

# 有限要素法による不整形地盤の斜め入射波解析 (その1)

—SH 波入射の場合—

安井 讓 石川理都子  
高野真一郎 栗本 修  
(本社 電算センター)

## Finite Element Method For Obliquely Incident Seismic Wave Problems (Part 1)

—Incident SH-Wave Case—

Yuzuru Yasui Ritsuko Ishikawa  
Shin-ichiro Takano Osamu Kurimoto

### Abstract

Formulations for a Finite Element Method effective in analyzing obliquely incident SH-wave problems of an irregular soil deposit such as an alluvial valley are presented. The validities and usefulness were confirmed through the results of some numerical examples. It is noticed that in comparison with other similar methods, formulations of the proposed method are simple, and the programming stream is smooth and consistent using a Thin Layer Element Method and a Finite Element Method as the main methodologies.

### 概 要

沖積谷などの不整形地盤に SH 波が斜め入射する問題を有限要素法で取り扱うための解析手順を示すとともに、数値計算を行ない、この手法の妥当性と有効性を確認した。この手法は、同様な他の手法と比べて定式化が平易であること、プログラムも薄層要素法と有限要素法を中心として一貫性を持って構成することができることなどの特色を有している。

#### 1. はじめに

地盤—構造物系に地震波が斜め入射する問題を有限要素法で解析したものに藤本らの論文があるが<sup>1)</sup>、入射波の取り扱いが近似的であり、解析手法の妥当性についても十分な検討がなされていない面がある。一方、斜め入射についての取り扱いを原理的に説明した論文もあるが<sup>2)</sup>、適用例として示されているのは地盤が半無限一様の場合であり、成層地盤—構造物系や不整形地盤に関する具体的な解析手順は示されていない。そこで筆者らは、成層性や不整形性を有する任意の形状の地盤に実体波が斜め入射する問題を有限要素法で計算するための解析手順を示すこととし、本報ではまず SH 波入射の場合を取り上げることとした。

有限要素法は構造物—地盤系の動的相互作用を考慮した解析を行なう上で非常に有効な手法であるが、有限要

素領域と外側の遠方地盤域との境界において、波動の逸散を的確に評価できるような仮想境界面を設ける必要がある。地震波が下方から鉛直に入射してくる問題を扱う場合には、一般に側方の鉛直境界面に Waas<sup>3)</sup> の提案した波動伝達境界を、下方の水平境界面には粘性境界<sup>4)</sup>を設ける方法がとられているが、この方法を波動が斜め下方から入射する問題に適用するためには若干の工夫を必要とする。

筆者ら<sup>5)</sup>は薄層要素法を用いて、成層自由地盤に実体波が斜め入射する場合の応答計算を行なう手法を示した。この手法の特徴の一つとして、成層地盤最下面に働く動的な力と変位の関係を成層状態によらない形で表わし、それらを応答計算に用いているところが挙げられる。この動的な力と上記の自由地盤変位を有限要素モデルに導入することにより、定式化が平易となり、かつプログラムも薄層要素法と有限要素法を中心として一貫性を持つ

て構成することができる。本論文では、有限要素法を斜め入射問題に適用できるように拡張するための方法を示すとともに、数値計算によってその妥当性と有効性を確認する。

## 2. 解析方法

### 2.1. 運動方程式

構造物—地盤系の解析に有限要素法を適用するためには、地盤に仮想境界を設けなければならない。波動の逸散を適切に評価するために、図—1のように地盤を仮想境界に沿って不整形領域(有限要素領域)、側方層領域および下方半無限地盤に分割し、側方には波動伝達境界を、下方には粘性境界を設ける。このとき、不整形領域での運動方程式は次のように表わされる。

$$([K] - \omega^2 [M] + [R_s] + [R_b]) \{U\} = \{P_s\} + \{P_b\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、

- $\omega$  : 円振動数
- $[K]$  : 不整形領域の剛性マトリクス
- $[M]$  : 不整形領域の質量マトリクス
- $\{U\}$  : 不整形領域の節点変位
- $\{P_s\}$  : 仮想鉛直境界面に加わる外力
- $\{P_b\}$  : 仮想水平境界面に加わる外力
- $[R_s]$  : 仮想鉛直境界面での剛性マトリクス
- $[R_b]$  : 底面粘性境界のグッシュポットの効果

また、 $[R_b]$  の節点  $j$  に対するサブマトリクス  $[R_b]_j$  は次式で与えられる。

$$[R_b]_j = i\omega\rho V_s d_j \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、

- $i = \sqrt{-1}$
- $\rho$  : 下方の半無限地盤の単位体積あたりの質量
- $V_s$  : 下方の半無限地盤のせん断波速度
- $d_j$  : 底面粘性境界に接する有限要素の半幅

