

床応答スペクトルの直接計算法について

安井 讓 吉原 醇 一
武田 寿 一 宮本 明 倫
(本社技術本部 原子力部)

Direct Generation Method for Floor Response Spectra

Yuzuru Yasui Jun-ichi Yoshihara
Toshikazu Takeda Akinori Miyamoto

Abstract

Floor response spectra conventionally have been generated using a time history method. The authors derived a direct generation method for floor response spectra eliminating the requirement for the time history analysis. The method is based on the response spectrum technique. This new method does not need additional modal exciting function values or empirical amplification function factors, and is applicable without distinction between resonant and non-resonant cases. By this method, a smoothed design floor response spectrum can be generated directly from the design response spectrum, avoiding the effects of exaggerated low damping spectra peculiar to artificial earthquakes.

概 要

固有値解析の結果得られる構造物のモード特性と入力地震動のレスポンス・スペクトルを用いて、直接的に床応答スペクトルを計算する方法を示す。この方法は、同種の研究と比較して、機器系と構造物との共振と非共振を区別することなく使用できること、特別な刺激関数や経験的な増幅係数も必要としないことなどの優位性を有している。さらに、この方法によれば、設計用スペクトルが与えられた場合、模擬地震波を作成することなく、そのスペクトルから直接的に設計用床応答スペクトルを計算することができる。

1. 序

建築構造物に設置される設備機器や2次部材の耐震設計を行なうとき、これらの機器が設置される床の応答波形のレスポンス・スペクトルが用いられる。このいわゆる床応答スペクトルは、著名な実地震波あるいは設計用応答スペクトルに適合する模擬地震波を入力地震動として時刻歴応答計算を行なって構造物床の応答波形を求め、そのレスポンス・スペクトルを計算する方法によって定めるのが一般的である。一方、上記のような時刻歴応答計算を介さないで直接的に床応答スペクトルを算出する方法が多くの研究者により提案されている。これらの直接計算法は、確率論的な手法によるもの^{1)~3)}、モデル・アナリシスを利用したレスポンス・スペクトル法によるもの^{3)~6)}、およびその他の手法によるもの^{7),8)}に大別できるが、設計技術者にとってはレスポンス・スペクトル法によるものが最も取扱いやすい手法であると考え

られる。ところで、これらの既往のレスポンス・スペクトル法は、構造物の耐震検討で使用するものに加えて新たな係数を必要とすること³⁾、機器と構造物が共振する場合と非共振の場合の取扱いを区別する必要があること^{4),5)}、あるいは経験的な増幅係数を用いていること⁶⁾などのため、一般の設計には使用されない場合が多いのが現状であると考えられる。この報告では、固有値解析の結果得られる構造物のモード特性を用いて、入力地震動のレスポンス・スペクトルから直接的に床応答スペクトルを計算する方法を示す。この方法によれば、共振・非共振を区別することなく使用することができ、また経験的な増幅係数も必要としない。なお、この方法は先に提案したもの⁹⁾に手を加えてより一般化したものである。

