

## 圧密沈下解析手法に関する研究（その2）

——一次元圧密解析における多層地盤問題と自重圧密問題——

西林清茂 細谷芳己  
小日向隆 高橋真一

### Study on Analysis of Settlement Due to Consolidation (Part 2)

——Numerical Analysis of One-Dimensional Consolidation  
for Soft Ground with Multiple Layers and Self Weight——

Kiyoshige Nishibayashi Yoshimi Hosoya  
Takashi Kohinata Shin-ichi Takahashi

#### Abstract

In this report are described considerations on problems of the informal calculation method on consolidation of multi-layered ground and self-weight consolidation used in the finite difference method.

As a result of the considerations on consolidation of multi-layered ground, it was pointed out that the equivalent-depth method for consolidation is not always correct because the order of stratification has an influence on consolidation time.

On self-weight consolidation it was pointed out that the law of similitude cannot be recognized concerning consolidation time in proportion to depth of clay and it was shown that there are some conditions for stability for calculations used in the finite difference method.

#### 概要

この報告は、通常行なわれる一次元圧密のうち、多層地盤の圧密および自重圧密について数値解析を行ない、従来多用されている簡略計算法の問題点について検討したものである。

その結果、多層地盤の圧密に関しては、層順序の変化が圧密時間に大きく影響し、層厚換算法などの簡略計算法を用いると大きな誤差を生じる場合もあることが分かった。

自重圧密に関しては、従来言われているように圧密時間に関する層厚2乗則が成立せず、層厚が大きいほど速く圧密が進行することを確認した。また、自重圧密では、幾つかの差分計算上の安定条件が存在するので注意を要することが判明した。

なお、この研究は大阪市港湾局発注の大坂北港海底地盤改良実験工事を実施するにあたり、厳密な解析を行なうべく前報（その1）を含めて同局木山正明氏のご協力、ご指導を得て研究を進めたものである。

#### 1. まえがき

粘土層が厚く堆積している海底軟弱地盤は、一般に含水比が高く、盛土などにより載荷を行なうと、圧密沈下量が極めて大きくなり圧密に伴う土性の変化、層厚の変化の影響などが圧密沈下の予測においては無視できない状況になる。特に臨海部の埋立地、沖合人工島などで旧海底地盤上にしゅんせつ粘土で埋立てを行なった場合には、旧海底地盤の圧密沈下に加えて埋立土の沈下も加わ

ることになるため、沈下解析上むずかしい問題を生ずる。すなわち、土性が深さ方向に複雑に変化する多層地盤の圧密問題や、しゅんせつ粘土が極めて高含水比のため自重の影響が無視できない自重圧密問題などである。

ところで、筆者らは大阪北港で行なわれた海底地盤改良工事<sup>1)</sup>を契機として解析手法の検討<sup>2)</sup>、また地盤状態に応じた適切な土質定数の検討<sup>3)</sup>など精度の良い沈下解析に着目した研究を進めている。このうち前報<sup>2)</sup>では、単純なモデル地盤による数値解析結果を基に、複雑な土

質条件、境界条件を持つ圧密問題に対する基本的な検討結果を示した。

この報告は、前述のような地盤を対象とした具体的な沈下問題のうち、従来簡略計算法を用いて沈下検討を行なうことの多い一次元圧密解析の多層地盤の圧密解析、および自重圧密解析を取り上げて数値解析を行ない、多層地盤における簡略計算法の問題点、自重圧密における層厚の影響、さらに差分式を用いた数値計算で考慮すべき問題点について検討したものである。

## 2. 圧密方程式および境界条件

前報では、Terzaghi, 三笠, Barron それぞれの圧密方程式に基づく解析手法を検討したが、ここでは、一次元圧密解析における多層地盤問題と自重圧密問題を検討するため、圧密中の  $m_v$ ,  $k$  の変化、層厚の減少、 $C_v$  値の変化、および自重を考慮した三笠の圧密方程式<sup>4)</sup>(1)を用いた。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \zeta^2 \left\{ C_v \frac{\partial^2 \zeta}{\partial Z_0^2} + \frac{dC_v}{d\zeta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial Z_0} \right)^2 - \frac{d}{d\zeta} (C_v m_v r') \frac{\partial \zeta}{\zeta Z_0} \right\} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\zeta$  は圧密比 ( $= f_0/f$ )、 $Z_0$  は原始座標、 $m_v$  は体積圧縮係数、 $r'$  は浮力を考慮した粘土の単位体積重量である。

