

# 有效応力法に基づく地盤のモデル化と液状化解析

平間 邦興 烏井原 誠  
松本 伸

## Analysis of Liquefaction by Effective Stress Method

Kunioki Hirama Makoto Toriihara  
Shin Matsumoto

### Abstract

Effective stress analysis, which also covers generation and dissipation of pore water pressure, is becoming the mainstream of liquefaction analyses of sand deposits. A number of techniques have recently been reported for these analyses. However, these techniques involve numerous problems and are not yet practical. They are very complex and differ greatly, and also require too many soil constants. Moreover, laboratory testing methods for obtaining these soil constants have not yet been established.

Two techniques which have been investigated are described in this report. One is the method of Finn et al., and the other is the method of Ishihara et al. Soil constants were obtained by laboratory testing, upon which liquefaction analyses were performed on the same model ground under identical input conditions for comparison studies.

### 概要

砂地盤の液状化解析手法は、液状化過程における間隙水圧の蓄積・消散を考慮した有効応力解析法が主流になりつつある。この有効応力解析法は、最近になっていくつかの手法が提案されてきてはいるが、それぞれの手法に大きな差があり、しかも、必要とする土質定数の種類も多く、それらの定数を求めるための実験手法も未だ確立したものではない、などの問題がいくつか残されており、まだまだ実用段階には至っていないというのが現実である。

この報告は、これらの有効応力解析法のうち、Finn らの手法と石原らの手法の二つを取り上げ、室内要素試験から解析に必要な入力定数を求めた後、同一モデル地盤で入力条件を同じくして、液状化解析を行ない両者の比較・検討を試みたものである。

### 1. まえがき

地盤の地震時挙動を予測するための応答解析手法は、今まで数多く提案されてきてはいるが、その大部分は、土中の間隙水圧の項を無視した全応力法に基づくものである。こういった手法は、土の持つ大きな非線型特性の一つである。せん断剛性率や減衰定数のひずみ依存性は考慮し得ても、砂地盤の液状化のように土中の間隙水圧が上昇して地盤が軟化していくような現象を説明することはできない。しかし、液状化が問題となるような地盤の場合には、土中間隙水圧の上昇量をいかに精度良く予測することができるかということが、耐震設計にとって最も重要なポイントの一つである。そのため、最近

では土中間隙水圧の変化を考慮した有効応力法に基づく解析手法が特に注目されてきている。

この有効応力解析法は、最近になっていくつかの手法が提案されてきてはいるが、それぞれの手法に大きな差があり、しかも、必要とする土質定数の種類も多く、それらの定数を求めるための実験手法も未だ確立したものではないなどの問題がいくつか残されており、まだまだ実用段階には至っていないというのが現実である。

この報告は、これらの有効応力解析法のうち、Finn<sup>1)</sup> らの手法および石原<sup>2)</sup> らの手法の二つを取り上げ、室内要素試験から解析に必要な入力定数を求めた後、同一モデル地盤で入力条件を同じくして液状化解析を行ない、両者の比較・検討を試みたものである。ただし、Finn ら

の手法の詳細は既報<sup>3)</sup>に譲るとして、ここでは、特に石原らの手法について詳しく述べることとする。

## 2. 解析手法および間隙水圧蓄積モデル

両解析手法とともに、土の非線型性については Hardin-Drnevich モデルで考慮し、地盤を一次元のせん断型多質点系モデルとして逐次積分法により数値計算するものである。また、間隙水圧蓄積モデルについては、Finn らが体積ひずみモデルを用いているのに対し、石原らは応力経路モデルを用いている。

### 2.1. 体積ひずみモデル

これは繰返しせん断によって生じる体積収縮特性と除荷による体積膨張特性から、土中に発生する間隙水圧を次式で表現するモデルである。

$$\Delta u = \bar{E}_v \cdot \Delta \varepsilon_{vd} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $\Delta u$ : 間隙水圧モデル、 $\bar{E}_v$ : 一次元除荷係数、