2. 計算式の誘導

2.1. 解析モデルと解析仮定

解析モデルを図-1に示す。構造物は*i*次のモードを

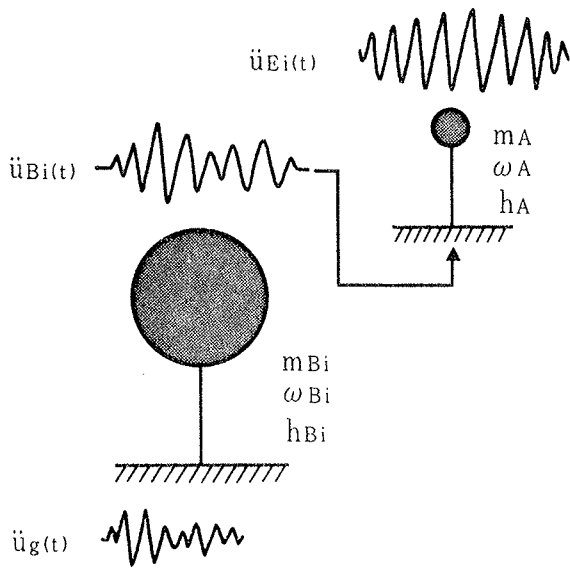


図-1 解析モデル

換算表現した、質量 m_{B1} 、固有円振動数 ω_{B1} 、減衰定数 h_{B1} の 1 質点系とする。また、同じく 1 質点系で表わす機器系の質量、固有円振動数および減衰定数を、それぞれ m_A 、 ω_A および h_A とする。機器系の質量 m_A は、構造物の質量 m_{B1} に比べて十分に小さく、構造物の応答は機器系の応答の影響を受けないものとする。構造物の基部に入射する入力地震動は $\ddot{u}_g(t)$ で表わす。この $\ddot{u}_g(t)$ に対する質点 m_{B1} の絶対加速度応答を $\ddot{u}_{B1}(t)$ とする。更に、この $\ddot{u}_{B1}(t)$ に対する機器系 m_A の絶対加速度応答を $\ddot{u}_{E1}(t)$ とする。また、別に、入力地震動 $\ddot{u}_g(t)$ が直接機器系に入射した場合の m_A の絶対加速度応答を $\ddot{u}_A(t)$ で表わすこととする。なお、 $\ddot{u}_g(t)$ などの括弧内の t は時間を表わし、 $(\cdot\cdot)$ は時間に関する 2 階微分を示す。

2.2. 計算式の誘導

振動の基礎理論によれば、 $\ddot{u}_{E1}(t)$ 、 $\ddot{u}_{B1}(t)$ および $\ddot{u}_A(t)$ は次式で表わされる。これらの式を用いて床応答スペクトルの計算式を誘導する。

$$\ddot{u}_{E1}(t) = \omega_A \int_0^t \ddot{u}_{B1}(\tau) \exp\{-h_A \omega_A (t-\tau)\} \sin \omega_A (t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(1)$$

$$\ddot{u}_{B1}(t) = \omega_B \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \exp\{-h_{B1} \omega_{B1} (t-\tau)\} \sin \omega_{B1} (t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(2)$$

$$\ddot{u}_A(t) = \omega_A \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \exp\{-h_A \omega_A (t-\tau)\} \sin \omega_A (t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(3)$$

(1) 非共振の場合

先ず $\omega_A \neq \omega_B$ の場合について考える。この場合、数式の展開を簡単にするため、 $h_A = h_B = 0$ とする。

(1)式に部分積分を施すと下式のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{E1}(t) &= [\ddot{u}_{B1}(\tau) \cos \omega_A (t-\tau)]_0^t \\ &\quad - \int_0^t \frac{d\ddot{u}_{B1}(\tau)}{d\tau} \cos \omega_A (t-\tau) d\tau \\ &= \ddot{u}_{B1}(t) - \int_0^t \frac{d\ddot{u}_{B1}(\tau)}{d\tau} \cos \omega_A (t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(4) \end{aligned}$$

ここで、 $d\ddot{u}_{B1}(\tau)/d\tau$ に対して次式で表わされる助変数を含む不定積分の微分公式¹⁰⁾

$$\frac{d}{dt} \int_0^t f(\tau, t) d\tau = \int_0^t \frac{\partial f(\tau, t)}{\partial t} d\tau + f(\tau, t)|_{\tau=t} \quad \dots\dots(5)$$

を用いると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\ddot{u}_{B1}(\tau)}{d\tau} &= \frac{d}{d\tau} \omega_{B1} \int_0^\tau \ddot{u}_g(\xi) \sin \omega_{B1} (\tau-\xi) d\xi \\ &= \omega_{B1}^2 \int_0^\tau \ddot{u}_g(\xi) \cos \omega_{B1} (\tau-\xi) d\xi \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