次に境界に働く外力は、不整形性のない均質な層領域(自由地盤)の仮想境界面における変位  $U^*$  および表面力  $P_s^*$ 、 $P_b^*$  を用いて、次のように表わされる<sup>2)</sup>。

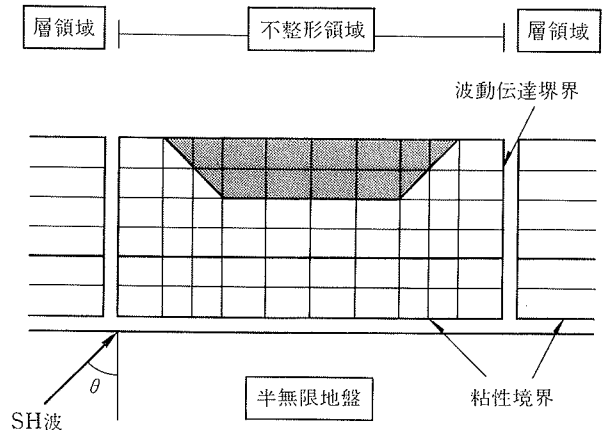
$$\{P_s\} = ([R_s] \{U^*\} + \{P_s^*\}) e^{ikx} \quad \dots\dots\dots(3a)$$

$$\{P_b\} = ([R_b] \{U^*\} + \{P_b^*\}) e^{ikx} \quad \dots\dots\dots(3b)$$

ここで、 $x$  は境界面上の各点の水平座標であり、 $k$  は入射角  $\theta$  に応じて次式で与えられる波数である。

$$k = \omega \sin \theta / V_s \quad \dots\dots\dots(4)$$

(3)式によって求められた  $P_s$  と  $P_b$  を外力として(1)式を



図—1 解析方法

解くと、不整形領域の変位  $\{U\}$  が求められる。

### 2.2. 境界面に作用する表面力

単位振幅の SH 波が入射角  $\theta$  で入射するとき、仮想境界の左右鉛直面に作用する表面力は次式で与えられる。

$$\{P_s^*\} = [D_s] \{U^*\} \quad \dots\dots\dots(5a)$$

$$[D_s]^L = ik [A] \quad \dots\dots\dots(5b)$$

$$[D_s]^R = -ik [A] \quad \dots\dots\dots(5c)$$

ここで、 $[D_s]$  の右肩の添字 L と R はそれぞれ左側境界面と右側境界面を表わし、 $[A]$  の第  $j$  層に対するサブマトリクス  $[A]_j$  は次式で与えられる。

$$[A]_j = \frac{h_j}{6} \begin{bmatrix} 2G_j & G_j \\ G_j & 2G_j \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(6)$$

上式で、 $G_j$ 、 $h_j$  はそれぞれ層領域の各薄層のせん断剛性とそれらの薄層の厚さを表わす。

また、底面の境界における表面力は、薄層要素法で用いたもの<sup>5)</sup>を有限要素モデルに適用すると次式で与えられる。

$$\{P_b^*\} = \{F\} + [D_b] \{U^*\} \quad \dots\dots\dots(7a)$$

$$\{F\}_j = 2i\omega\rho V_s \cos \theta d_j \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(7b)$$

$$[D_b]_j = -i\omega\rho V_s \cos \theta d_j \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(7c)$$

ただし、(7b)式は  $\{F\}$  の節点  $j$  に対するサブベクトルを表わし、(7c)式は  $[D_b]$  の節点  $j$  に対するサブマトリクスを表わす。

## 3. 数値解析例

### 3.1. 解析モデルと評価方法

前章で紹介した手法を用いて、具体的なモデルによる解析を行ない、その妥当性と有効性について検討した。

図-2 に解析に用いたモデルを示す。(a)は地盤を半無限一様とした場合、(b)は成層地盤の場合で、(c)は楕円形の沖積谷をモデル化したものである。

評価方法としては、(a)の半無限地盤モデルと(b)の成層地盤モデルでは、不整形領域中央部における地表面変位(図中 A 点の変位)の入射角に対する変化をみることにし、(c)の沖積谷モデルでは地表面変位の位置による変化についてみることにした。

### 3.2. 解析結果

図-3 は半無限地盤モデルに単位振幅の SH 波を入射した場合の解析結果であり、横軸に入射角  $\theta$  をとり、縦軸に有限要素領域中央における地表面の変位振幅を示したものである。ここで、実線で示されているのは波動論による理論解であり、破線が本解析手法による結果、点線は側方境界ばね  $[R_s]$  をダッシュポットとした略算法によるものである。解析結果は本解析手法、略算法ともすべての入射角にわたって理論解と非常によく一致し