$\Delta \varepsilon_{vd}$ : 体積ひずみ増分

$$\Delta \varepsilon_{vd} = C_1(\gamma - C_2 \varepsilon_{vd}) + \frac{C_3 \varepsilon_{vd}^2}{\gamma + C_4 \varepsilon_{vd}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $\gamma$ : せん断ひずみ(%)、 $\varepsilon_{vd}$ : 体積ひずみ(%)、

$C_1 \sim C_4$ : 定数

### 2.2. 応力経路モデル

これは飽和砂が非排水状態で繰返し載荷を受けた時の応力経路を表現するモデルであり、応力振幅一定の場合には図-1 のようになる。

初期に  $\sigma_{m'0}$  で等方圧密された土の応力状態はポイント 1 にある。この土に力を加えると、塑性変形と間隙水圧上昇が起り、応力状態はポイント 2 へ移行する。同時に降伏曲線も、原点とポイント 2 を結んだ直線にシフトする。曲線 1~2 は次式で示す放物線で近似する。

$$\sigma_{m'} = m - \frac{B_p'}{m} \tau^2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $m$ : 放物線の位置を定めるパラメータ

$B_p'$ : 間隙水圧上昇特性を決定する定数

ポイント 2 から 3 への除荷過程は次式で近似される。

$$\Delta \sigma_{m'} = -B_u' \left( \frac{\tau}{\sigma_{m'0}} - \frac{\tau_m}{\sigma_{m'0}} \right) \left( \frac{\sigma_{m'}}{\sigma_{m'0}} - \kappa \right) \Delta \tau, \quad \sigma_{m'} \geq \kappa \sigma_{m'0}$$

$$\Delta \sigma_{m'} = 0, \quad \sigma_{m'} < \kappa \sigma_{m'0} \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $B_u'$ : 間隙水圧上昇特性を決定する定数

$\tau_m$ : 直前に受けた最大せん断応力

$\kappa$ : 定数 (一般には 0.06)

ポイント 3 から 4 への逆載荷過程は式(3)で表わされ、その後のポイント 4 から 5 への除荷過程は式(4)で表わされる。こうして 1 サイクルが終了する。2 サイクル目はポイント 5 から始まり、降伏曲線 0~2 と交わるポイント 6 までは式(4)で表わされ、その後のポイント 7 までは

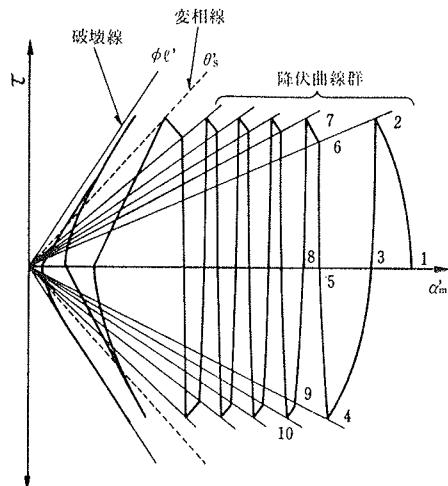


図-1 応力経路モデル

式(3)で表わされる。この過程で、降伏曲線は原点とポイント 7 を結んだ直線にシフトする。以下、同様にして応力経路が式(3), (4)で表わされていく。

間隙水圧が上昇して応力経路が図-1 の変相線に到達した以降は、載荷過程は次に示す双曲線で、除荷過程は変相線の位置における双曲線の接線で表わされる。

$$\left( \frac{\sigma_{m'}}{m} \right)^2 - \left( \frac{\tau}{m \tan \phi'_t} \right)^2 = 1.0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 $\phi'_t$ : 内部摩擦角

## 3. 試験結果

### 3.1. 体積ひずみモデル

このモデルで必要とする各種定数を設定するために、相対密度  $D_r = 45, 60, 80\%$  鬼怒川砂を用いて、動的中空ねじりせん断試験機によるひずみ振幅一定排水繰返しせん断試験と、一次元の圧縮・徐荷試験を行なった。(使用した砂の物性や、各種定数の設定法についての詳細は既報<sup>3)</sup>を参照されたし。)

