

大型海洋構造物に作用する波浪流体力解析法に関する研究

— 3次元ソース分布法による解析法 —

藤 沢 康 雄 武 田 寿 一
岡 田 宏

Study on Hydrodynamic Wave Loading Analysis Method for Large Offshore Structures

— Three-Dimensional Source Distribution Method —

Yasuo Fujisawa Toshikazu Takeda
Hiroshi Okada

Abstract

As hydrodynamic pressures, wave forces, and moments that act upon large offshore structures such as concrete gravity platforms are very important for their design, an evaluation and analysis method of high precision is desired. This paper describes an analysis method on hydrodynamic wave loading of large offshore structures (three-dimensional arbitrary shapes). Theoretical analysis of hydrodynamic wave loading is performed by the Three-dimensional Source Distribution Method (S.D.M.) using Green's function method based on the linear potential theory. Numerical calculation results are compared with a model experiment and numerical results of the past studies, and the applicability and adequacy of the analysis method S.D.M., are clarified.

概 要

重力式コンクリートプラットフォームなど、大型海洋構造物に作用する波圧、波力、モーメントは、設計面で重要であり、精度の良い評価、解析法が望まれている。本研究は、大型海洋構造物(3次元任意形状体)に作用する波浪流体力の解析法および解析プログラムを開発したものである。本解析法は、線形ポテンシャル理論に基づき、Green関数を用いた回折理論に基づく3次元ソース分布法を用いており、モデル実験結果および既往研究の数値結果を比較して、解析手法の適用性および妥当性を明確にした。

1. 序

近年、海底資源開発分野において、海底石油・ガス開発用プラットフォームが多数建設され稼働している。特に、重力式コンクリートプラットフォームは、北海、ブラジル沖、北極海などの24基が稼働中である。このような大型海洋構造物は、通常の船舶と異なり Extreme condition または、荒天時の回避が不可能なため、厳しい海象・気象条件下でも常にその安全性が要求され、合理的な設計思想に基づく高度な設計法が要求されている。特に、大型海洋構造物に作用する波浪流体力の算定は、従来の抗力と慣性力の和の形では評価することが出来ず、入射波の波長および波高と構造物の代表長との関係より

構造物による波の散乱現象の影響が無視できなくなる。この散乱現象を回折といい、波の散乱現象および自由表面の影響を説明する理論を「回折理論」という。回折理論に基づく構造物と波の相互作用の問題で最も良く知られているのは、MacCamy & Fuchs による定式化である¹⁾。また、John, F. は Green の定理により Green 関数を用いて、問題を線形速度ポテンシャルで表わし構造物表面上にソース(特異点)を分布することにより解析できるソース分布法(特異点分布法)を示した²⁾。

最近では、C.J. Garrison らは大型海洋構造物について Green 関数によるソース分布法による解析およびモデル実験を行ない、理論の妥当性を検証し3次元ソース分布法を確立し、実際の重力式コンクリートプラットフォーム

△の設計に用いている^{3)~5)}。

本研究は、大型海洋構造物（3次元任意形状体）に作用する波浪流体力の解析法として、Green 関数を用いてこれを核とする積分方程式を導く3次元ソース分布法による解析法と解析プログラムを開発したものである。またモデル実験および既往研究の数値結果と比較、検討し解析法の適用性および妥当性を明確にしたのでここに報告する。

2. 3次元ソース分布法による理論解析法

Green 関数による3次元ソース分布法は、John, F., Laiton & Wehausen によって導かれた Green 関数を用いて⁶⁾、これを核とする第2種 Fredholm 形積分方程式を導き、この積分を離散化し散乱波の速度ポテンシャルを解析し流体領域内の全速度ポテンシャルを求める手法である。波浪流体力は、Bernoulli の定理より変動圧力を求め、これより波力、モーメントが求められる。以下に本解析法を説明する。