(6)式を(4)式の右辺の第 2 項に代入すると、 $\ddot{u}_{E1}(t)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{E1}(t) &= \ddot{u}_{B1}(t) \\ &\quad - \omega_{B1}^2 \int_0^t \int_0^\tau \ddot{u}_g(\xi) \cos \omega_{B1} (\tau-\xi) \\ &\quad \times \cos \omega_A (t-\tau) d\tau d\xi \quad \dots\dots(7) \end{aligned}$$

更に、上式の右辺の第 2 項に対して部分積分を行ない整理すると(7)式は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{E1}(t) &= \ddot{u}_{B1}(t) \\ &\quad + \left(\frac{\omega_{B1}}{\omega_A}\right)^2 \cdot \omega_A \int_0^t \left\{ \omega_{B1} \int_0^\tau \ddot{u}_g(\xi) \sin \omega_{B1} (\tau-\xi) d\xi \right\} \\ &\quad \times \sin \omega_A (t-\tau) d\tau \\ &\quad - \left(\frac{\omega_{B1}}{\omega_A}\right)^2 \cdot \omega_A \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \sin \omega_A (t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(8) \end{aligned}$$

ここで、 $h_A = h_{B1} = 0$ のときの(1)~(3)式を用いると、(8)式は次のように表わされる。

$$\ddot{u}_{E1}(t) = \ddot{u}_{B1}(t) + \left(\frac{\omega_{B1}}{\omega_A}\right)^2 \cdot \ddot{u}_{E1}(t) - \left(\frac{\omega_{B1}}{\omega_A}\right)^2 \ddot{u}_A(t) \quad \dots\dots(9)$$

上式を $\ddot{u}_{E1}(t)$ について解くと、 $\ddot{u}_{E1}(t)$ は次のように求まる。

$$\ddot{u}_{E1}(t) = \frac{1}{\left(\frac{\omega_A}{\omega_{B1}}\right)^2 - 1} \left\{ \left(\frac{\omega_A}{\omega_{B1}}\right)^2 \ddot{u}_{B1}(t) - \ddot{u}_A(t) \right\} \quad \dots\dots(10)$$

ところで、 $\ddot{u}_{B1}(t)$ と $\ddot{u}_A(t)$ の最大値は、固有円振動数を ω 、減衰定数を h としたとき、 $\ddot{u}_g(t)$ のレスポンス・スペクトル $S(\omega, h)$ で表わすことができるから、 $\ddot{u}_{E1}(t)$ の最大値を S_{E1} とすると、 S_{E1} は Root Mean Square 法により次式で与えられる。

$$\begin{aligned} S_{E1} &= \frac{1}{\left| \left(\frac{\omega_A}{\omega_{B1}}\right)^2 - 1 \right|} \\ &\quad \times \sqrt{\left\{ \left(\frac{\omega_A}{\omega_{B1}}\right)^2 S(\omega_{B1}, h_{B1}) \right\}^2 + S(\omega_A, h_A)^2} \quad \dots\dots(11) \end{aligned}$$

(10)式および(11)式から、機器系の応答は、 $\omega_A \ll \omega_{B1}$ のとき、それらが地盤に直接支持されたときの応答とほぼ等しく、 $\omega_A \gg \omega_{B1}$ のときは構造物の応答に近づくという、一般的に言われている性質を確認することができる。

(2) 共振の場合

$\omega_A = \omega_{B1}$ のとき、(14)式は発散する。そこで、(1)~(3)式において、 $\omega_A = \omega_{B1}$ 、 $h_A \neq 0$ 、 $h_{B1} \neq 0$ として非共振の場合と同様の展開を試みる。その際、下記の二つの積分公式を利用する。

$$\int \exp\{-h\omega(t-\tau)\} \sin \omega(t-\tau) d\tau \approx \frac{1}{\omega} \{h \sin \omega(t-\tau) + \cos \omega(t-\tau)\} \times \exp\{-h\omega(t-\tau)\} \dots\dots\dots(12)$$

$$\int \exp\{-h\omega(t-\tau)\} \cos \omega(t-\tau) d\tau \approx \frac{1}{\omega} \{-\sin \omega(t-\tau) + h \cos \omega(t-\tau)\} \times \exp\{-h\omega(t-\tau)\} \dots\dots\dots(13)$$