式(1)を用いた多層地盤の解析は、各層の境界条件で有効応力、および間げき水の流速の連続条件を満足させながら各層に式(1)を適用して各層ごとの境界値問題として扱った。なお解析は、差分式を用いた数値解析により行なった。

## 3. 多層地盤の圧密解析

### 3.1. 計算モデル

一般に厚く粘土が堆積している地盤は、圧密特性が異なる幾つかの層から構成される、いわゆる層状地盤を形成していることが多い。

このような地盤に対して 一次元圧密の沈下を検討 する場合、計算の複雑さ、 計算に必要な労力を考え	f-logP関係(tf/m <sup>2</sup> )		$C_v(m^2/day)$
	A層	B層	
	$f = 3.4 - 0.8 \log P$	"	0.003
			0.012

表-1 圧密特性

モデル番号	1	2	3	4	5	6	7
地盤構成							
B層の占める割合	1/2	1	3/4	1/3	1/4	0	
荷重条件	初期荷重 $P_a = 1tf/m^2$	最終荷重 $P_f = 10tf/m^2$					

凡例 □: A層 ■: B層

表-2 地盤条件および荷重条件

て実用的には略算法を用いるのが現状である。しかし、その略算法によって得られる結果は、層状地盤として厳密に計算した結果に比べて大きな誤差が生ずることが、層の厚さが等しい簡単な2層地盤の試算結果を用い三笠により指摘されている。ここでは、より具体的な地盤条件に対して略算法の結果を検討するため、2層地盤の構成割合を変化させたモデル地盤を設定し、試算検討を行なった。

表-1にモデル地盤の圧密特性を示す。A層、B層は  $f-\log P$  関係が同じで  $C_v$  値が異なる地盤、すなわち体積圧縮係数  $m_v$  が等しく透水係数  $k$  が異なる地盤である。A層は、通常の粘土として大阪南港粘土の代表  $f-\log P$  関係を用い、またB層は遷移領域にあたる砂質粘土を想定したものである。

表-2に地盤条件および荷重条件を示す。モデル1, 2は、A, B層の順序を変えたモデルである。また、モデル3~7は、A層とB層の構成の割合を変化させたモデルである。実際の地盤は、両面排水の場合が多く、ここでは対象地盤の両面排水とした。

また、ここで比較のために用いた層厚換算法は、各層の層厚  $H_i$ 、圧密係数  $C_{vi}$  の多層地盤を任意に選んだ基準の圧密係数  $C_{vo}$ 、層厚  $H'$  の一様な地盤に換算して圧密の進行を検討する方法で、換算層厚  $H'$  は、式(2)で求められる。

$$H' = \sum H_i \sqrt{\frac{C_{vo}}{C_{vi}}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

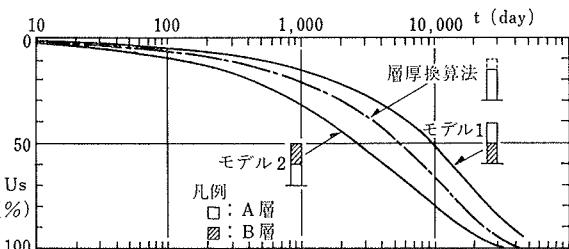
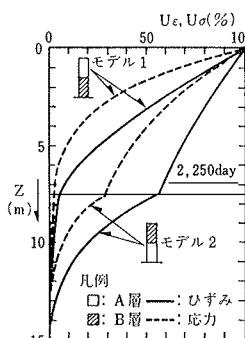
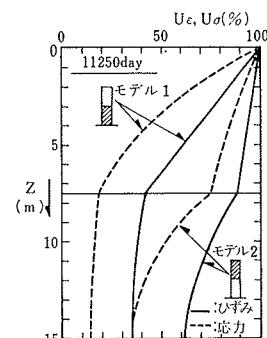


図-1 時間一圧密度曲線（モデル 1, 2）

図-2 等時線（モデル 1, 2  $t=2,250$  days）図-3 等時線（モデル 1, 2  $t=11,250$  days）

### 3.2. 計算結果

図-1は、モデル1, 2の時間一圧密度曲線で、換算層厚法の結果も併せて示した。圧密の進行は大きく異なり、排水面にB層があるモデル2の方が速い。換算層厚法の結果は、モデル1, 2とも同じ曲線で表わされ、多層地盤として求めた結果の中間にある。

