

# 大規模群杭の水平抵抗に関する研究 (その1)

——有限要素弾塑性解析法——

大内 一 武田 寿一

## Study on Horizontal Resistance of Large Pile Groups Subjected to Lateral Load (Part 1)

——Finite Element Elasto-plastic Analytical Method——

Hajime Ohuchi Toshikazu Takeda

### Abstract

Horizontal resistance of pile groups have been predicted mainly by experimental studies because of three-dimensional problems and nonlinearity of soils. However, these experiments have been carried out on comparatively small pile groups and the application of these results to LNG tank foundations having several hundred piles appeared to be questionable. Test measurements have given information chiefly on pile behaviors and not enough on failure behaviors of the ground. Lately, soil elasto-plastic models<sup>1)</sup> reported by Roscoe and others have given important suggestions for the constitutive law and especially provides effective leads for analytical approaches. The object of the study here is obtaining design data with regard to horizontal resistance behaviors of pile groups by FEM three-dimensional analyses using Roscoe's model. This report describes the analytical method and numerical examples of laboratory soil tests.

### 概 要

従来より群杭の水平抵抗挙動については問題の3次元性や地盤の非線形性等により解析的取扱いが難しく、主として実験により群杭効率を求めることで、対応がなされてきたと言えよう。しかしながらこれらの実験は比較的小規模群杭に対して実施されたものでLNG地上タンク基礎の様な数百本の杭基礎に対しての適用には問題が残る。又計測は主として杭体の応力変形性状に関するもので地盤の破壊性状に関する情報が十分でない。近年Roscoe等の研究による弾塑性モデル<sup>1)</sup>は土の構成則に関する重要な示唆を与え、特に解析的アプローチに対する手掛りを与えたものと言える。本研究は計算機技術の高度化もあって当モデルを用いたFEM3次元解析により、群杭の水平挙動に関する設計資料を与えることを目的とする。今回の報告は主として解析手法について触れ、後に土質室内実験の数値計算例を示すものである。

### 1. 序

橋脚基礎から一般建築物やタンク等の大規模基礎に至るまでの水平抵抗に関する挙動を明らかにすることは、基礎構造自身、或いはこれに支持された構造物の耐震設計を進める上で重要な意味を持っている。従来より群杭の水平挙動については、主として杭間隔が狭くなるにつれて相互干渉効果が現われ、単杭の場合に比し支持力の低下することが認められている。地盤を含めた杭基礎全体が3次元挙動を呈すること、又地盤自身が比較的低荷重レベルより非線形性を示すこともあって解析的取扱い

が極めて困難であり、従って模型実験や現場実験データに基づいた群杭効率を用いて設計を行なっているのが現状といえよう。しかしながら、これらの実験は比較的小規模な群杭に対して実施されたもので、例えば地上式LNGタンク基礎の様な数百本の基礎に対してはその適用が議論されるところである。又実験では主として杭体の応力や変形が測定されるものの、地盤自身の応力状態や破壊状況については明確にされないといえよう。

この様な背景のもと、本研究は先年発表されたK. H. Roscoe<sup>1)</sup>等の研究に基づく土の弾塑性モデルを用い、FEM3次元解析により、これ等基礎構造物の水平挙動

を明らかにし、耐震設計資料を得ることを目的とする。今回の報告は主としてその解析法について述べるものである。

2. 有限要素

2.1. 4辺形板要素<sup>2)</sup>

主としてWF杭等の壁状鉄筋コンクリート構造物を対象に、弾塑性挙動まで考慮できるものとする(詳細は文献2)を参照)。

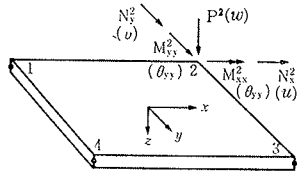


図-1 4辺形板要素

(i) 面外変位関数

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

(ii) 面内変位関数

$$\left. \begin{aligned} u &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy \\ v &= \beta_5 + \beta_6 x + \beta_7 y + \beta_8 xy \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、x, y は局所座標系であり、 $\alpha_1 \dots \alpha_{12}$ ,  $\beta_1 \dots \beta_8$  は節点変位より決る未知係数である。