図-2, 3 は試験結果と計算結果の対比である。

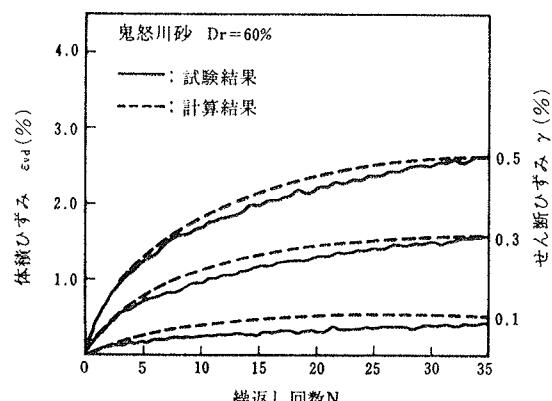
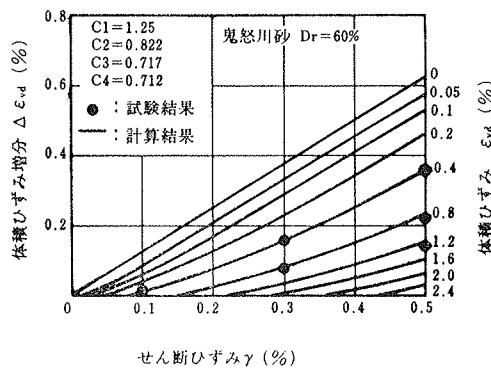


図-2 体積ひずみモデル ( $\varepsilon_{vd} \sim N$ )

図-3 体積ひずみモデル ( $\Delta \varepsilon_{vd}$ ~ $\gamma$ ~ $\varepsilon_{vd}$ )

### 3.2. 応力経路モデル

このモデルを設定するため、前項と同様の砂を用いて振動三軸試験機による応力振幅一定非排水繰返しせん断試験を行なった。相対密度は45, 60, 80%の3種類、せん断応力振幅はそれぞれの相対密度ごとに3種類である。

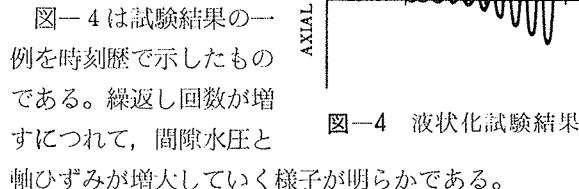


図-4 液状化試験結果

図-5(a), 6(a)は相対密度60%の場合の試験結果を応力経路で示したものである。図-5(a)はせん断応力振幅0.358 kgf/cm<sup>2</sup>, 図-6(a)はせん断応力振幅0.397 kgf/cm<sup>2</sup>の場合である。せん断応力振幅が大きくなるほど、間隙水圧の上昇が大きく、応力経路が速やかに左方へ移動する傾向が明確である。これらの試験結果を式(3)~(5)で表現しようとするのが応力経路モデルであり、そのためには式(3)~(5)で用いられる各種の定数を決定していくなければならない。

(1)  $B_p'$  の決定 最初の1サイクル中に発生する間隙水圧の上昇量から式(3)に出てくる定数  $B_p'$  を決定することができる。

(2)  $B_u'$  の決定 計算時に完全液状化に至る繰返し回数が試験結果と一致するように式(4)に出てくる定数  $B_u'$  を決定する。具体的には、 $B_u'$  を適当に仮定した試計算を繰返すことによって、試験結果と最も合う値を求めていくこうとする方法である。