2.1. 仮定条件

流体に関して次の仮定条件が成立するものとする。

- (1) 流体は非粘性、非圧縮性および渦無し完全流体とする。
- (2) 流体は自由表面が存在し表面張力は無視する。
- (3) 入射波は線形波理論（微小振幅波理論）を適用する。
- (4) 流体には速度ポテンシャルが存在し、すべての現象は周期運動を行ないその定常状態について論じる。

2.2. 座標系

座標系は静水面上に原点を取り、波の進入方向にX軸、鉛直上方向にZ軸、X軸に直角方向にY軸とするカルテシアン直角座標系とする。入射波の方向はX-Y平面上でX軸より反時計回りを正とする。また物体表面上の法線は、流体中に向って正とする。

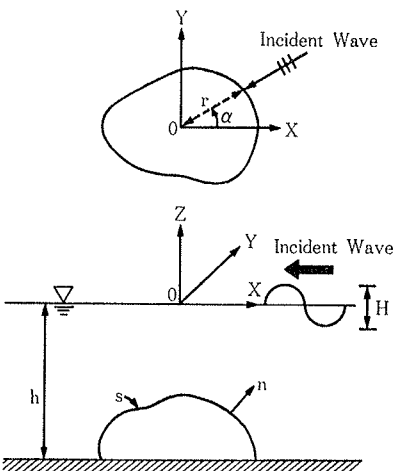


図-1 座標系

図-1に座標系を示す。

2.3. 基礎方程式と境界条件

2.1.の仮定条件より速度ポテンシャルφは、次の基礎方程式と境界条件を満足する。

基礎方程式 (Laplace 方程式)

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = 0 \quad (\text{流体中}) \quad \dots\dots\dots(1)$$

自由表面での境界条件は線形波理論より次式で示される。

$$\frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi(x, y, z) = 0 \quad (\text{on } z=0) \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、gは重力加速度、角振動数ωは次の分散関係にある。

$$\frac{\omega^2}{g} = k \cdot \tanh kh \quad \dots\dots\dots(3)$$

kは波数 (k=2π/L), Lは波長, hは水深を示す。水底では法線方向の速度は零である。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } z=-h) \quad \dots\dots\dots(4)$$

物体表面上での境界条件は、物体表面上の法線方向の速度は零である。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S(x, y, z)=0) \quad \dots\dots\dots(5)$$

nは物体表面の外向き法線単位ベクトルを表わす。

ここで、流体領域内の全速度ポテンシャルを入射波の速度ポテンシャルφ_iと散乱波の速度ポテンシャルφ_sに分けると全速度ポテンシャルφは両者の線形和で表わせる。

$$\phi = \phi_i + \phi_s \quad \dots\dots\dots(6)$$

入射波の速度ポテンシャルφ_iは、式(1)~式(4)を満足し次式のように表わせる。

$$\phi_i = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cdot e^{ikx} \quad \dots\dots\dots(7)$$

散乱波の速度ポテンシャルφ_sは、φ_iと同様に式(1)~式(5)を満足し、かつ物体から遠く離れた散乱波の挙動を表わす放射条件を満足する。φ_sの基礎式と境界条件をまとめると次のようになる。

基礎方程式

$$\nabla^2 \phi_s = 0 \quad (\text{流体中}) \quad \dots\dots\dots(8)$$

自由表面条件

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial z} - k \cdot \tanh(k \cdot h) \cdot \phi_s = 0 \quad (\text{on } z=0) \quad \dots\dots\dots(9)$$

水底条件

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } z=-h) \quad \dots\dots\dots(10)$$

物体表面条件

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_i}{\partial n} \quad \dots\dots\dots(11)$$

放射条件

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left\{ \frac{\partial \phi_s}{\partial r} - i \cdot k \cdot \phi_s \right\} = 0 \quad (\text{on } r \rightarrow \infty) \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、r=√x²+y²