2.2. アイソパラメトリック6面体要素

主として地盤を対象にこれを用い、大ひずみを考慮できるものとする。

(i) 形状関数

20節点2次要素<sup>3)</sup>を用いる。

● 隅の節点:

$$N_1 = \frac{1}{8}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0) \quad \dots\dots\dots(3)$$

● 辺の中点:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 \pm \eta_0)(1 + \zeta_0) \quad (\xi_1 = 0 \text{ の時}) \\ N_1 &= \frac{1}{4}(1 \pm \xi_0)(1 - \eta^2)(1 \pm \zeta_0) \quad (\eta_1 = 0 \text{ の時}) \\ N_1 &= \frac{1}{4}(1 \pm \xi_0)(1 \pm \eta_0)(1 - \zeta^2) \quad (\zeta_1 = 0 \text{ の時}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $\xi, \eta, \zeta$  は局所座標で  $\xi_0 = \xi\xi_1, \eta_0 = \eta\eta_1, \zeta_0 = \zeta\zeta_1$  とする。従って要素内変位は次の様に表わされる。

$$u = \sum N_i u_i, v = \sum N_i v_i, w = \sum N_i w_i \quad \dots\dots\dots(5)$$

(ii) ひずみ

空間固定のDescartes直角座標系 x, y, z に関し、変位 u, v, w からの次の様にGreenのひずみが定義される<sup>3)</sup>。

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots(6)$$

他の成分は、変数を循環することによって得られる。従って一般化3次元ひずみベクトルは増分形で次の様に表わされる。

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon_0\} + \{d\epsilon_L\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに、第1項は従来の微小ひずみ項に対応し、第2項は大ひずみ項で次の様に与えられる。

$$\{d\epsilon_L\} = [A_L][G]\{d\delta\} = [B_L]\{d\delta\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$[A_L] = \begin{bmatrix} \{\theta_x\}^T & 0 & 0 \\ 0 & \{\theta_y\}^T & 0 \\ 0 & 0 & \{\theta_z\}^T \\ \{\theta_y\}^T & \{\theta_x\}^T & 0 \\ 0 & \{\theta_z\}^T & \{\theta_y\}^T \\ \{\theta_z\}^T & 0 & \{\theta_x\}^T \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$[G] =$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \partial N_i / \partial x & 0 & 0 & \partial N_i / \partial x & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \partial N_i / \partial x & 0 & 0 & \partial N_i / \partial x & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \partial N_i / \partial x & 0 & 0 & \partial N_i / \partial x & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \partial N_i / \partial z & 0 & 0 & \partial N_i / \partial z & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \partial N_i / \partial z & 0 & 0 & \partial N_i / \partial z & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \partial N_i / \partial z & 0 & 0 & \partial N_i / \partial z & \dots & \dots & \dots \end{array} \right) \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{aligned} \{\theta_x\}^T &= \{\partial u / \partial x, \partial v / \partial x, \partial w / \partial x\} \\ &= \{\sum (\partial N_i / \partial x) u_i, \sum (\partial N_i / \partial x) v_i, \sum (\partial N_i / \partial x) w_i\} \quad \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

$\{\theta_y\}, \{\theta_z\}$  は順次変数を循環することによって得られる。又  $\partial N_i / \partial x, \partial N_i / \partial y, \partial N_i / \partial z$  は Jacobian 行列 [J] を用いて次の様に求められる。

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial z \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \xi \\ \partial N_i / \partial \eta \\ \partial N_i / \partial \zeta \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(12)$$

(iii) 要素剛性行列

$$[K] = [K_\sigma] + [K_0] + [K_L] \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$[K_\sigma] = [G]^T [M] [G] \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} \sigma_x I_3 & \tau_{xy} I_3 & \tau_{zx} I_3 \\ & \sigma_y I_3 & \tau_{yz} I_3 \\ \text{sym.} & & \sigma_z I_3 \end{bmatrix}$$

$I_3$ ; 3×3の単位行列

$$[K_0] = \int [B_0]^T [D] [B_0] dV$$

$$[K_L] = \int [B_0]^T [D] [B_L] dV + \int [B_L]^T [D] [B_0] dV + \int [B_L]^T [D] [B_L] dV \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに  $[B_0]$  は微小ひずみに関する変位-ひずみ関係行列であり、 $[B_L]$  は大ひずみに関するそれで(8)式で与えられる。