上記の積分公式を利用して、(1)式に部分積分を繰返して施すと次式を得る。

$$2h_A\omega_A \dot{u}_{B1}^{(2)} - h_{B1}\omega_A \dot{u}_{B1}^{(1)}(t) - h_{B1}\omega_A \dot{u}_{B1}^{(3)}(t) \approx \ddot{u}_{B1}(t) - \ddot{u}_A(t) \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 $\dot{u}_{B1}^{(j)}(t)$ の右肩の (j) は施された部分積分の回数を、(・) は時間に関する一階微分であることを表わす。ところで、 h_A は一般的には小さく、 ω_A は ω_{B1} に等しいことから、時刻歴応答波形 $\dot{u}_{B1}(t)$ の後半は定常的な自由振動波形が続くものと考えられる。一方、(14)式の誘導にあたって、部分積分のたびに微小な位相差を無視した。これらのことを考え合わせ、(14)式の左辺の最大値を考えるとときには、各項の絶対値の和をとることとする。このとき(14)式は次のように表わされる。

$$2(h_A + h_{B1}) \ddot{u}_{B1}(t) |_{\max} = \{\ddot{u}_{B1}(t) - \ddot{u}_A(t)\} |_{\max} \dots\dots(15)$$

上式において $\omega_A \dot{u}_{B1}^{(j)}(t) |_{\max} = \ddot{u}_{B1}(t) |_{\max}$ とした。(15)式から $\ddot{u}_{B1}(t) |_{\max}$ 、即ち、 S_{B1} は(11)式と同様にして次式で表わされる。

$$S_{B1} = \frac{1}{2(h_A + h_{B1})} \sqrt{S(\omega_{B1}, h_{B1})^2 + S(\omega_A, h_A)^2} \dots\dots(16)$$

(3) 床応答スペクトルの計算式

(11)式と(16)式の右辺の根号の前の係数から、正弦波地震動入力に対する1質点系の絶対加速度応答倍率を想像するのは自然である。そこで、これらの両者を滑らかに連結させることを考えて、次のように表わすこととする。

$$S_{B1} = \sqrt{\frac{1 + 4(h_A + h_{B1})^2 (\omega_A / \omega_{B1})^2}{\{1 - (\omega_A / \omega_{B1})^2\}^2 + 4(h_A + h_{B1})^2 (\omega_A / \omega_{B1})^2}} \times \sqrt{\left\{ \left(\frac{\omega_A}{\omega_{B1}} \right)^2 S(\omega_{B1}, h_{B1}) \right\}^2 + S(\omega_A, h_A)^2} \dots\dots(17)$$

上式を用いると、構造物の各次のモードを考慮した求める床応答スペクトル S_E は、機器系が据えつけられる構造物床の刺激関数値を βU_i とすれば、次式で与えられることになる。

