

弾性変形を考慮した基礎と地盤との動的相互作用に関する基本的検討

栗本 修 安井 譲
伊藤 雅保 武田 寿一

Basic Study on Dynamic Soil-Structure Interaction Considering Flexibility of Foundation

Osamu Kurimoto Yuzuru Yasui
Masayasu Ito Toshikazu Takeda

Abstract

It is a reasonable assumption that the foundation of an actual structure is rigid when the stiffness of ground is much smaller than that of the foundation. However, an adequate accuracy will not be obtained under such an assumption as the stiffness of ground is comparable to that of the foundation. A parametric study was performed on soil-structure interaction considering flexibility of foundation using a hybrid approach analysis method which consists of the elastic wave theory and the finite element method. The following were obtained as results. (1) The flexibility of the foundation has a larger influence on vertical and rotational impedance functions than horizontal. (2) The coupling term such as horizontal component when vertical load is applied has little influence on the static impedance function. The frequency dependency of the impedance function differs very much with flexibility of the foundation.

概 要

基礎と地盤の動的相互作用問題を扱う際に、構造物の基礎を剛体と仮定することは基礎剛性に比較して地盤剛性が非常に小さい場合には工学的に妥当と考えられる。しかしながら、構造物の振動試験において基礎の弾性変形が見られた報告例もあり、この仮定が成立しない場合がある。そこで、地盤は弾性波動論に基づく手法で、基礎版は FEM でその剛性を評価する Hybrid アプローチによる解析手法を用い、基礎版の弾性変形を考慮した基礎—地盤連成系の動的相互作用についてパラメトリックに検討を行なった。その結果、次の知見を得た。

- (1) 基礎版剛性の動的ばねへの影響は、上下・回転成分に対して大きく、水平成分に対しては小さい。
- (2) 上下一水平などの連成項の影響は静的な場合にはほとんど影響がないが、基礎版剛性が小さくなると、インピーダンス関数の振動数依存性が大きく変化する。

1. はじめに

現実の構造物の基礎を剛体と仮定することは基礎剛性に比較して地盤剛性が非常に小さい場合においては工学的に妥当なことから考えられるが、この仮定が必ずしも妥当ではない場合があり、実際の構造物の起振機による強制加振試験では基礎の面外変形が見られたことを報告した研究例^{1)~3)}もある。

解析的には基礎版の剛性を考慮することにより、地盤と基礎の境界値問題は格段に難しくなるが、基礎版を地盤の剛性に対応させて分割し、離散化手法で解析するのが有効な方法である。既往の研究としては、半無限地盤の地表面上の剛性を考慮した基礎の振動特性に関する研究⁴⁾を挙げることができるが、上下・回転成分のみを扱っ

ており、水平成分に対する検討はなされていない。また、基礎の浮上りのような大変形問題を扱う場合は鉛直方向のみの釣合いを考えれば近似的には良いと考えられるが、微小変形領域における基礎版の変形を考慮する場合には、鉛直方向への変形時に加わるせん断力の効果を含めて解析する必要がある。

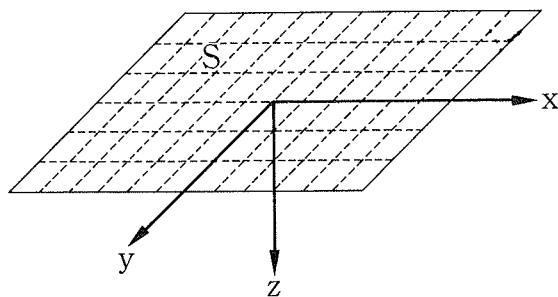
以上の考察をふまえて、本研究では基礎版の弾性変形を考慮した基礎—地盤連成系の動的相互作用について検討を行なった。

2. 解析方法（動的離散化地盤ばねの検討）

本節では、基礎版の弾性変形を考慮するための定式化について述べる。半無限等方弾性体上の弾性版の動的応答解析を行なうに際し、基礎版の剛性マトリクスは

FEMで、地盤の解析には弾性波動論から導かれる点加振解から評価する hybrid アプローチで行なった⁴⁾。

地盤の柔性マトリクスは、基礎下の地盤を小領域に分割し、小領域間の柔性は点加振解を用い、小領域内では地反力一様としてやれば求められる。この柔性マトリクスの逆行列をとれば地盤の動的剛性マトリクスが得られる。ここで、FEMで評価した基礎版の剛性マトリクスと地盤の剛性マトリクスをカップリングすれば節点変位で関連づけられた基礎版—地盤系の剛性マトリクスが得られる。この手順は、任意形状の基礎版に対して適用ができる。