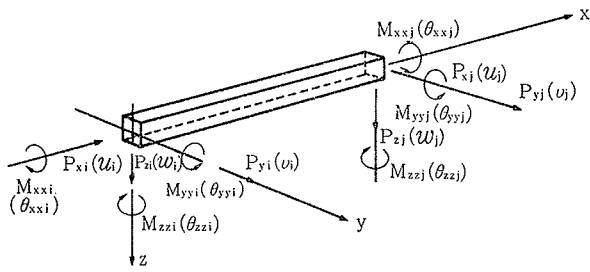


図-3 はり要素

2.3. はり要素

杭体等を対象に曲げ，軸力，ねじり (Saint-Venant ねじり) を考慮した梁要素を考える<sup>4)</sup>(図-3)。

3. 土の弾塑性構成則

理論式の定式化にあたっては，Roscoe<sup>1),5)</sup>等によって発表された，所謂 Cambridge Model に基づくものとした。即ち，楕円形の降伏曲面 (State Boundary Surface 或いは Consolidation Surface) を用い，関連流動則を適用して弾塑性構成式を導くものである。尚，ここでは Mroz<sup>6)</sup>等のモデルを参考に間隙水圧の影響を考慮できる非排水問題にまで拡張することとした。

3.1. e-logP' 関係

3軸等圧縮状態での間隙比(e)と平均有効応力(P<sub>c</sub>')の関係は図-4に示す様に片対数グラフ上で負荷，除荷，再負荷過程共，直線で表わされるものとする。

尚，以下で定義する応力諸量すべて引張を正とする。

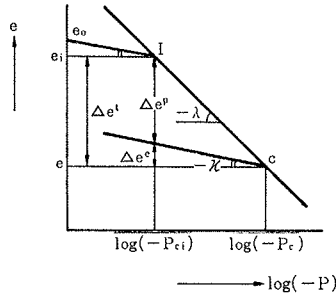


図-4 e-logp' 関係

図を参照して間隙比増分は各々次の様与えられる。

弾性間隙比増分:

$$\begin{aligned} \dot{e}^e &= -\kappa d[\log(-P_c')] = -\kappa \frac{\partial[\log(-P_c')]}{\partial P_c'} \dot{P}_c' \\ &= -\kappa \frac{\dot{P}_c'}{P_c'} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(10)$$

同様にして全間隙比増分は  $\dot{e} = -\lambda(\dot{P}_c'/P_c')$  と与えられることから，

塑性間隙比増分:

$$\dot{e}^p = \dot{e} - \dot{e}^e = -\lambda \frac{\dot{P}_c'}{P_c'} + \kappa \frac{\dot{P}_c'}{P_c'} = -(\lambda - \kappa) \frac{\dot{P}_c'}{P_c'} \quad \dots\dots\dots(11)$$

(11)式は書き変えると次の様になる。

$$\frac{dP_c'}{de^p} = -\frac{P_c'}{(\lambda - \kappa)} \quad \dots\dots\dots(12)$$

次に初期間隙比を e<sub>0</sub>，初期圧密降伏荷重を P'<sub>c1</sub>，対応する正規圧密線上の間隙比を e<sub>1</sub> とし，任意の塑性体積ひずみ ε<sub>v</sub><sup>p</sup> に対する圧密荷重 P'<sub>c</sub>' を求めることにする。図-4のC点とI点を比較して塑性間隙比変化は

$$\Delta e^p = e^p - e_i^p = \Delta e^t - \Delta e^e = -(\lambda - \kappa) \log \frac{P_c'}{P_{c1}'} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここに P'<sub>c</sub>' は引張を正とする。初期圧密降伏荷重 P'<sub>c1</sub> に対する塑性間隙比は e<sub>i</sub><sup>p</sup>=0 であるとして，又

$$e^p = (1 + e_0) \varepsilon_{v^p} \quad \dots\dots\dots(14)$$

なる関係を考慮すると，(13)式は最終的に次の様に表わされる。

$$P_c' = P_{c1}' \text{EXP} \left( -\frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_{v^p} \right) \quad \dots\dots\dots(15)$$

