, 他: 半無限弾性体の3次元波動理論に基づく解析的研究, 日本建築学会大会学術講演会梗概集, (昭和54.9), pp. 537~540
- 7) 武藤, 他: Green 関数の離散化手法を用いた建屋と地盤の動的相互作用の研究, 日本建築学会大会学術講演会梗概集, (昭和55.9), pp. 829~830
- 8) Ewing, W. M., Jardetzky, W. S., Press, F.: Elastic Waves in Layered Media, Mcgraw-Hill Book Co., (1957)
- 9) 小堀, 他: 長方形基礎の Dynamical Ground Compliance (その1), 京都大学防災研究所年報, 第10号A, (1967)
- 10) 田治見 宏: 耐震理論に関する基礎研究, 東京大学生産技術研究所報告, Vol. 8, No. 4, (1959)