図一1 基礎形状及び座標系

定式化においては、半無限等方弾性体上の弾性基礎で質量のない場合を扱う。また、定常加振問題として扱うので以下では時間項 $e^{i\omega t}$ は省略する。

基礎形状及び座標系を図一1に示す。

今、 i 点における鉛直変位を w_i 、 j 点における鉛直加振力を P_j とすると、 $i \sim j$ 間の柔性は次式で表わされる。

$$w_i = G_{ij} \cdot P_j \quad \dots\dots\dots(1)$$

G_{ij} は鉛直加振力に対する鉛直変位を表わす点加振解である。点加振解は点 $i \sim j$ 間の距離 r 、地盤のポアソン比 ν 、角振動数 ω の関数である。

領域 S を n 個の小領域 S_k ($k=1, n$) に分割し、上式を適用することにより離散化された基礎下の地盤の剛性マトリクスが得られる。ただし、小領域 S_k 内では応力一様としたときの中心変位で柔性を評価する。以上の仮定から、次の変位—力関係式が得られる。

$$\sum_{j=1}^n G_{ij} \cdot P_j = w_i \quad (i=1, n) \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 w_i : i 番目の小領域の地盤中心変位、 P_j : j 番目の小領域の加振力である。マトリクスの形で表わせば、次のようになる。

$$[G] \cdot \{P\} = \{w\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 $[G]$ は要素 G_{ij} を持つ柔性マトリクス、 $\{P\}$ 、 $\{w\}$ は各々、要素 P_j 、 w_i を持つ力及び変位ベクトルである。また、相反定理により $G_{ij} = G_{ji}$ である。

一方、基礎版は FEMにより離散化され、剛性マトリク

ス $[K]$ により節点変位ベクトル $\{w'\}$ と、荷重ベクトル $\{P'\}$ が関係づけられる。

$$[K] \cdot \{w'\} = \{P'\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

離散化された地盤の力—変位関係は要素分割された各要素の地反力と中心変位で表わされ、基礎版の力—変位関係は各要素の節点力と節点変位で与えられる。ここで、基礎版の変形と地盤の変形の適合性は、四辺形要素の場合、4頂点の平均変位で近似される。即ち、

$$w_i = (w_{i1}' + w_{i2}' + w_{i3}' + w_{i4}') / 4 \quad (i=1, n) \quad \dots\dots\dots(5)$$

となり、マトリクスで表わせば、

$$\{w\} = [T] \cdot \{w'\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 $\{w\}$ は地盤の各要素の中心変位ベクトルであり、 $\{w'\}$ は基礎版の節点変位ベクトルである。上式は地盤の動きと基礎版の動きが平均値という意味で整合性が取れていることを示している。要素分割数を n 、節点数を m とすれば、マトリクス $[T]$ は $(n \times m)$ の次元をもつ。同様に考えれば、節点力ベクトル $\{P'\}$ は各要素の頂点に作用する力を要素内で一様となるように分配された地反力ベクトルと関係づけることができる。この考え方によれば、節点力ベクトルは次式のように書くことができる。

$$\{P'\} = [T]^t \cdot \{P\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 t は転置マトリクスを意味する。以上のことから次式が導かれる。

$$\{P'\} = [{}_gK] \cdot \{w'\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここで、

$$[{}_gK] = [T]^t \cdot [G]^{-1} \cdot [T] \quad \dots\dots\dots(9)$$

$[{}_gK]$ は各節点に振り分けられた地盤の動的剛性マトリクスであり、マトリクスの次元は $(m \times m)$ であり、対称性を有する。また、各要素は複素数であり、振動数依存である。最終的に基礎版—地盤系の基本方程式は、

$$[{}_gK + K] \cdot \{w'\} = \{P'\} \quad \dots\dots\dots(10)$$

で表わされる。

以上は上下動に対する定式化であるが、水平動に対しても全く同様の手順で求められる。また、水平—上下、水平—回転などの連成項を考慮する場合には自由度として、水平・上下の2自由度を考え、(1)式と同様の形式で次式のように表わす。

$$u_i = G_{ij} \cdot P_j \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 u_i : i 番目の小領域の地盤中心の水平変位、 P_j : j 番目の小領域の鉛直加振力として、 G_{ij} に水平加振力に対する鉛直変位を表わす点加振解を採用すれば良い。