2.4. 積分方程式

散乱波の速度ポテンシャルφ_sを求める方法として、

Green の定理を用いると、連続する滑かな閉曲面で囲まれた領域内部に Laplace 方程式および境界条件を満足する調和関数が存在すると Green の公式として知られる次式を得る。Green 関数を $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$, Ω を流体領域とすると、

$$\iiint_{\Omega} (\phi_s \cdot \nabla^2 G - G \cdot \nabla^2 \phi_s) d\Omega = \iint_S \left(\phi_s \cdot \frac{\partial G}{\partial n} - G \cdot \frac{\partial \phi_s}{\partial n} \right) dS \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ の (x, y, z) はすべての境界を含む領域内部の座標を示し、 (ξ, η, ζ) は単位のソースが分布している物体表面上の座標を表わす。すなわち、Green 関数は物体表面上のソースによる流体中の点における速度ポテンシャルを表わす。G関数は ϕ_s と同様に式(8)～式(12)を満足する関数である。式(13)の積分を考えると ϕ_s は次式となる。

$$\phi_s(\xi) = \iint_S \left\{ \phi_s(x) \frac{\partial G}{\partial n}(x, \xi) - G(x, \xi) \frac{\partial \phi_s(x)}{\partial n} \right\} dS \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 ξ は点 (ξ, η, ζ) を、 x は点 (x, y, z) を示す。式(14)の積分を考えると最終的に ϕ_s は次式となる。

$$\phi_s(x) = \frac{1}{4\pi} \iint_S f(\xi) \cdot G(x, \xi) dS \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $f(\xi)$ は、ソースの強さを表わす分布関数を示す。

式(15)の法線方向の微分を考え、物体表面条件を考慮すると、ソース分布関数 $f(\xi)$ を決定する第2種 Fredholm 形の積分方程式を得る。

$$-f(x) + \frac{1}{2\pi} \iint_S f(\xi) \cdot \frac{\partial G(x, \xi)}{\partial n} dS = -2 \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial n} \quad \dots\dots\dots(16)$$

式(16)を解いて $f(x)$ を求めれば、式(15)により領域内の任意の点における散乱波速度ポテンシャル ϕ_s を求めることができる。ここで式(16)で用いられる Green 関数は、 ϕ_s と同様に基礎式および境界条件を満足するもので、Laiton & Wehausen および John により次式のように与えられている。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} + 2PV \int_0^{\infty} \frac{(\mu + \nu) e^{-\mu h} \cdot \cosh[\mu(\zeta + h)] \cdot \cosh[\mu(z + h)]}{(\mu \cdot \sinh \mu h - \nu \cdot \cosh \mu h)} \cdot J_0(\mu r) d\mu + i \frac{2\pi(k^2 - \nu^2) \cdot \cosh[k(\zeta + h)] \cdot \cosh[k(z + h)]}{(k^2 h - \nu^2 h + \nu)} \cdot J_0(kr) \quad \dots\dots\dots(17)$$

また、

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \frac{2\pi(\nu^2 - k^2)}{k^2 h - \nu^2 h + \nu} \cdot \cosh[k(z + h)] \cdot \cosh[k(\zeta + h)] \cdot [Y_0(kr) - iJ_0(kr)]$$

$$+ 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k^2 + \nu^2}{\mu_k^2 h + \nu^2 h - \nu} \cdot \cos[\mu_k(z + h)] \cdot \cos[\mu_k(\zeta + h)] \cdot K_0(\mu_k r) \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

PV: Cauchy の積分の主値

$$R = [(x + \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{1/2}$$

$$R' = [(x + \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta + 2h)^2]^{1/2}$$

$$r = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^{1/2}$$

$$\nu = \mu \cdot \tanh \mu \cdot h$$

$$k = 2\pi/L$$

$$\mu_k = \mu_k \cdot \tanh \mu_k \cdot h + \nu \text{ の正根}$$

J_0 : 0 次の第1種 Bessel 関数

Y_0 : 0 次の第2種 Bessel 関数

K_0 : 0 次の第2種変形 Bessel 関数

2.5. 波浪流体力

散乱波ポテンシャル ϕ_s が求まれば、式(6)より全速度ポテンシャル ϕ を得る。物体に作用する波圧は、Bernoulli の定理により次式のように表わせる。

$$P = -\rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{Re} \{ -\rho \cdot i \cdot \omega (\phi_1 + \phi_s) \cdot e^{-i\omega t} \} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 $\text{Re} \{ \}$ は実数部、 ρ は流体密度を示す。物体に作用する波力は、式(19)の波圧を物体表面で積分することにより得られる。

$$F = - \iint_S P \cdot n dS \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 S は物体表面積、 n は物体表面上の外向き単位法線ベクトルを示す。