ており、その誤差は 1% 以内となっている。略算法と理論解との一致は、(5)式と(7)式で表わされる境界面における表面力の評価が妥当であることを示している。

次に、図-4 は成層地盤モデルの場合で、この場合も、半無限地盤の場合と同様に理論解とよく一致していることが分かる。

さらに、図-5 に沖積谷を例にとって解析を行なった結果を示す。(a)は鉛直入射の場合、(b)は入射角が  $30^\circ$  の場合であり、それぞれ横軸は  $x$  座標を谷の半幅  $A$  で基準化したもので、縦軸は地表面における変位振幅を表わしている。また、実線は篠崎ら<sup>9)</sup>による境界積分方程式法に基づく数値解であり、破線、点線は本解析手法と略算法による結果である。この場合、地盤の不整形性によって波動が攪乱されるため、側方境界で逸散波を部分的にしか吸収できない略算モデルでは篠崎らの数値計算解とかなり異なる結果を示しており、特に斜め入射の場合にその傾向が顕著となる。しかし、本解析手法を用いた場合、斜め入射の場合にも、多少誤差は大きくなるが篠崎らの解とほぼ等しくなっており、本手法の妥当性を示す結果となっている。

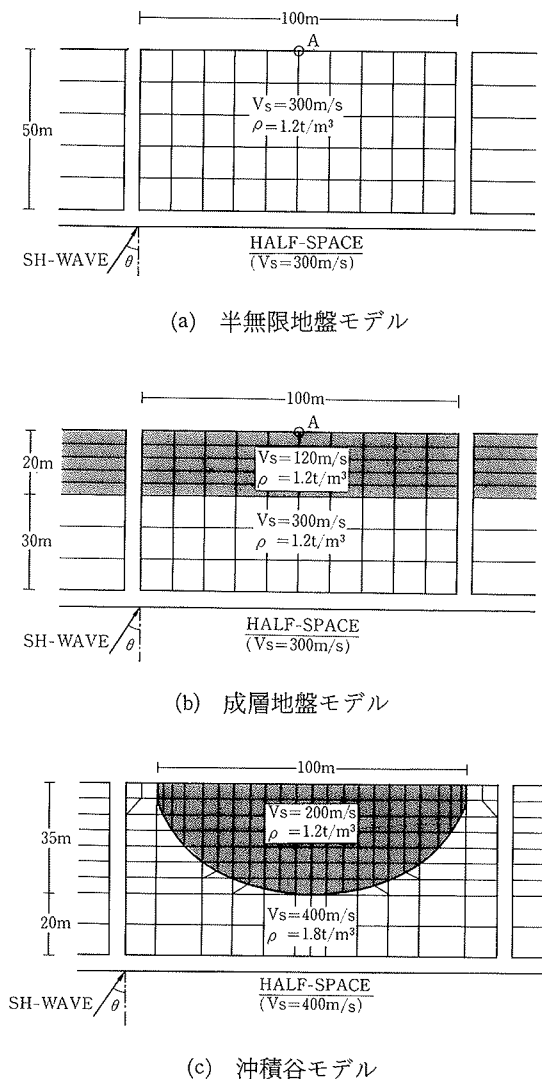


図-2 数値解析モデル

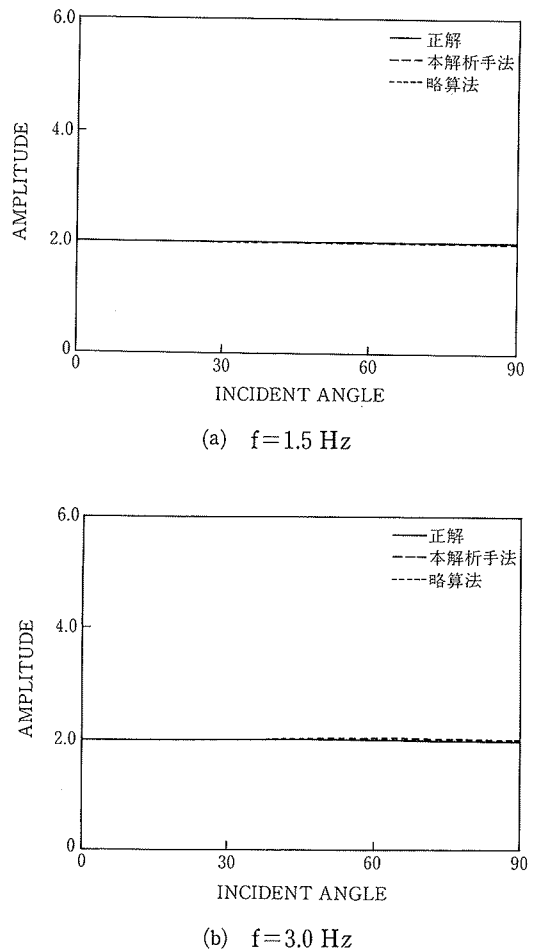
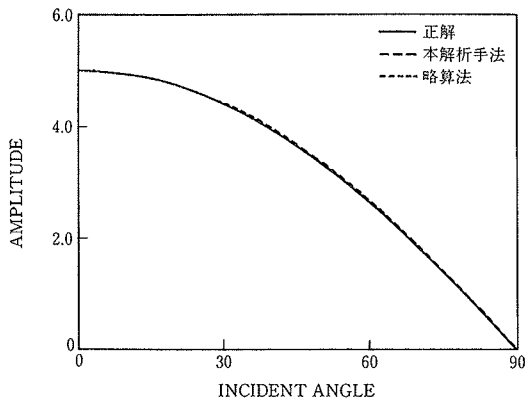
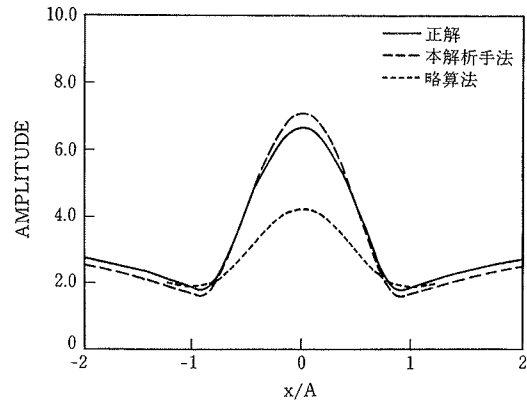