$$S_E = \sqrt{\sum_i (\beta U_i \cdot S_{B1})^2} \dots\dots\dots(18)$$

3. 数値計算例

この章では、2章で提案した直接計算法を用いて求めた床応答スペクトルと従来法のいわゆる時刻歴計算法によるものとを比較することにより、この方法の有用性を検討する。

3.1. 数値計算モデルと計算条件

構造物モデルは、1質点系の場合と5質点系の場合を考える。これらの構造物モデルは、いずれもせん断型モデルとし、1次の固有周期は0.3秒とする。また、減衰定数は次数に拘らず5%とする。機器系は上記の構造物の頂部に据え付けられるものとし、その減衰定数は1%とする。入力地震波については実地震波2波と模擬地震波1波の計3波を用いる。実地震波は El Centro (1940 NS) と Taft (1957 EW) とする。模擬地震波はいわゆる大崎スペクトルを目標値として作成した人工地震波とする。人工地震波は、マグニチュード 8.5、震央距離68 km とし、八戸港湾 (1968 EW) の波の位相角を用いて作成されたものである¹¹⁾。図-2に、減衰定数が1%と5%のときの入力地震波のレスポンス・スペクトルを示す。以上の条件のもとに数値計算を行なう。この方法による場合は、構造物と機器系の固有周期と減衰定数および構造物の刺激関数値を用いて、図-2の人工地震波のレスポンス・スペクトルから、2章の(17)式と(18)式に従って、直接的に床応答スペクトルを計算する(手計算も可能である)。一方、時刻歴応答計算法による場合は、構造物頂部の時刻歴応答波形を求め、そのレスポンス・スペクトルを計算して床応答スペクトルとする。

3.2. 計算結果とその考察

図-3と図-4に計算結果を示す。図-3は構造物が1質点系の場合の結果であり、図-4は構造物が5質点系の場合の結果である。これらの図において、実線は時刻歴応答計算法による結果であり、破線はこの方法により計算した結果であることを示す。この方法が Root Mean Square 法を基調とした概算法であることを考えるならば、両者の結果は良い一致を示していると考えられる。特に、ここで用いた模擬地震波のように定常性が強い入力地震波の床応答スペクトルは非常に良い一致を示していると言える。なお、他の二つの実地震波に対する床応答スペクトルの構造物の1次の固有周期(0.3秒)の近傍での両者の対応をより改善するための対策の一つとして応答の過渡性を考慮した減衰定数^{12,13)}を使うことが