図-2, 3は、モデル1, 2のひずみ、および有効応力の等時線である。両等時線とも、時間一圧密度曲線と同様、モデル2の圧密が速く進行している。

図-4は、排水面に $C_v$ 値が大きいB層が接している場合にB層の厚さを変えた時間一圧密度曲線である。排水面にB層があるモデルは、圧密初期の曲線は一致しているが、時間の経過に伴い、各モデルの圧密度が異なりB層が厚い程、圧密の進行は速い。図-5に示した等時線においても図-4と同様の傾向がある。

表-3は、各モデルごとの換算層厚法による圧密時間

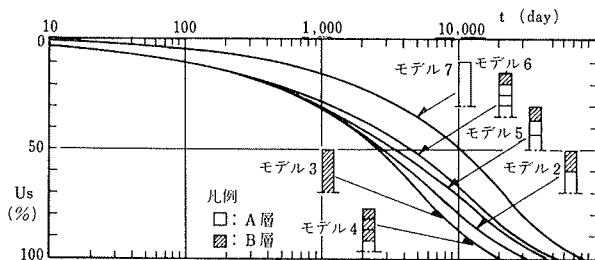


図-4 時間一圧密度曲線 (モデル2, 3, 4, 5, 6, 7)

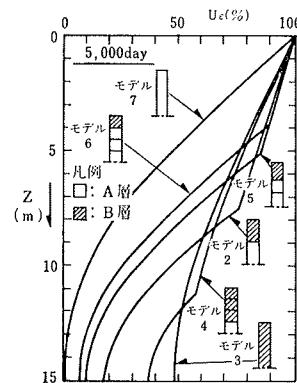


図-5 等時線 (モデル2, 3, 4, 5, 6, 7)

$(t_{50}, t_{90})$ と多層地盤として厳密に解析した結果とを比較したものである。表に示した4ケースを考えた場合、 $t_{50}$ で1.6~2.2倍、 $t_{90}$ で1.2~1.5倍程度の差が生じた。

以上のことより、換算層厚法は圧密定数や層順序の変化により、圧密時間、各深度の圧

密度の評価に対して大きな誤差を生じる場合もあるので注意を要する。

### 4. 自重圧密の解析

#### 4.1. 自重が圧密沈下速度に及ぼす影響

自重の影響は、式(1)の右辺第3項で表わされているが、 $\partial\zeta/\partial Z_0$ の符号によりその効果は異なる。すなわち通常、 $d(m_v r')/d\zeta$ は負となることから、 $\partial\zeta/\partial Z_0 > 0$ の場合式(1)の右辺第3項により圧密は速くなり、また、 $\partial\zeta/\partial Z_0 < 0$ の場合は圧密は遅くなる。ここでは例として図-6に上載荷重の有無による自重圧密の圧密過程の計算結果を示した。上載荷重が無い場合(自重のみの場合)、 $\zeta$ は全範囲で深さに対して単調増加し、常に $\partial\zeta/\partial Z_0 > 0$ となる。一方、上載荷重がある場合には、その表面付近で $\partial\zeta/\partial Z_0 < 0$ となり、その結果表面付近では圧密は遅くなる。

#### 4.2. 差分解の安定条件の検討

差分を用いた数値解析では、適切な差分間隔の大きさを選ばないと解が発散して得られなかつたり、解が得られても多くの計算時間を要してしまうことが知られている。自重の影響および $C_v$ の変化を考慮しない場合の差分解の安定条件については、高田<sup>7)</sup>により示されているが、自重

密の影響が大きい軟弱地盤については、その安定条件を満足しただけでは解は安定しないことがあり、その場合の安定な差分間隔は経験により決定しているのが現状である。以下では、上述のように自重の影響が異なる $\partial\zeta/\partial Z_0$ の符号が正負の場合に分けて、先に示した上載荷重の有無を例にとり差分解の安定条件を検討する。なお、以下の検討では、 $C_v$ 値一定の条件とし、式(1)の差分式としては、式(3)を用いた。

$$\Delta\zeta = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4Z_0^2} \left\{ (\zeta_{i+1} - 2\zeta_i + \zeta_{i-1}) - \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{d\zeta} (m_v r') (\zeta_{i+1} - \zeta_{i-1}) \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