(3)  $\theta_s'$  の決定 図-5, 6の試験結果をみると、2波目以降は、ほぼ等しい間隔で1波ごとに間隙水圧が

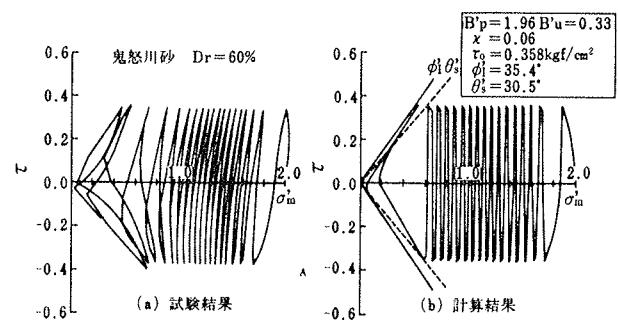


図-5 応力経路モデル（試験結果と計算結果の比較）

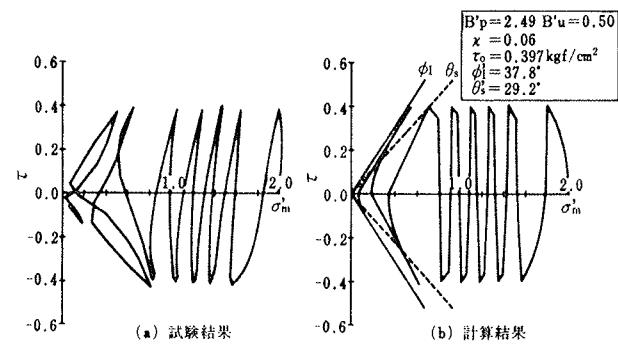
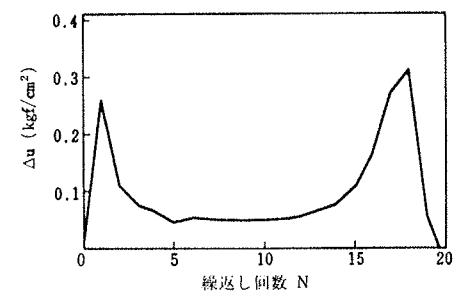


図-6 応力経路モデル（試験結果と計算結果の比較）

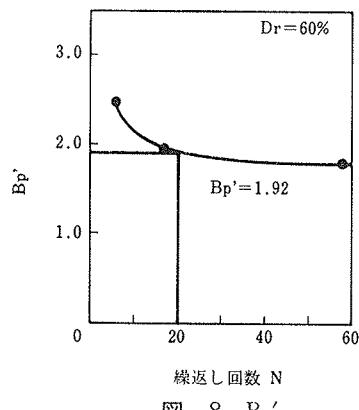
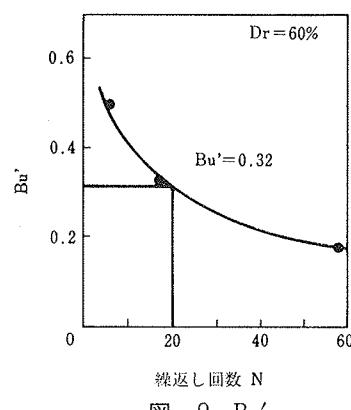
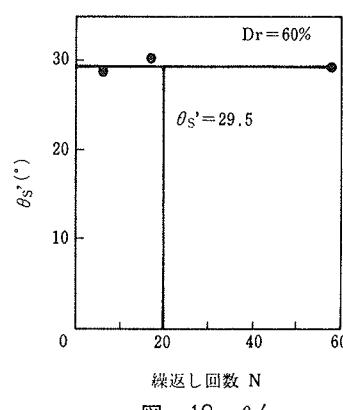
上昇しているが、ある点を過ぎるとその上昇量が急に大きくなっている様子がうかがえる。このことを、もつと分かりやすくするために

図-7  $\Delta u$ ～～繰返し回数

に、1波ごとの間隙水圧の増分と繰返し回数の関係を示したのが図-7である。この図から、間隙水圧増分には二つのピークが存在することが明らかである。一つは第1波目であるが、二つ目が応力経路が変相線に到達した直後を示しているのである。このことより、変相線の角度  $\theta_s'$  を決定することができる。

(4)  $\phi_l'$  の決定  $\phi_l'$  は低拘束圧下での砂の内部摩擦角として定義されるが、今回は図-5, 6の試験結果で応力経路が最終的に繰返される部分の包絡線として  $\phi_l'$  を決定した。

上述の手法で決定した各種の定数を用いて、今回の試験結果を応力経路モデルで計算した結果が、図-5(b), 6(b)である。応力経路が完全液状化に近づくと、やや両

図-8  $B_p'$ 図-9  $B_u'$ 図-10  $\theta_s'$ 

者の中には差がみられるものの、全体的な傾向としては概ね良い対応を示しているといえよう。

#### 4. 解析結果

表-1は今回解析に用いた仮想地盤の土質定数である。基盤がGL-50 mにある砂地盤で、上から相対密度が45%, 60%, 80%の3層からなり、自然地盤の場合と同様に上層になるほど緩い状態になるようにした。ここに示した土質定数は、透水係数以外は、すべて室内要素試験によって求めたものである。透水係数は、使用した砂の粒度特性から推定した値を用いている。