また、波力によるモーメントは次式のように表わせる。

$$M = - \iint_S P \cdot (n \times r) dS \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 r は求める座標からの位置ベクトルを示す。

3. 解析結果と考察

解析手法および解析プログラムの妥当性を検証するため、鉛直円柱(頭出円柱)、角柱体(没水型矩形)および任意形状体について既往の研究結果とモデル実験結果を比較、検討した。

3.1. 鉛直円柱に作用する波浪流体力

図-2、図-3 に Hogben らの計算結果⁷⁾と本解析結果を示す。Hogben らは同手法を用いて分割要素数を変えた計算結果を、MacCamy らの厳密解と比較している。本解析結果は、分割要素数を48分割と120分割にした場合の結果をプロットしたものである。検証結果によると、円柱の場合要素分割数の相違による波力はほとんどなく、厳密解とも良く一致している。ただし、最大振幅値付近で本解析結果が若干小さな値となったが、これ

は Green 関数の計算法および級数項の取り方による相違であり、本解析結果では級数項を20項とした。また、 $Kr > 2.0$ では入射波周期が短くなり、要素・波長比の関係より計算結果が、厳密解より小さな値となっている。

図-4、図-5、図-6に Garrison らの計算結果と本解析結果を示す。Garrisonらは、円柱の厳密解と Chakrabarti らの実験結果⁹⁾を比較している。図-4は本解析結果と厳密解を $h/a = 2.0, 4.0$ について比較したものであ

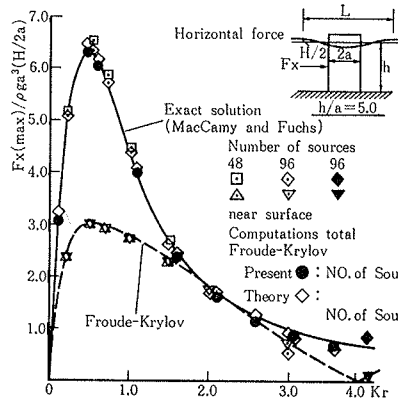


図-2 水平波力 (厳密解と要素分割数の相違の比較)

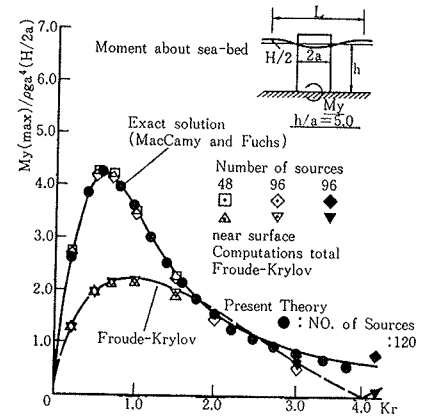


図-3 モーメント (厳密解と要素分割数の相違の比較)

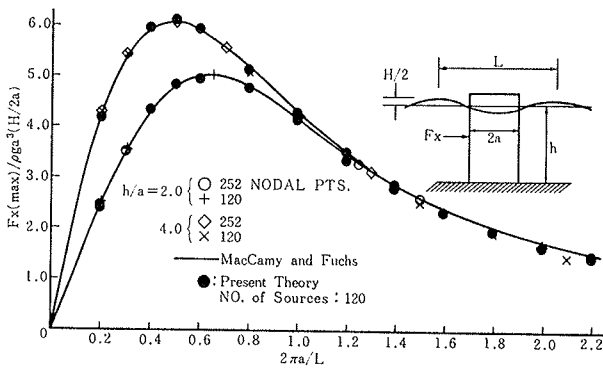


図-4 水平波力 (本解析結果と厳密解の比較)