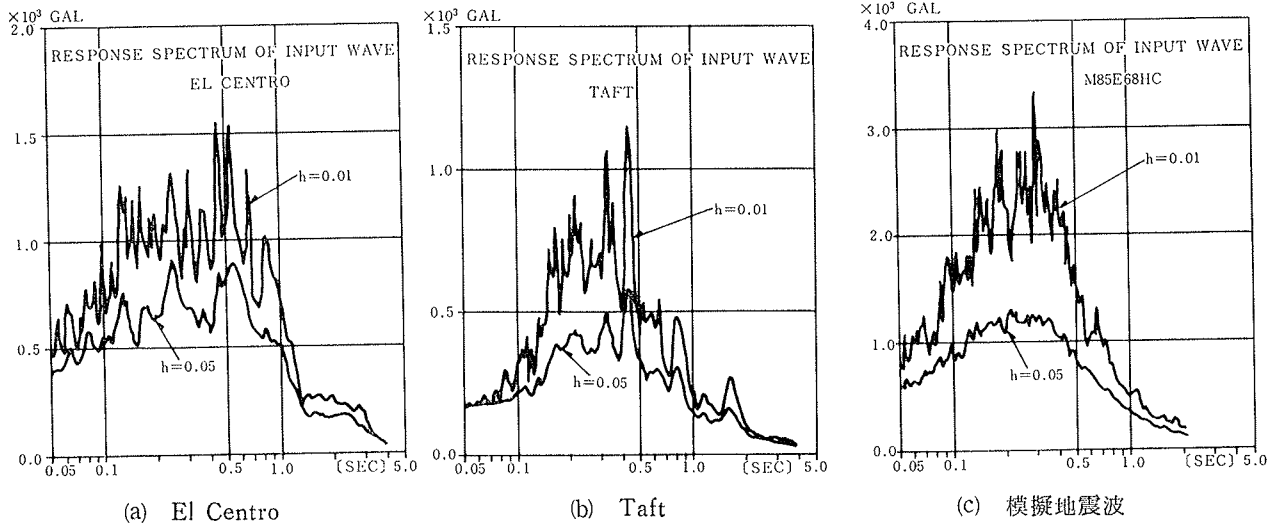


図-2 入力地震波のレスポンス・スペクトル

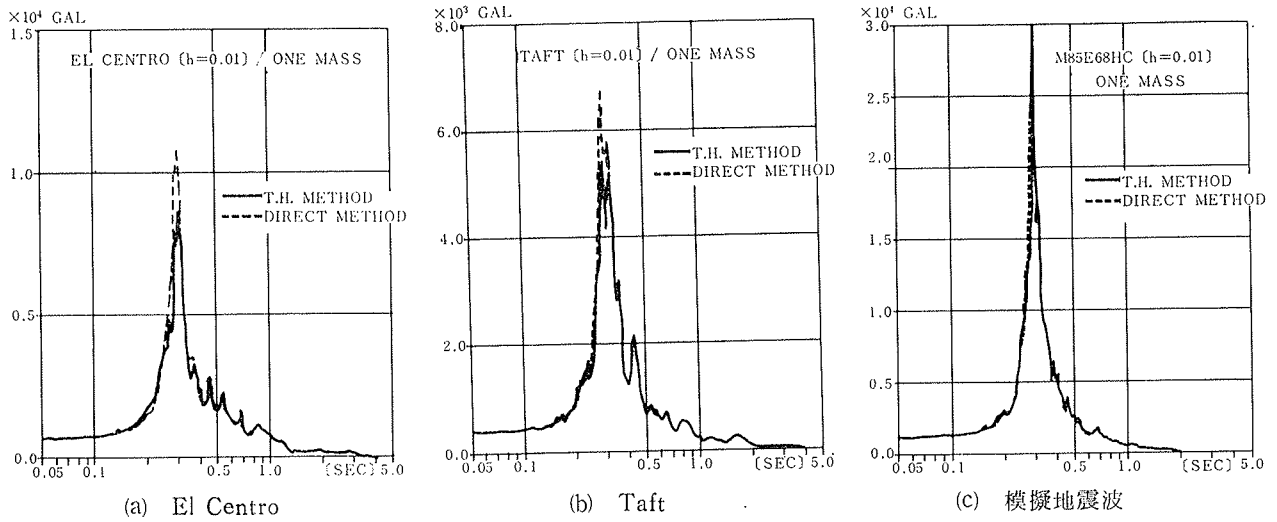


図-3 床応答スペクトル (構造物が1質点系の場合)