間隙水圧蓄積モデルの内、体積ひずみモデルで必要とする各種の定数は既報<sup>3)</sup>で紹介しているので、今回は応力経路モデルに関する定数のみを示している。これら定数の求め方は前節で述べたが、図-5, 6の例でも分かるように同じ相対密度の砂でもせん断応力振幅が異なると、その値がやや異なっている。しかしながら、これらの値は、それぞれの砂固有の値となるべきものであるから、最終的にその値を決定するために以下のような整理を試みた。

図-8, 9, 10は、 $B_p'$ ,  $B_u'$ ,  $\theta_s'$ を各せん断応力比で完全液状化に至るまでの繰返し回数に対してプロットしたものである。 $B_p'$ ,  $B_u'$ は上述の繰返し回数が多くなるほど（せん断応力振幅が小さくなるほど）低下する傾向が明らかであるが、 $\theta_s'$ はほぼ一定のようである。一般に、液状化強度は完全液状化に至る繰返し回数を20回としてその強度を定義しているので、今回も図-8~10の試験結果から繰返し回数が20回に対応する値を、解析に使用する定数として採用することとした。

こうして設定した仮想地盤に、基盤から El-Centro 地震波（1940年）を 80 gal で入力し、解析した結果が図-11~15である。

図-11は最大間隙水圧比、図-12は最大応答加速度の深度分布を示したものである。図-12は有効応力解析結

深さ (m) ▽	層 区分	相 対 密 度 (%)	Go (t/m <sup>2</sup> )	$\tau_o$ (t/m <sup>2</sup> )	$\rho_t$ (t/m <sup>3</sup> )	e	k (m/sec)	Ko	$m_v$ (m <sup>2</sup> /tf)	$B_p'$	$B_u'$	$\theta_s'$	
10	1	45	3250	2.70	1.89	0.900	$\times 10^{-4}$	1.50	$\times 10^{-3}$	1.44	2.30	0.45	26.5
	2		45										
	3		5640	4.68									
	4												
30	5	60	8880	6.55	1.92	0.834	$\times 10^{-4}$	1.50	$\times 10^{-4}$	3.82	1.92	0.32	29.5
	6		60										
	7		11690	8.62									
	8												
50	9	80	14940	12.34	1.97	0.746	$\times 10^{-4}$	1.50	$\times 10^{-4}$	2.55	1.97	0.175	29.5
	10		17050	14.08									
	11												
	12												
13													

表-1 土質定数

果の他に、間隙水圧を考慮しない全応力解析結果も併せて示している。

図-11の最大間隙水圧比の結果をみると、いずれの解析法でも浅層で液状化が生じており、全体的にはほぼ同様の傾向を示しているが、GL-10~20 mでFinnらの解析法の方が石原らの解析法よりもやや大きな間隙水圧を示している。この違いは、図-12で全応力解析による最大応答加速度が両解析法とも同様の結果になっていることからも、それぞれの間隙水圧蓄積モデルの相異によるものが大きいと考えられる。

図-12の最大応答加速度の結果をみると、両解析法とも有効応力解析の方が全応力解析に比べて、応答加速度が小さくなっていることが明らかである。また、有効応力法による両解析結果を比較すると、Finnらの解析法の方が全層にわたってやや大きな応答加速度を示している。これも、間隙水圧の蓄積過程の違いが影響していることはいうまでもない。