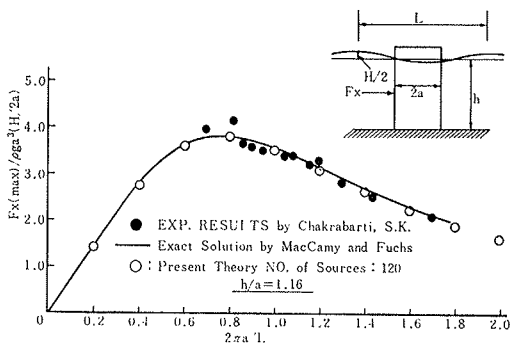


図-5 水平波力 (本解析結果と厳密解, 既往実験結果の比較)

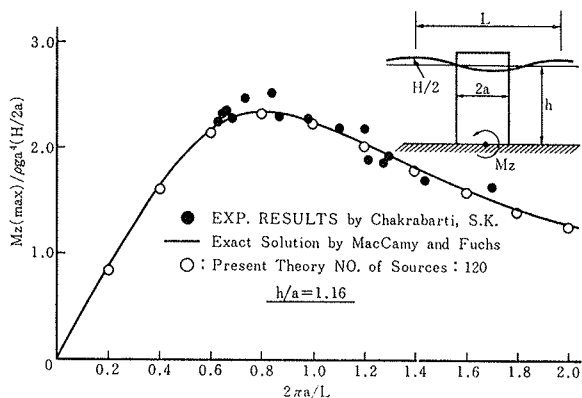


図-6 モーメント (本解析結果と厳密解, 既往実験結果の比較)

る。本解析結果の要素分割は120分割とした。図-5, 6は、既往実験結果と本解析結果の比較であり理論の妥当性を示している。本解析結果は良く一致しており、この例でも円柱の場合は要素分割数の影響は少ないことを確認した。特に $Kr > 0.8$ の場合本解析結果と既往実験値は良く一致している。

3.2. 没水型角柱に作用する波浪流体力

図-7に Garrison の計算結果と本解析結果を示す。本計算例は、北海における代表的な重力式コンクリートプラットフォームのケーソン (100 m×100 m×50 m) に作用する波浪流体力を比較したものである。本解析結果と Garrison の計算結果は良く一致している。

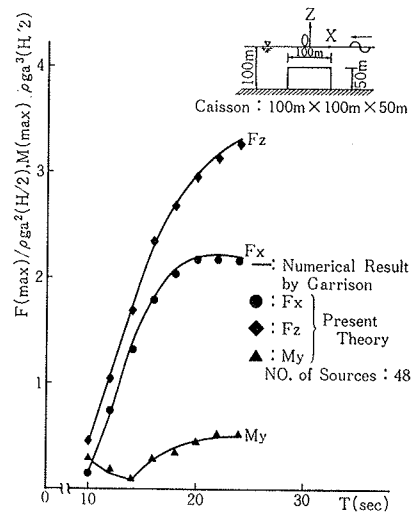


図-7 波浪流体力 (本解析結果と既往計算結果の比較)

3.3. 任意形状体に作用する波浪流体力

図-8に著者が実施した浅海型重力式プラットフォームの1/100モデルによる水槽実験結果⁹⁾と本解析結果を示す。6個の円筒形を組み合わせた花卉形状体の浅海型重力式プラットフォーム (直径 80 m, 高さ 35 m, 設置水深 20 m) の解析を行なった。要素分割は、円周方向60分割、