上記の定式化により得られた基礎と地盤のカップリングされた剛性マトリクスを用いて、基礎版の弾性変形を考慮した動的応答解析を行なうことができる。

3. 弾性変形を考慮した基礎と地盤との動的相互作用に関する基本的検討

本章では弾性変形を考慮した基礎と地盤との動的相互作用に関する基本的検討として以下の2項目について検討した結果を述べる。解析モデルはいずれも基礎版のみとし、インピーダンスで評価した。また、対称条件を考慮し、基礎版は1/4部分のみをモデル化した。

3.1. 基礎版剛性に関する検討

3.1.1. 解析モデル及び評価方法 基礎版は平板要素を用いてFEMでその剛性を評価する。平板要素の各節点には基礎の厚さの効果を表わすため、鉛直方向に長さ $t_f (=8\text{ m})$ の剛なロッドを設けた。平板要素の自由度は上下・回転加振に対しては $(u_z, \theta_x, \theta_y)$ の3自由度、水平加振に対しては (u_x, u_z, θ_y) の3自由度としてその

剛性を評価し、これに地盤剛性を重ね合わせて、基礎—地盤連成系の力—変位関係式が得られる。ここで、基礎版にその合力が単位の大きさになるような力(上下・水平に対しては一様、回転に対しては三角形分布の力)を