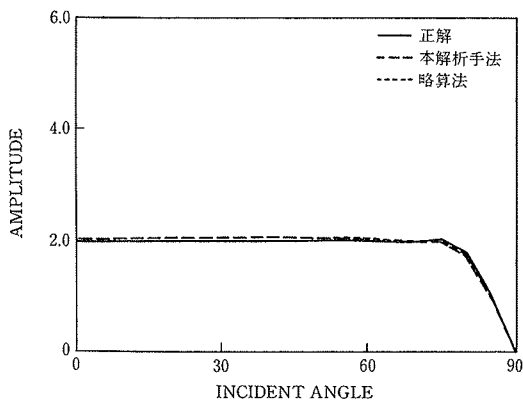
図-3 半無限地盤モデル解析結果



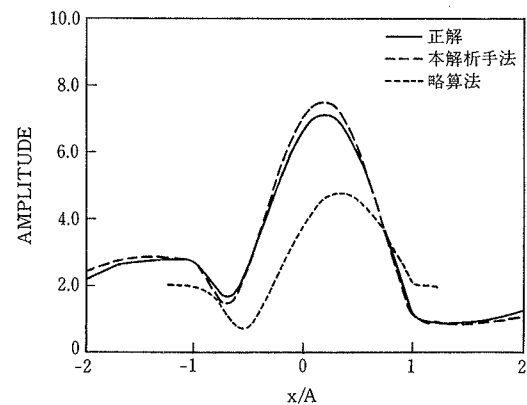
(a)  $f=1.5$  Hz



(a) 鉛直入射 ( $\theta=0^\circ$ )



(b)  $f=3.0$  Hz



(b) 斜め入射 ( $\theta=30^\circ$ )

図一4 成層地盤モデル解析結果

図一5 沖積谷モデル解析結果

#### 4. まとめ

本報では、波動伝達境界と底面粘性境界を持つ有限要素モデルを斜め入射問題に適用できるように拡張する方法を示すとともに、数値計算を行ない、拡張されたプログラムの妥当性と有効性を確認した。

その結果、拡張されたプログラムによる計算結果は半無限地盤モデル、成層地盤モデル、沖積谷モデルのいずれについても非常によい精度で理論解と一致し、特に沖積谷などに地震波が斜め入射する場合のような複雑な相互作用問題の解析において有効な手法であることが確認された。

#### 参考文献

1) 藤本, 他: 構造物の埋め込み及び地震動の入射角が 入力損失効果に与える影響, 第 6 回電子計算機利用シ

ンポジウム, (1984), pp. 55~60

2) 田村, 他: 三次元有限要素法による構造物-地盤系の入射波解析, 電算機利用シンポジウム, (1986), pp. 133~138

3) G. Waas: Analysis Method for Footing Vibrations Through Layered Media, U. S. ARMY Eng. WaterWay Experiment Station, (1972), Tech. Report S-71-14

4) J. Lysmer, R. L. Kuhlemeyer: Finite Dynamic Model for Infinite Media, J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 95, No. EM 4, (1969), pp. 859~877

5) 高野, 他: 成層地盤に斜め入射する実体波の変位成分の計算方法とその応用, 第10回電子計算機利用シンポジウム, (1988), pp. 133~138

6) 篠崎: 不整形地盤域にある構造物の振動性状に関する研究, 京都大学博士論文, (1983)