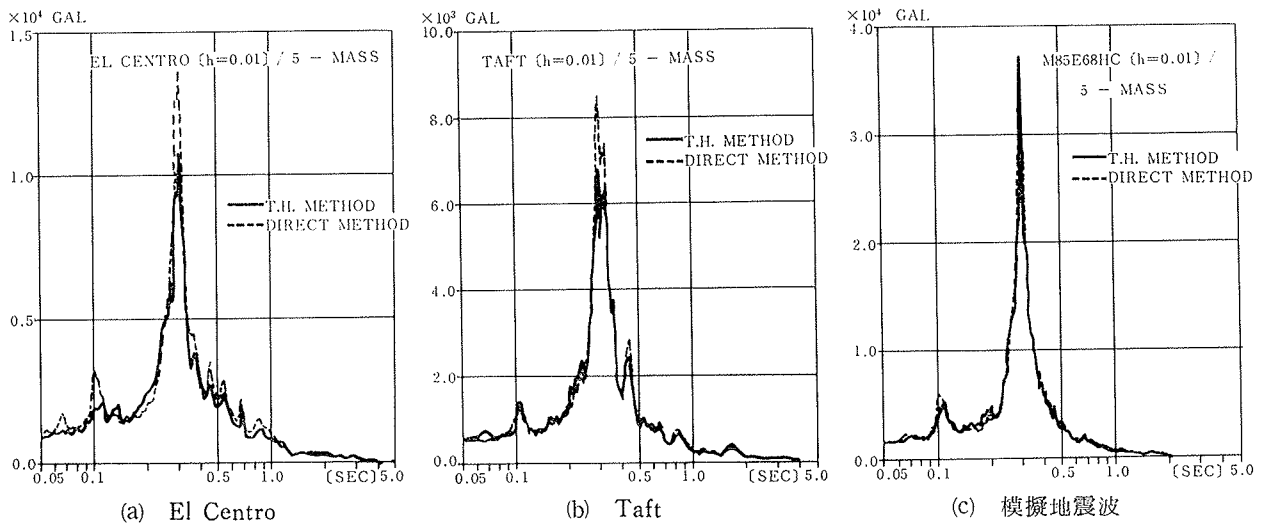


図-4 床応答スペクトル (構造物が5質点系の場合)

挙げられる。

4. 設計用床応答スペクトルについて

この方法は、入力地震波のレスポンス・スペクトルと構造物のモード特性のみを用いて、床応答スペクトルを計算する方法である。従って、入力地震波の目標スペクトルすなわち、設計用スペクトルが与えられれば、模擬地震波を作成することなく、直接的に設計用床応答スペクトル¹²⁾を計算することができる。一例として、3章で用いた模擬地震波の目標スペクトルを例にとり、設計用床応答スペクトルを計算してみる。図-5の(a)にその目標スペクトルを示した。図-5の(b)が設計用床応答スペクトルであって、構造物が5質点系の場合のものである。この図と図-4(c)の模擬地震波を用いた床応答スペクトルと比較すると、当然のことながら設計用床応答スペクトルの方が滑らかな曲線となっていることがわかる。また、構造物の1次の固有周期(0.3秒)でのスペクトルのピークは、模擬地震波を用いた方が、設計用床応答スペクトルに比べて、約1.5倍程度大きい。これは、模擬地震波の1%の目標のスペクトルに対する適合誤差により生じたものであると考えられる。

5. まとめ

床応答スペクトルの直接計算式を誘導した。この方法によれば、共振・非共振を区別することなく、構造物のモード特性のみを用いて、入力地震動のレスポンス・スペクトルから直接的に床応答スペクトルを計算することができる。また、設計用スペクトルが与えられた場合は、模擬地震波を作成することなく、直接的に設計用床応答スペクトルを計算することができる。

謝 辞

貴重な資料を提供して下さった三菱原子力工業(株)の江幡延男氏に謝意を表します。

参考文献

- 1) Vanmarcke, E. H.,: Structural Response to Earthquakes, in Seismic Risk and Engineering Decisions, Elsevier Publishing Co., (1976), pp. 287~337
- 2) 渡辺, 福沢, 藤堂: 床応答スペクトルの解析手法に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和55. 9), pp. 771~772
- 3) Der Kiureghian, A., Sackman, J. L., and Nour-Omid, B.,: Dynamic Response of Light Equipment in Structure, Report No. UCB/EERC 81/05, E. E. R. C., University of California, Berkley, (1981)
- 4) Peters, K., Schmitz, D., Wanger, U.,: Determination of Floor Response Spectra on the Basis of the Response Spectrum Method, Nuclear Engineering Design, Vol. 44, (1977), pp. 255~262
- 5) Yan, M. J.,: Fast Floor Response Spectra Generation Technique, ASME PVP-Vol. 65, pp. 1~15
- 6) Biggs, J. M.,: Seismic Response Spectra for Equipment Design in Nuclear Power Plant, Pro. 1st Int. Conf. SMIRT, K4/7, (1971)
- 7) Scanlan, R. H., Sacks, K.,: Development of Compatible Secondary Spectra without Time Histories, Pro. 4th Int. Conf. SMIRT, K4/13, (1977)
- 8) Sato, H.,: The Response Spectrum Analysis of Building Appendage System to an Artificial Earthquake with Two Ground Predominant Periods, Pro. 2nd Int. Conf. SMIRT, K4/13, (1977)
- 9) 安井, 此上, 渡辺, 中川: サイロ中の粒状物に弾性波動理論を適用した動的解析略算モデル, 日本建築学会関東支部研究報告集, (昭和58. 7), pp. 97~100
- 10) 大崎順彦: 1質点系の過渡振動, 振動理論, 建築構造学大系24, 彰国社, pp. 49~69
- 11) 軽水炉改良標準化耐震設計小委員会: 耐震設計の標準化に関する調査報告書, (昭和54), 別冊1, 建屋系, (昭和55), pp. 47~69