4.2.1.  $\partial\zeta/\partial Z_0 > 0$ (自重のみ)の場合 計算例として、図-7に図-6でモデル8の計算結果を示す。計算条件は、表-4に示した。Case 1ではまず1回目の計算で $\zeta_1$ が下端の境界値より大きくなり、その後繰返し計算ごと

モ デ ル 番 号	4	2	5	6
地 盤 構 成				
全層に占めるB層の割合	3/4	1/2	1/3	1/4
圧密時間	$(t_{50})$ 換算層厚法/( $t_{50}$ )	1.6	2.2	2.0
	$(t_{90})$ 換算層厚法/( $t_{90}$ )	1.5	1.5	1.3

但し □: A層 ■: B層

表-3 換算層厚法による圧密時間

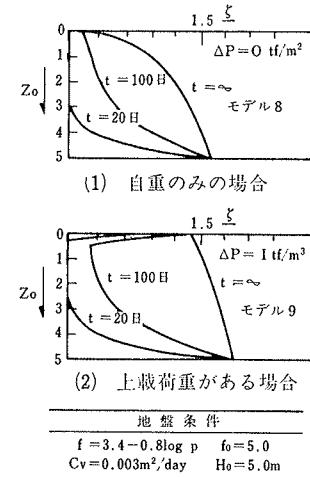


図-6 自重圧密過程

にその値は増幅されオーバーフローに至った。一方、Case 2 は 1 回目の計算で  $\zeta_1$  が下端の境界値より小さく、その後も安定した解が得られた。この結果より、1 回目の時間差分間隔  $\Delta t$  後の計算結果で差分解の安定性が判定できるものと考えて、1 回目の時間差分間隔  $\Delta t$  後の差分式を展開すると式(4)が得られる。すなわち、式(3)に  $\zeta_{i-1} = \zeta_i$ ,  $\zeta_i = \zeta_{i+1} = 1.0$  を代入すると、式(4)が得られる。

$$\Delta\zeta = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4Z_0^2} (\zeta - 1) \left\{ 1 - \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{d\zeta} (m_v \gamma') \right\} \dots\dots\dots(4)$$

式(4)で  $\zeta_1$  が下端の境界値を上まわらない条件を与えると、安定定数  $\alpha'$  は次式で示される。

図-7 下部境界付近の発散

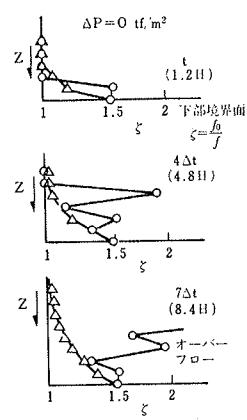


表-4 計算条件

$$\alpha' = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4Z_0^2} < \frac{1}{1 - \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{d\zeta} (m_v \gamma')} \dots\dots\dots(5)$$

ところで式(1)で、 $C_v$  値を一定とし、また自重の影響を無視した場合の差分解の安定条件は、すでに式(6)で示されており式(5)が自重項を考慮したものとなっていることが分かる。

$$\alpha = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4Z_0^2} < \frac{1}{2} \dots\dots\dots(6)$$

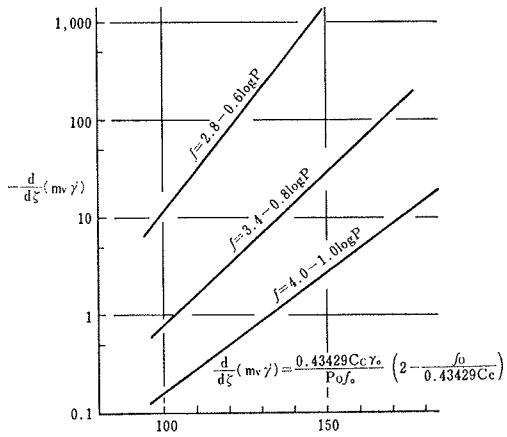
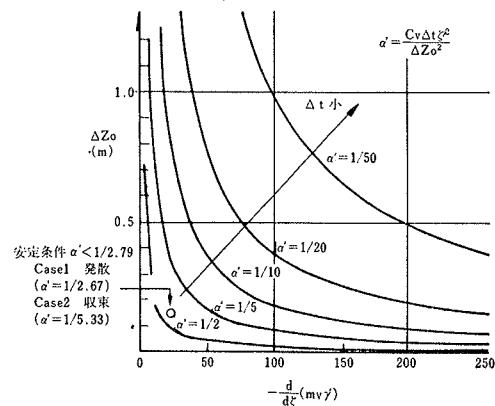
ところで、 $d(m_v \gamma')/d\zeta$  の値は、圧密特性 ( $f-\log P$  関係)、および  $\zeta$  の値により変化する値であるが圧密初期段階、すなわち  $\zeta=1$  の場合には式(7)で表わされる。