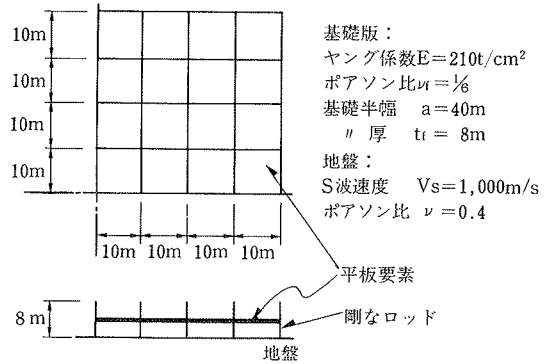


図-2 解析モデル

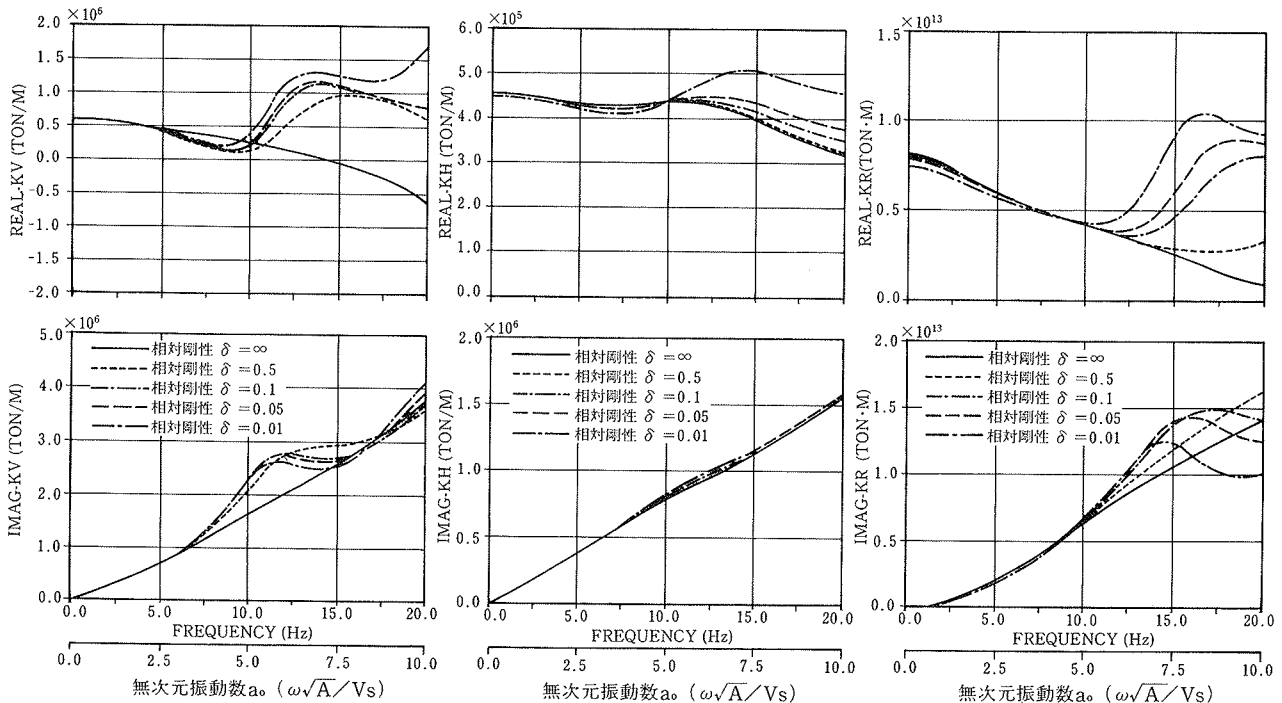


図-3 基礎版剛性の相違によるインピーダンスの比較 (連成項を無視した場合)

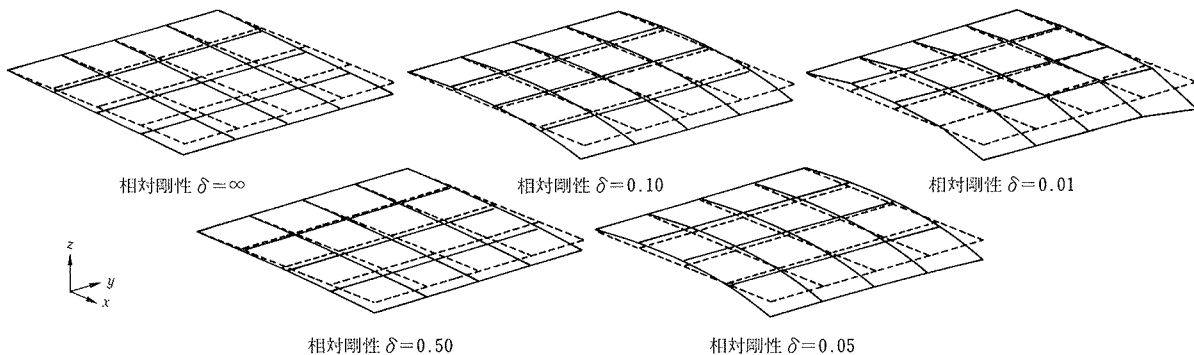


図-4 回転加振時変形モード (20 Hz 加振, 連成項を無視した場合)

与え、その応答変位を平均したものと力の総和との比をとれば平均変位評価のインピーダンス関数が得られる。

基礎版の剛性は次式に示す地盤との相対剛性を用い、パラメトリック・スタディを行なった。

$$\delta = \frac{E_f t_f^3}{G a^3 (1 - \nu_f^2)} \dots\dots\dots(11)$$

- ここに、 G ; 地盤のせん断剛性
- E_f ; 基礎版のヤング係数
- ν_f ; 基礎版のポアソン比
- t_f ; 基礎版の厚さ
- a ; 基礎版の半幅である。

解析モデルを図-2に示す。解析対象とした基礎は一辺80 mの正方形で、厚さ8 m、ヤング係数は210 t/cm²ある。地盤はS波速度1000 m/s、ポアソン比0.4とした。

3.1.2. 解析結果 基礎剛性をパラメータとした解析結果を示す。パラメータは相対剛性 $\delta = \infty, 0.5, 0.1, 0.05, 0.01$ の場合について行なった。インピーダンス解析結果を図-3に示す。図の横軸は振動数及び無次元振動数で表示した。また、変形モードの例として、20 Hzにお