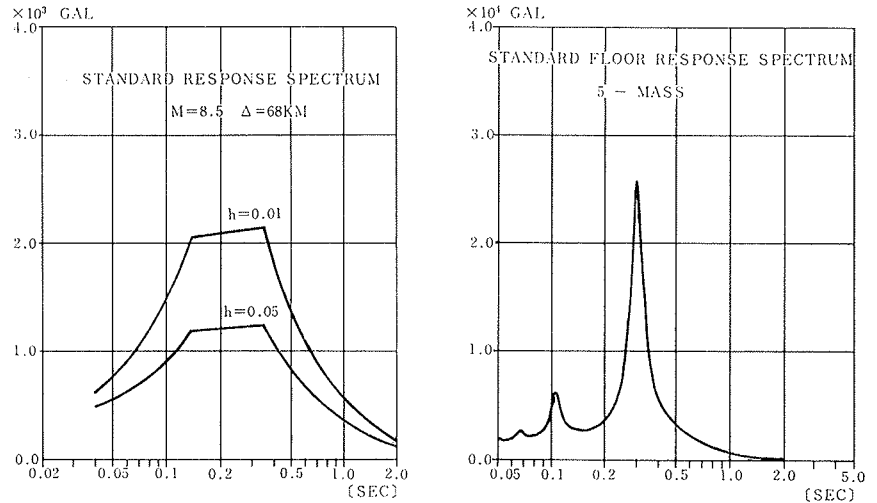


図-5 設計用スペクトルと設計用床応答スペクトル

和56. 9), pp. 927~928

- 3) Der Kiureghian, A., Sackman, J. L., and Nour-Omid, B.,: Dynamic Response of Light Equipment in Structure, Report No. UCB/EERC 81/05, E. E. R. C., University of California, Berkley, (1981)
- 4) Peters, K., Schmitz, D., Wanger, U.,: Determination of Floor Response Spectra on the Basis of the Response Spectrum Method, Nuclear Engineering Design, Vol. 44, (1977), pp. 255~262
- 5) Yan, M. J.,: Fast Floor Response Spectra Generation Technique, ASME PVP-Vol. 65, pp. 1~15
- 6) Biggs, J. M.,: Seismic Response Spectra for Equipment Design in Nuclear Power Plant, Pro. 1st Int. Conf. SMIRT, K4/7, (1971)
- 7) Scanlan, R. H., Sacks, K.,: Development of Compatible Secondary Spectra without Time Histories, Pro. 4th Int. Conf. SMIRT, K4/13, (1977)
- 8) Sato, H.,: The Response Spectrum Analysis of Building Appendage System to an Artificial Earthquake with Two Ground Predominant Periods, Pro. 2nd Int. Conf. SMIRT, K4/13, (1977)
- 9) 安井, 此上, 渡辺, 中川: サイロ中の粒状物に弾性波動理論を適用した動的解析略算モデル, 日本建築学会関東支部研究報告集, (昭和58. 7), pp. 97~100
- 10) 大崎順彦: 1質点系の過渡振動, 振動理論, 建築構造学大系24, 彰国社, pp. 49~69
- 11) 軽水炉改良標準化耐震設計小委員会: 耐震設計の標準化に関する調査報告書, (昭和54), 別冊1, 建屋系, (昭和55), pp. 47~69
- 12) 長瀬, 対馬, 久徳, 浅井, 安部: 非構造部材の設計荷重について(その2)設計用床応答スペクトル, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (昭和55. 9), pp. 771~772