$$\frac{d}{d\zeta} (m_v \gamma') = \frac{0.43429 C_c \gamma'_0}{P_0 f_0} \left( 2 - \frac{f_0}{0.43429 C_c} \right) \dots\dots\dots(7)$$

図-8 には、幾つかの  $f-\log P$  関係に対応する  $d(m_v \gamma')/d\zeta - \omega$  関係を示した。

図-9 は、 $d(m_v \gamma')/d\zeta$  と  $\Delta Z_0$  の関係で式(5)を示したものである。 $-d(m_v \gamma')/d\zeta$  が大きいほど、すなわち同じ粘土であれば、含水比が高いほど小さい安定定数が必要であることを示している。

**4.2.2.  $\partial\zeta/\partial z_0 < 0$  (上載荷重あり) の場合** 計算例として図-10に図-6に示したモデル 9 の計算結果を示す。また計算条件は表-5に示した。Case 3 ではまず 1 回目の計算で  $\zeta_1 < 1$  を示し、その後、繰返し計算ごとに増幅されオーバーフローに至ったことが示されている。一方 Case 4 では 1 回目の計算で  $\zeta_1 > 1$  となりその後も安定した解が得られた。そこで先に述べた自重のみの場合

図-8  $\frac{d}{d\zeta} (m_v \gamma') - \omega$  関係図-9  $\frac{\partial\zeta}{\partial z_0} > 0$  の場合の安定条件

と同様、1 回目の時間差分間隔  $\Delta t$  後の計算に着目し、式(3)を展開すると式(8)が得られる。

$$\Delta\zeta = \frac{C_v \Delta t \zeta^2}{4Z_0^2} (\zeta - 1) \left\{ 1 + \frac{\Delta Z_0}{2} \frac{d}{d\zeta} (m_v \gamma') \right\} \dots\dots\dots(8)$$

式(8)で  $\Delta\zeta > 0$  の条件を代入すると式(9)が得られる。

$$\Delta Z_0^* < -\frac{2}{d(m_v \gamma')/d\zeta} \dots\dots\dots(9)$$

式(9)より粘土の初期状態だけで一義的に差分解の安定のために必要な最大空間差分間隔 ( $\Delta Z_0$ ) が時間差分間隔 ( $\Delta t$ ) に関係なく決定され、それよりも大きな空間差分間隔では、差分解が得られないことを示している。

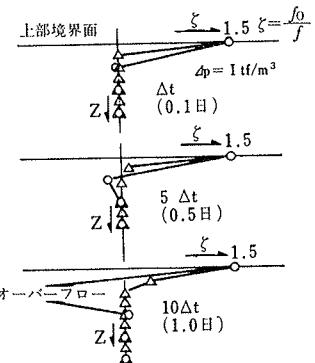
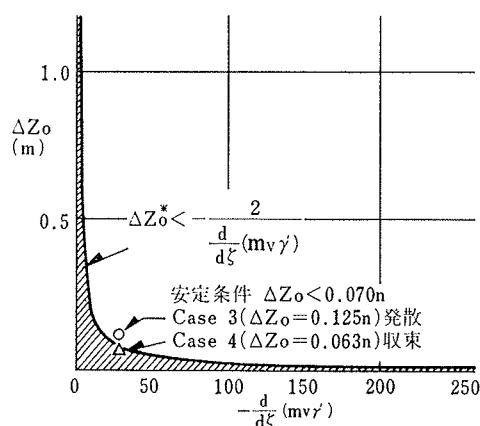
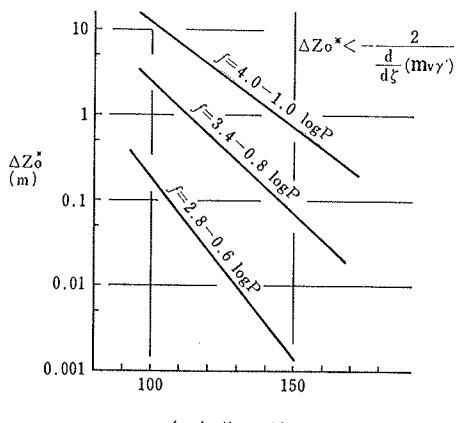