図-13は完全液状化に至った2層目で得られた間隙水圧比と加速度の時刻歴を示したものである。Finnらの解析法の方が間隙水圧の上昇がやや速い傾向にあるが、

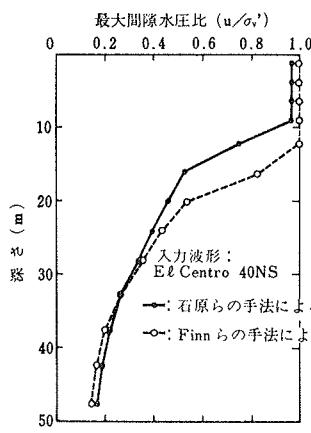


図-11 最大間隙水圧比

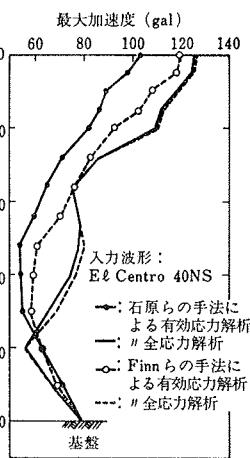


図-12 最大応答加速度

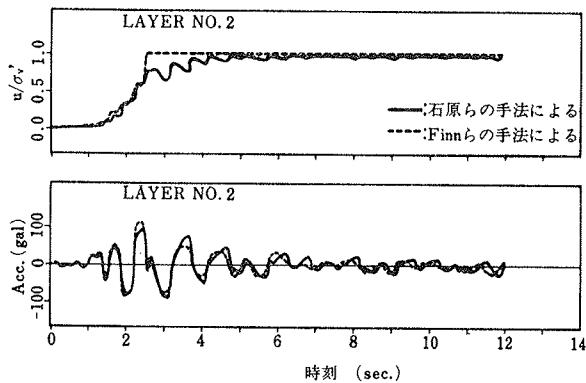


図-13 間隙水圧比、応答加速度

全体的には非常によく似た結果となっている。

図-14, 15は、石原らの手法による解析で得られた応力～ひずみ関係と応力経路を参考のため示したものである。

以上に述べてきたように、今回、全く異なる二つの解析手法の比較・検討を行なったが、その入力定数さえ厳密に設定してやれば、ほぼ似たような解析結果が得られることが明らかとなった。まだ限られた条件での計算結果が得られたにすぎないが、今後、こういった検討を積み重ねることによって、各種解析手法の問題点の把握や、耐震設計の信頼性向上が可能となるであろう。

### 謝 辞

本解析を行なうにあたり、東京大学・石原教授には大変お世話になりました。また、この研究を進めるにあた

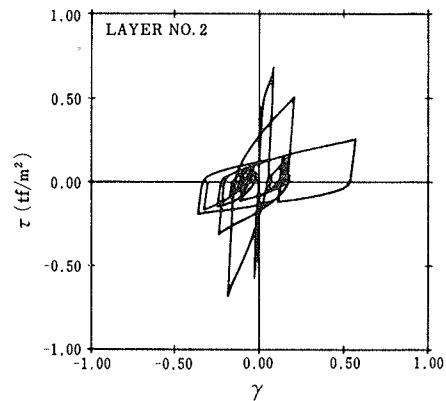


図-14 応力～ひずみ（石原らの手法による）

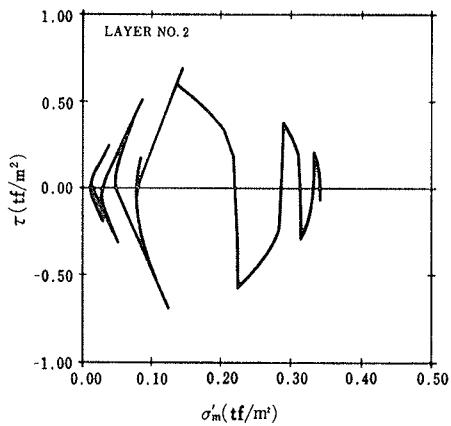


図-15 応力経路（石原らの手法による）

って、法政大学卒論生・長友 誠君に実験などを手伝つて頂きました。記して、深く感謝の意を表します。

### 参考文献

- 1) Finn, W. D. L., Lee, K. W., Martin, G. R.: An Effective Stress Model for Liquefaction, Proc. ASCE, GT 6, (1977), pp. 517~533
- 2) Ishihara, K., Towhata, I.: One-dimensional Soil Response Analysis during Earthquake Based on Effective Stress Method, Journal of the faculty of Engineering, University of Tokyo(B), Vol. 35, No. 4, (1980)
- 3) 平間・鳥井原・松本: 間隙水圧の蓄積・消散を考慮した液状化解析について(その2), 大林組技術研究所報, No. 33, (1986), pp. 7~11