上式の解を得るには P<sub>c</sub> に関する高次方程式を解く必要がある。

3.2. 降伏条件式

図-5に示される様な楕円形の降伏条件式を用いる。

$$F(J_1, J_2^{1/2}, e^p) = \left( \frac{J_1}{3} + c \right)^2 + \frac{3}{n^2} J_2 - a^2 (e^p) = 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$q_B = (3J_2)_B^{1/2} = cm = an (a > 0, c > 0, m > 0, n > 0) \quad \dots\dots\dots(17)$$

又，A点での座標

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} J_1 &= P_c' \\ &= -c - a \\ &= -a \left( 1 + \frac{n}{m} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(18)$$

を考える事により (16)式は次の様に書ける。

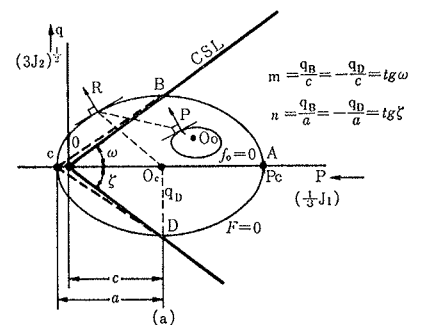


図-5 隆伏曲面と限界状態線

$$F = (J_1 - \lambda_n P_c')^2 + \beta J_2 - \lambda_m^2 P_c'^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここに，λ<sub>n</sub>=3n/(m+n)，λ<sub>m</sub>=3m/(m+n)，β=27/n<sup>2</sup> (16)式は有効応力で表わされているから，これを全応力で表わすと次の様になる。

$$F = (J_1^t - 3u - \lambda_n P_c')^2 + \beta J_2^t - \lambda_m^2 P_c'^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

(u: 間隙水圧，J<sub>1</sub><sup>t</sup>，J<sub>2</sub><sup>t</sup>: 全応力に関する1次及び2次応力不変量)

3.3. 限界状態線

図-5に示される限界状態線 CSL (Critical State Line) は

$$(3J_2)^{1/2} + m(J_1/3) = 0 \quad (m > 0) \quad \dots\dots\dots(21)$$

と表されるが，ここで正と定義される定数mを内部摩擦角 φ と関係づけることにする。

3軸圧縮試験( $\sigma_1' < \sigma_2' = \sigma_3' < 0$ )から得られるMohr-Coulomb線と⑦式の比較を行なう。

(i) Mohr Coulomb 線:

図-6を参照して次式が得られる。

$$\sigma_1' - \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3' = -\frac{2C \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad \dots\dots\dots(28)$$

(ii) 限界状態線 CSL:

$\sigma_1' < \sigma_2' = \sigma_3' < 0$ を⑦式に代入して

$$\sigma_1' - \frac{3 + 2m}{3 - m} \sigma_3' = 0 \quad \dots\dots\dots(29)$$

②8式と②9式を比較して次式を得る。

$$c = 0, m = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad \dots\dots\dots(30)$$

尚、限界状態線に到達した場合の計算上の取扱いは以下の通りとする。つまりひずみ硬化過程を経てCSLに至る場合は勿論、塑性状態を経験せずにCSLに至る場合も、応力は到達したCSL上にとどまるものとする。

3.4. 弾性定数

3.1.で述べた  $e - \log P'$  関係での弾性線 (Rebound-Reloading Line) を弾性定数算定の基本とする。

弾性体積ひずみに関して

$$\dot{\epsilon}_v^e = \dot{e}^e / (1 + e) \quad \dots\dots\dots(31)$$

である事を考慮して①0式に代入すると次式を得る。

$$\dot{\epsilon}_v^e = -\frac{\kappa}{(1 + e)} \frac{\dot{P}'}{P'} \quad \dots\dots\dots(32)$$

一方、弾性学より  $K_s$  を I の体積圧縮係数として

$$\dot{\epsilon}_v^e = \frac{\dot{P}'}{K_s} \left( K_s = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \right) \quad \dots\dots\dots(33)$$