ける回転加振時のものを図-4に示す。解析結果より次の事項が指摘できる。

- (1) 相対剛性が小さくなると、剛基礎に比べ、上下・回転インピーダンスは10 Hz以上で大きく変化する。水平インピーダンスではその変化は小さく、特に、虚部においてはほとんど差がみられない。
- (2) 相対剛性が小さくなると、インピーダンスの大きく変化する振動数が低振動数側に移行する。相対剛性が小さくなると、静的剛性が若干小さくなる。
- (3) 振動数が高くなると相対剛性の小さい場合ほど外端部での変形が顕著となる。
- (4) 変形モードには、剛基礎と弾性基礎とで差異が見られ、基礎中央部と端部とで逆位相となっている。

3.2. 接触条件の仮定に関する検討

本節では、基礎と地盤の接触条件の仮定に関する検討を行なう。すなわち、動的地盤ばねの算定において、通常の方法では、水平-上下の連成項の影響は考慮せず、加振方向のみの境界条件を満足するよう地盤ばねを算定している。(SMOOTH BASE CONDITION) しかしな

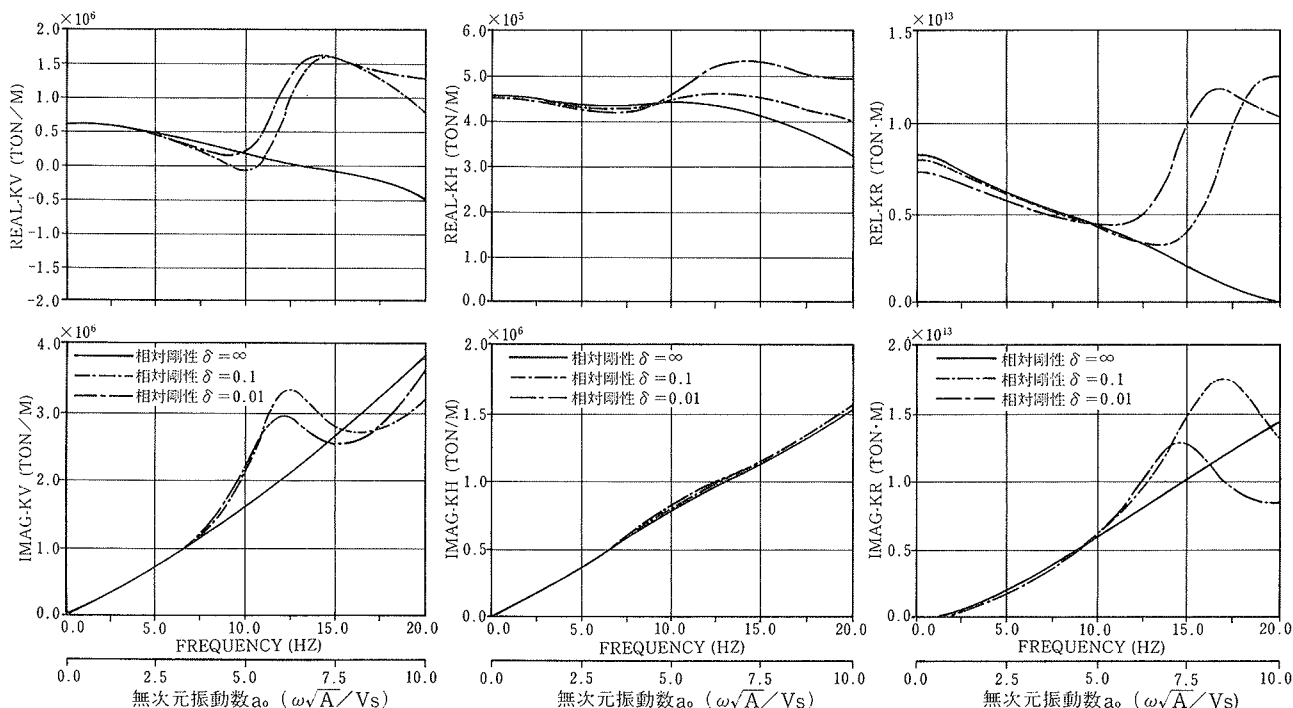


図-5 基礎版剛性の相違によるインピーダンスの比較 (連成項を考慮した場合)