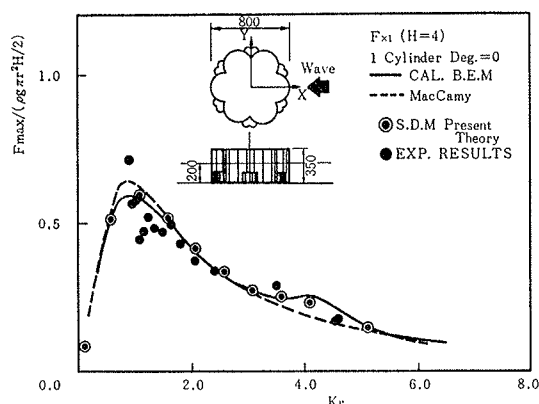


図-8 任意形状体に作用する水平波力

深さ方向3分割の計180要素で計算した。

図-8には、3手法による解析結果が示されている。すなわち、花卉形状を外接円で近似した場合の MacCamy & Fuchs の厳密解を破線で、境界要素法による解析結果を実線で、本解析手法を●で示した。波力の最大振幅値では、外接円近似の厳密解より、複雑な形状をモデル化した結果の方が小さく、かつ実験値と良く一致している。また $Kr > 3.0$ では本解析結果と実験値は良く一致している。

4. 結論

3次元ソース分布法による波浪流体力解析法および解析プログラムの開発に関する研究より次の結論を得た。

(1) 重力式コンクリートプラットフォームなど、大型海洋構造物に作用する波浪流体力の解析は、線形波理論による回折理論に基づき、構造物表面にソースを分布させ流場およびその境界条件を満足させる3次元ソース分布法で解析できる。

(2) 3次元ソース分布法解析プログラムの検証の結果、下記の結論を得た。

① 鉛直円柱 既往の研究計算結果と比較すると構造物の要素分割に若干の差があるが、本解析プログラムの計算結果は良く一致している。また、円柱の厳密解とも良く一致する。

② 没水型角柱 Garrison による計算結果と解析プログラムの計算結果は良く一致しており、重力式プラットフォームのような大形矩形構造物の波浪流体力の解析が可能である。

③ 任意形状体 モデル実験と解析プログラムの計算結果は良く一致する。特に複雑な形状の構造物では、要素の分割に注意する必要がある。

(3) 以上の検証より、3次元ソース分布法による解析法および解析プログラムは、線形波理論適用範囲において、十分な精度で大型海洋構造物に作用する波浪流体力を解析することができる。

謝辞

本研究の実施に際し、モデル実験など終始ご指導して頂いた日本大学 理工学部 加藤 渉教授、西条 修教授、増田光一講師をはじめ、本研究の当初より協力して頂いた大林組技術研究所 構造第二研究室 中村 嶽職員に心より謝意を表します。

参考文献

- 1) MacCamy, R. C. and Fuchs, R. A.: Wave Forces on Pile; A Diffraction Theory, Tech. Memo. No. 69, Beach Erosion Board, (1954)
- 2) John, F.: On the Motion of Floating Bodies, Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. 3, No. 1, (1950), pp. 45~101
- 3) Garrison, C. J.: Hydrodynamic of Large Objects in the Sea, Part-1; Hydrodynamic Analysis, Journal of Hydronautics, Vol. 8, No. 1, (1974), pp. 5~12
- 4) Garrison, C. J. and Chow, P. Y.: Wave Forces on Submerged Bodies, A.S.C.E., WW 3, (1972), pp. 375~392
- 5) Garrison, C. J.: Hydrodynamic Loading of Large Offshore Structures; Three-dimensional Source Distribution Method, Numerical Methods on Offshore Engineering, Chapter 3, (1978), pp. 87~140
- 6) Laitone, E., Wehausen, J.: Surface Waves, Encyclopedia of Physics, Springer-Verlag, (1960)
- 7) Hogben, N., Standing, R. G.: Wave Loads on Large Bodies, Marine Vehicles, (1974), pp. 273~292
- 8) Chakrabarti, S. K., Tam, W. A.: Gross and Local Wave Loads on a Large vertical Cylinder-Theory and Experiment, O.T.C., No. 1818, (1973), pp. 813~826
- 9) 藤沢康雄, 加藤 渉, 他: 浅海型重力式プラットフォームに作用する流体力の相互影響に関する研究 (第1報, 第2報), 日本建築学会大会学術講演概要集, (昭和59.10), pp. 2973~2976