と考えられるから、③2、③3式より次の様な弾性定数を得ることができる。

$$E = -\frac{3}{\kappa} (1 - 2\nu) (1 + e) P' (> 0) \quad \dots\dots\dots(34)$$

ここに上式の誘導については圧密終了後の関係に基づいていることに注意を要する。

3.5. 弾塑性応力・ひずみ関係

間隙部分と土骨格部分よりなる土要素を考える。弾性ひずみと塑性ひずみ成分を持つ全ひずみ増分は

$$\{\dot{\epsilon}\} = \{\dot{\epsilon}^e\} + \{\dot{\epsilon}^p\} \quad \dots\dots\dots(35)$$

と表わされる。今、有効応力のみを考えて土要素の弾性材料行列  $[D^e]$  を③5式の両辺にかけて応力増分  $\{\dot{\sigma}\}$  について求めると次の様になる。

$$\{\dot{\sigma}\} = [D^e] \{\dot{\epsilon}\} - [D^e] \{\dot{\epsilon}^p\} \quad \dots\dots\dots(36)$$

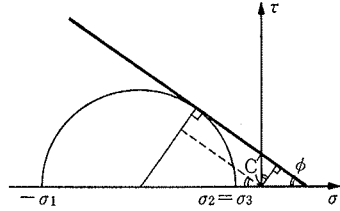


図-6 Mohr-Coulomb 線

次に間隙圧  $\dot{u}$  について考える。体積ひずみ  $\dot{\epsilon}_v$  に関して間隙圧は弾性的であると仮定して次式を得る<sup>5)</sup>。

$$\dot{u} = \Gamma \dot{\epsilon}_v = \Gamma (\dot{\epsilon}_v^e + \dot{\epsilon}_v^p) \quad \dots\dots\dots(37)$$

ここに、

$$\frac{1}{\Gamma} = \frac{\beta}{K_w} + \frac{1 - \beta}{K_m} \quad \dots\dots\dots(38)$$

$K_w$ : 水の体積圧縮係数,  $K_m$ : I 粒子の体積圧縮係数

$\beta$ : 間隙率

従って間隙圧は一般化応力一ひずみで

$$\{\dot{\sigma}_w\} = \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ 0 \end{Bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \vdots \\ 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\dot{\epsilon}\} = [\Gamma_w] \{\dot{\epsilon}\} \quad \dots\dots\dots(39)$$

と表わされ、③8、③9式より全応力増分  $\{\dot{\sigma}\}$  は次の通りとなる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\sigma}\} &= \{\dot{\sigma}'\} + \{\dot{\sigma}_w\} = ([D^e] + [\Gamma_w]) \{\dot{\epsilon}\} - [D^e] \{\dot{\epsilon}^p\} \\ &= ([D^e] + [\Gamma_w]) \{\dot{\epsilon}\} - d\lambda [D^e] \{\partial F / \partial \sigma\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(40)$$

次に降伏曲面上での Consistency Condition  $dF = 0$  を考える。

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{\dot{\sigma}\} + \frac{\partial F}{\partial u} \dot{u} + \frac{\partial F}{\partial e^p} \dot{e}^p = 0 \quad \dots\dots\dots(41)$$

上式中の  $\dot{u}$  について考える。弾性体積ひずみ  $\dot{\epsilon}_v^e$  については、

$$\dot{P}' = \dot{P} - \dot{u} = K_s \dot{\epsilon}_v^e \quad \dots\dots\dots(42)$$

と表わされるから、これを④1式に代入して次式を得る。

$$\dot{u} = g_1 \dot{P} + g_2 \dot{\epsilon}_v^p \quad \dots\dots\dots(43)$$

ここに、

$$g_1 = \frac{\Gamma}{\Gamma + K_s}, g_2 = \frac{\Gamma K_s}{\Gamma + K_s} \quad \dots\dots\dots(44)$$

④3式を④1式に代入し、 $F = F(P - u, J_2, e^p)$  なる関数形を考慮すると、 $\partial F / \partial u = -\partial F / \partial P$  と書けるから

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{\dot{\sigma}\} - \frac{\partial F}{\partial P} (g_1 \dot{P} + g_2 \dot{\epsilon}_v^p) + \frac{\partial F}{\partial e^p} \dot{e}^p = 0 \quad \dots\dots\dots(45)$$