図-10 上部境界付近の発散

図-11は、式(9)を図に表わしたものである。また図-12には、幾つかの  $f-\log P$  関係に対する  $\Delta Z_0^* - \omega$  関係を示した。

	$\Delta Z_0$	$\Delta t$	凡例
Case 3	0.125m	0.1日	○
Case 4	0.063m	0.05日	△

表-5 計算条件

図-11  $\frac{\partial \zeta}{\partial z_0} < 0$  の場合の安定条件図-12  $\Delta Z_0^* - \omega$  関係

#### 4.3. 自重圧密の解析例

図-13は、前述の安定条件を満足させて計算した上載荷重のない場合の自重圧密計算例で、時間係数一圧密度の関係で沈下曲線を表わしたものである。計算結果は、途中でオーバーフローすることなく安定した解が得られている。計算モデルは、初期状態が同じで粘土層厚が、4 m, 8 m と異なる地盤を用いた。図より両者の沈下曲線は一致せず、層厚が大きい方が速く圧密が進行する結果となっており、自重圧密問題では圧密時間に関する層厚2乗則が成立せず、層厚が大きいほど層厚2乗則より

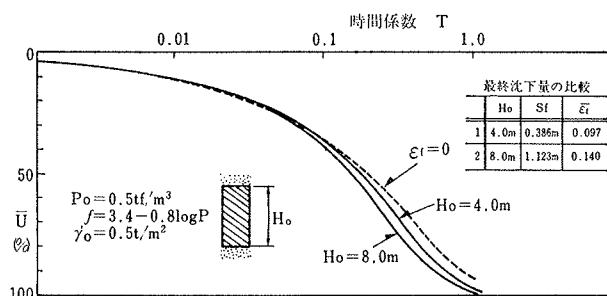


図-13 時間係数一圧密度曲線

得られる圧密時間より速く圧密が進行することが分かる。

#### 5. まとめ

この報告では、通常行なわれる一次元圧密解析のうち多層地盤の圧密、および自重圧密について差分法を用いた数値解析を行ない、従来多用されている簡略計算法の問題点について検討した。

その結果、多層地盤の圧密に関しては①圧密係数  $C_v$  が大きい層の位置が排水面に近いほど圧密は速く進行する、②換算層厚法は、圧密定数や層順序の変化により大きな誤差を生じる場合もあり注意を要することを示した。

また、自重圧密に関しては、①層厚が大きいほど圧密時間に関する層厚2乗則より得られる時間より速く圧密が進む、②高含水比の粘土ほど差分計算上の安定条件は、従来の条件に比べてより細かい差分間隔を与える条件が必要となる。本文では、その基本的な関係について安定条件を誘導した。

今後は、圧密沈下解析手法をさらに実地盤の沈下解析、室内試験の解析に用い、より精度の高い圧密沈下解析を進めたい。

#### 謝 辞

大阪北港海底地盤改良工事にあたっては、大阪市港湾局 佐々木伸局長、木山正明係長、その他関係各位のご指導を頂いた。ここに記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 木山、佐々木: 板状ドレーンと小口径パックドレンを用いた海底軟弱地盤の改良実験、土木学会第39回年次学術講演会概要集第3部、(昭和59.10), pp. 309~310
- 2) 西林、細谷、小日向、高橋: 圧密沈下解析手法に関する研究(その1), 大林組技術研究所報, No. 31, (1985), pp. 104~108
- 3) 木山、細谷、高橋: 長尺なバーチカルドレーンを用いた海底軟弱地盤改良工事における沈下予測と実際、第31回土質工学シンポジウム、(1986), pp. 131~136
- 4) 三笠: 軟弱粘土の圧密、鹿島出版会
- 5) 土質工学会: 土質工学ハンドブック、技報堂
- 6) 三笠: 不均等地盤と過圧密粘土の圧密計算法について、土木学会第34回年次学術講演会概要集第3部、(昭和54.10), pp. 88~89
- 7) 高田: 軟弱粘土の自重圧密の数値解析、土木学会論文報告集, No. 334, (1983.6), pp. 113~121