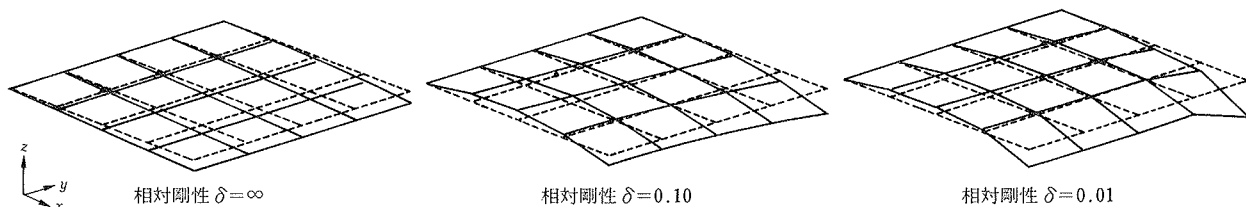


図-6 回転加振時変形モード (20 Hz 加振, 連成項を考慮した場合)

がら、基礎の浮上りのような大変形問題を扱う場合は鉛直方向のみの釣合いを考えれば近似的には良いと考えられるが、微小変形領域における基礎版の変形を考慮する場合には、鉛直方向への変形時に加わるせん断力の効果を含めて解析する必要がある。したがって、地盤ばねの算定において、水平—上下あるいは水平—回転等の連成項の影響を考慮する必要がある (ROUGH BASE CONDITION)。そこで、基礎と地盤の接触条件の相違がインピーダンスに及ぼす影響について検討する。

3.2.1. 解析モデル及び評価方法 基礎版は3.1.節と同様に平板要素を用いてFEMでその剛性を評価する。平板要素の自由度は水平・上下・回転加振に対して、 $(u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y)$ の5自由度とし、これに地盤剛性を重ね合わせて、基礎—地盤連成系の力—変位関係式が得られる。したがって、3.1.節と同様の方法でインピーダンスの評価を行なうことができる。

3.2.2. 解析結果 3.1.節と同じ解析モデルを用いて行なったパラメトリック・スタディの結果を示す。パラメータは相対剛性 $\delta = \infty, 0.1, 0.01$ の場合について行なった。インピーダンス解析結果を図—5に、変形モードを図—6に示す。これらの図と図—3, 図—4を比較することにより次の事項が指摘できる。

(1) 相対剛性によるインピーダンスの振動数依存性は上下一水平などの連成項を無視した場合と定性的には同様の傾向を示すが、変化の比率は大きくなっている。

(2) 剛基礎の場合は連成項の評価の有無にかかわらずインピーダンスはほぼ等しい結果となっている。

(3) 変形モードにおいては、連成項を考慮すると外端部での変形が大きく、内部では逆にわずかに小さくなるが、全体のモード系としては類似している。

4. まとめ

基礎版の弾性変形を考慮した基礎—地盤連成系の動的相互作用について、基礎的な検討を行ない、次の知見を得た。

(1) 基礎版の相対剛性をパラメータにした解析より、インピーダンス関数は相対剛性により上下・回転インピーダンスは大きく変化する場合があること、水平インピーダンスはあまり変化がないこと。

(2) 上下一水平などの連成項の影響は静的な場合にはほとんど影響がないが、基礎剛性が変化すると、インピーダンスの変化の比率が大きくなること。

参考文献

- 1) D. E. HUDSON: DYNAMIC TESTS OF FULL-SCALE STRUCTURES, J. Eng. Mech. Div., ASCE, vol. 103, EM6, (1977), pp. 1141~1157
- 2) R. V. WHITMAN, J. N. PROTONOTARIOS, M. F. NELSON: CASE STUDY OF DYNAMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION, J. Soil Mech. Div., ASCE, vol. 99, SM11, (1973), pp. 997~1009
- 3) H. L. WONG, J. E. LUCO and M. D. TRIFUNAC: CONTACT STRESSES AND GROUND MOTION GENERATED BY SOIL-STRUCTURE INTERACTION, Earthq. Eng. Struct. Dyn., vol. 5, No. 1, (1977), pp. 67~79
- 4) M. IGUCHI, J. E. LUCO: DYNAMIC RESPONSE OF FLEXIBLE RECTANGULAR FOUNDATIONS ON AN ELASTIC HALF SPACE, E. E. S. D., VOL. 9, (1981) pp. 239~249