今、

$$\dot{P} = (1/3)(\dot{\sigma}_x + \dot{\sigma}_y + \dot{\sigma}_z) = (1/3) \{I\}^T \{\dot{\sigma}\} \quad \dots\dots\dots(46)$$

ここに、 $\{I\}^T = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$

及び、④5式の増分形に対して

$$\dot{e}^p = (1 + e_0) \dot{\epsilon}_v^p = (1 + e_0) d\lambda \frac{\partial F}{\partial P} \quad \dots\dots\dots(47)$$

を考慮すると④5式は次の様に導かれる。

$$\begin{aligned} \left[ \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T - \frac{1}{3} g_1 \frac{\partial F}{\partial P} \{I\}^T \right] \{\dot{\sigma}\} \\ = \frac{\partial F}{\partial P} \left[ g_2 \frac{\partial F}{\partial P} - (1 + e_0) \frac{\partial F}{\partial e^p} \right] d\lambda \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(48)$$

次に④6式の両辺に④8式左辺ベクトル

$$\{S\}^T = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T - \frac{1}{3} g_1 \frac{\partial F}{\partial P} \{I\}^T \quad \dots\dots\dots(49)$$

をかけて、結果の式に(48)式を代入することにより正のスカラ量  $d\lambda$  が得られる。この様にして求まった  $d\lambda$  を再び(40)式に代入して最終的に次の様な応力-ひずみ関係式が導かれることになる。

$$\{\delta\} = [D_{ep}] \{\dot{\epsilon}\} \quad \dots\dots\dots(50)$$

ここに、

$$[D_{ep}] = [D_e] + [I_w]$$

$$\frac{[D_e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left[ \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T - \frac{1}{3} g_1 \frac{\partial F}{\partial P} \{I\}^T \right] ([D_e] + [I_w])}{g_2 \left( \frac{\partial F}{\partial P} \right)^2 - (1 + e_0) \frac{\partial F}{\partial P} \frac{\partial F}{\partial e^p}} + \left[ \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T - \frac{1}{3} g_1 \frac{\partial F}{\partial P} \{I\}^T \right] [D_e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \quad \dots\dots\dots(51)$$

(51)式は一般に非対称行列となるが、水の体積圧縮剛性  $I_w$  がゼロ (44)式より  $g_1 = g_2 = 0$  となり、その結果  $\dot{u} = 0$  で排水状態に相当する) の場合には対称行列を与えることに注意を要する。

#### 4. 土質室内実験の計算例

前章で述べた土の弾塑性構成則定式化の妥当性を検討する為、室内実験等の単純な載荷経路を持つ問題に対して数列の計算を行なった結果を以下に示す。

##### 4.1. 等方圧密試験

図-7は過圧密状態にある土を等方圧密→除荷→再載荷した場合の計算で、当初の物性値で決まる  $e - \log P'$  曲線上に計算値がのってくるかどうかのチェックである。計算はひずみ制御 ( $\Delta \epsilon_1 = \Delta \epsilon_2 = \Delta \epsilon_3 = \pm 50 \times 10^{-6}$ ) で行っており、結果は非線形となる弾性域も含めて十分満足いくものである。図-8は硬化パラメータである圧密降伏応力  $P_e'$  の算定法の違いによる精度を検討した結果である。等方圧密であるからどの方向の応力度も常に  $P_e'$  に等しくなければならず、×印は正のスカラ量  $d\lambda$  に対して前回のそれを用いて(40)式を解いた結果であり、○印は  $d\lambda$  をも未知として最新の  $P_e$  を求めたものである(これらの計算は増分法によっている)。 $d\lambda$  をも未知とした方が勿論良好であり、図-7の値もその場合について示した。

##### 4.2. $K_0$ 圧密

$K_0$  圧密 ( $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ ) に対する理論解との比較により本解析法の妥当性を検討する。図-9中の実線  $K_0$  線は剛塑性とした場合の理論解であり<sup>6)</sup>、計算値は  $\kappa/\lambda = 1/100$  の比較的剛な場合を示している。ひずみ制御による計算値はその増分が小さい場合は安定した解を示すが、大きい場合に発散する傾向にある。この傾向は  $\lambda$  の値

が小さい程、又  $\kappa/\lambda$  が小さくなる程、つまり土質材料が剛塑性に向う程強くなるものといえる。図-10は  $K_0$  線への漸近過程を種々の  $\kappa/\lambda$  値に対して拡大して示したものであるが、剛になる程ひずみ増分を小さく採る必要のあることを示している。

##### 4.3. 平均応力一定試験

図-11は等方圧密終了後平均応力を一定保持してせん断を作用させた3軸試験の軸差応力と軸ひずみの関係を示す。Singh<sup>7)</sup> によって示された実験値、計算値に比し本計算値は柔かめの値を与えている。

##### 4.4. 圧密非排水3軸圧縮試験

図-12は間隙水圧の影響をみる為、等方圧密終了後非排水状態で圧縮した場合の計算値を示したものである。図中実線は Mroz 等<sup>8)</sup> の解析値で、有効応力経路、応力-ひずみ関係とも極めて良好な対応を示している。

図-13は式(42)で定義した  $I$  を土要素初期体積圧縮係数  $K_{s0}$  に対して変化させた場合の有効応力経路を示したものである。 $I$  が小さくなるにつれ、つまり間隙水圧が低下して有効応力経路は立つ傾向を示し、逆に  $I$  が大きくなるにつれ、間隙水圧が増大し非排水経路に漸近していくことが理解できる。

#### 5. 結び

これまで基礎構造の解析については、土質材料の取扱いの困難さや数値計算上の問題から土質力学とは一歩切り離された形で行なわれてきたといっても過言ではない。土の構成則は土質力学の本質的部分を占めるにかかわらず、未だ確立されたと言い難い。しかしながら Roscoe 等の提案したいわゆる Cambridge モデルは一時代の先駆けであり、今日もなお構成則を考える上で一つの柱になっているものと言える。本研究はこの構成則に立脚し地盤をも含めて構造工学的アプローチを実施しようとするもので、今回は主にその解析手法について触れた。今後解析的スタディを通して群杭の水平挙動を明らかにし、耐震設計資料を得ていく所存である。

#### 参考文献

- 1) Roscoe, K. H. and Burland, J. B.: On the Generalized Stress-Strain Behavior of 'Wet' Clay, Engineering Plasticity, Cambridge Univ Press, pp. 535~609
- 2) 大内, 他: RC 大型冷却塔模型の水平加力実験と弾塑性解析, 土木学会論文報告集, No. 266, (1977. 10), pp. 39~50
- 3) O. C. ツィエンキーヴィッツ: 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, 培風館, pp. 122~124, pp. 415~435
- 4) 成岡, 他: 骨組構造解析, コンピューターによる構

造工学講座 II-1-B, 日本鋼構造協会編, 培風館, pp. 120~129

- 5) K. H. Roscoe: The Influence of Strains in Soil Mechanics, Geotechnique 20, No. 2, 129~170, (1970), 10th Rankine Lecture, pp. 129~168
- 6) Z. Mroz, V. A. Norris and O. C. Ziemkiewicz: Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elast-plastic deformation of soils, Géotechnique, vol. 29, No. 1, (1979), pp. 1~34
- 7) R. D. Singh: Mechanical Characterization and Finite Element Analysis of Elastic-Plastic Work-Hardening Soils, Ph. D. thesis, Ohio State University, (1972)

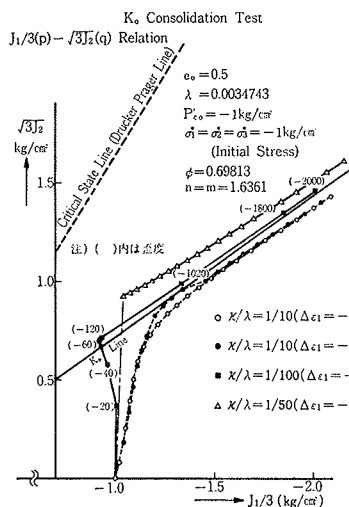


図-10 K<sub>0</sub> 圧密剛塑性線への漸近過程

Undrained triaxial compression of isotropically consolidated clay - Mroz's analytical value

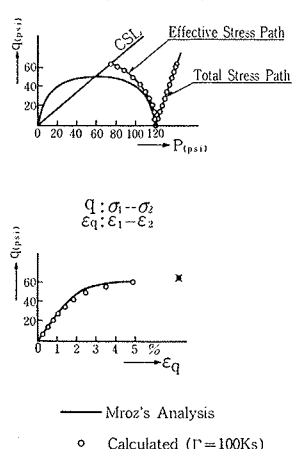


図-12 圧密非排水3軸圧縮試験

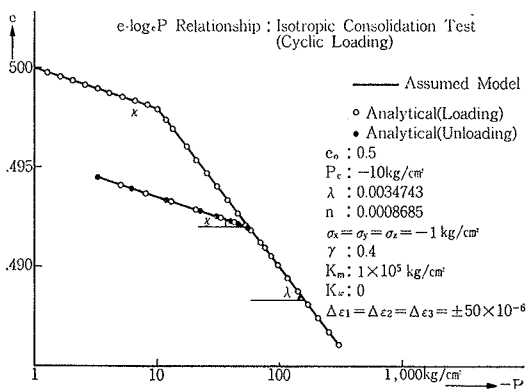


図-7 等方圧密試験

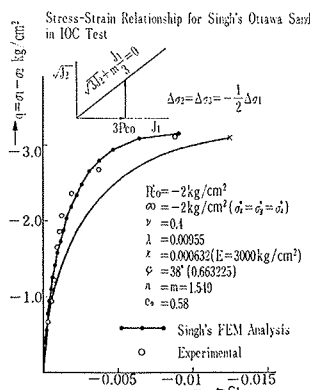


図-11 等方圧密平均応力一定試験

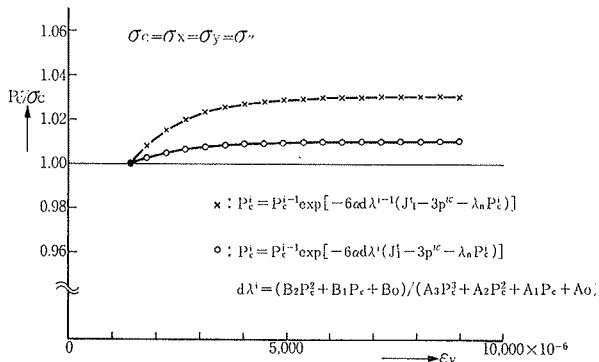


図-8 硬化パラメータ P'/c の算定の違いによる誤差

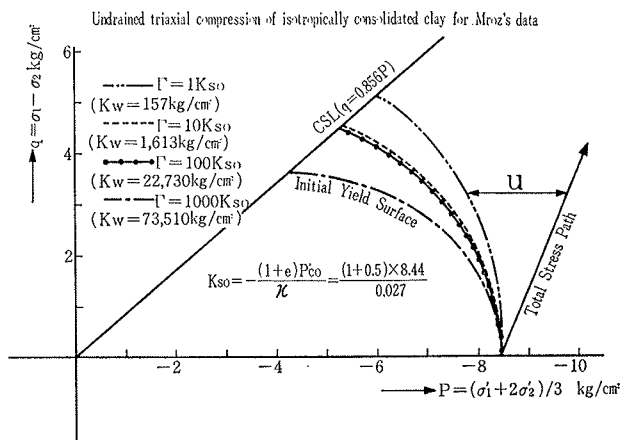


図-13 圧密非排水3軸圧縮試験・有効応力径路

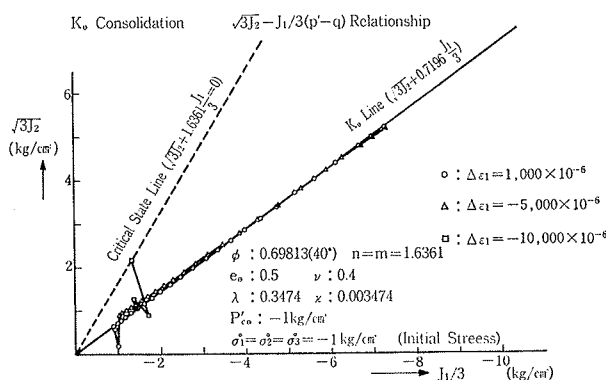


図-9 K<sub>0</sub> 圧密-剛塑性解と計算値