

スーパーコンピュータによる波動性を考慮した室内音場解析

——音場計算法（波面積分法）の開発——

坪井 政義 表 佑太郎

Numerical Simulation by Super Computer of Transient Response for Room Acoustic Design

——Study on Solution Based on Kirchhoff's Integral Equation——

Masayoshi Tsuboi Yutaro Omote

Abstract

For making an appealing acoustic design, computer simulation is turning out to be a very useful support tool because it permits prompt forecasting of an acoustic field and visually observing sound propagation which is naturally invisible to a human. However, image source method and ray tracing method widely used for designing auditoriums, yield conspicuous errors when dealing with responses including multiple reflections among boundaries of a room, especially in the low-frequency range. Therefore, this report proposes a method of calculating the transient response in a room. This method, based on the numerical integration of Kirchhoff's integral equation with a technique of tracing the same phase elements (like a Fresnel zone) of the propagating wave-front, is discussed through multiple rigid-plane reflections.

概 要

計画段階で迅速に音場予測し、本来は目に見えない現象をも見る事ができるコンピュータシミュレーションは有効な設計支援手法の一つになりつつある。また、個性化、差別化の時代を反映した魅力的な音響空間（ホール）を設計するためには、精度の高い音場予測が不可欠となってきた。ところが、従来の音場計算法では音の回折現象などの波動性を無視した幾何音響学的解法が主流であった。そこで、音源と受音点の位置とで幾何学的に決定される波面上の同位相要素に着目して反射面・障害面を含む伝搬経路すべてにわたり追跡してその要素が保存される場合は、Kirchhoffの積分方程式に基づく離散化式により積分してレスポンスを求める解法を開発し、「波面積分法」と名付けた。本報では波面積分法の妥当性を単板での反射性状について実測値との対応で確認すると共に実際の音楽ホールについての適用例を示し、可聴域全体をより精度良く音場予測する計算法としての有効性を述べる。

1. はじめに

最近のコンピュータの演算性能及びグラフィック機能のハード・ソフト両面における進歩は著しいものがあり、自然現象のシミュレーションは計算力学という一大分野を形成している。建築音響分野でも従来の音響模型実験に比べ形状や仕様変更が容易で、設計段階で迅速に音場予測でき、本来見えない音の伝搬などを見ることが出来るコンピュータシミュレーションが、有効な設計支援手法の一つとして定着しつつある。

質の高い音響空間の設計には精度の高い音場予測による検討が必要であるが、従来までの音場計算法の主流である音の回折等の波動性を無視した幾何音響学的手法では、中高音域にしか適用できないため、音響障害などのチェックにはある程度有効なもの、詳細な検討には音響模型実験を併用していた。しかし、音響模型実験は模型製作や実験に時間がかかる上、大幅な設計変更には模型を作り直さなければならず、設計への迅速なフィードバックが難しい。

音場予測の精度を向上させるための室内音場解析法として波動音響理論から様々なアプローチが試みられている¹⁾

が、モデル寸法が大きく扱う周波数帯域が可聴域全体と広範囲にわたり、しかも長時間の過渡応答を求めるといった困難な要求を満たさなくてはならず、実用的な手法はいまだに確立されていない。

1988年6月により高度な科学技術計算用としてスーパーコンピュータが導入されたのを機会に、波動性の影響が大きい低音域を含む可聴周波数全域が解析できる室内音場の計算法の研究に着手し、波動性を考慮した一つの解法を開発して波面積分法と名付けた。この計算法は、受音点レスポンスを構成する2次波を発生させる音波面上の同位相要素に着目して、音源から受音点までの伝搬経路すべてにわたり追跡するもので、その波面要素が保存伝搬される場合はそこからの2次波を積分して受音点レスポンスを求める方法である。基礎式は波動方程式の積分表示であるKirchhoffの積分方程式に基づいた後述の離散化式である。実測値と比較検討したところ後述するように良好な結果が得られている。なお、この音場計算ソフトを開発する上では実務を考慮して、次の点に留意し開発した。①現存のソフト資産を生かすため、入出力データ構造を変えないこと。②演算時間を実用レベルに抑えること。

2. 従来の音場計算手法

2.1 幾何音響学的手法について

1968年に A. Krokstad 他によって室内音響分野のコンピュータシミュレーションが研究され始めて以来20余年、アルゴリズムが確立されており、パーソナルコンピュータでも基本室形状のマクロな音場を計算できる手軽さもあって、現在最も多く用いられている手法である。音はレーザー光線のように直進し、入射角=反射角で反射すると仮定され、波長が反射面の寸法に比べて十分に小さい中高音域に限定して用いられており、以下の二つに大別される。

2.1.1 音線法 (Ray tracing method) 図-1のように音響エネルギーを分担させた音線を等しい立体角で室内空間に放射し鏡面反射させ、時間経過と共に追跡 (Trace) していく手法である。スピーカや音響反射板のカバーエリア、音圧分布、音の集中現象など室内全体の音場をマクロ的に見るのに適している。

2.1.2 虚像法 (Image source method) 図-2のようにすべての虚像 (虚音源) から受信点へ達する反射経路を求めて距離減衰を考慮して音響エネルギーを計算する手法である。受信点一つずつを取り出し評価するのに適しているがすべての虚像からの反射音経路を計算するために、モデルの壁面数や反射次数を増やすと指数的に演算時間が増大する欠点がある。

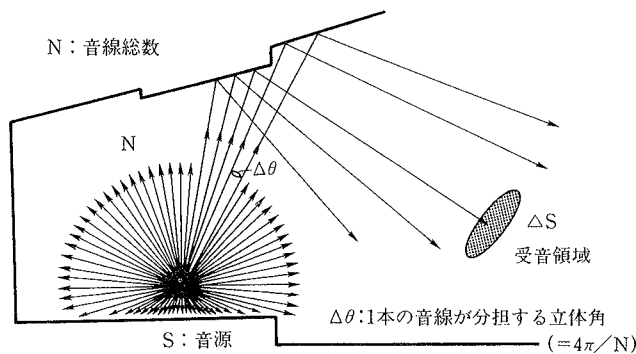


図-1 音線法概念図

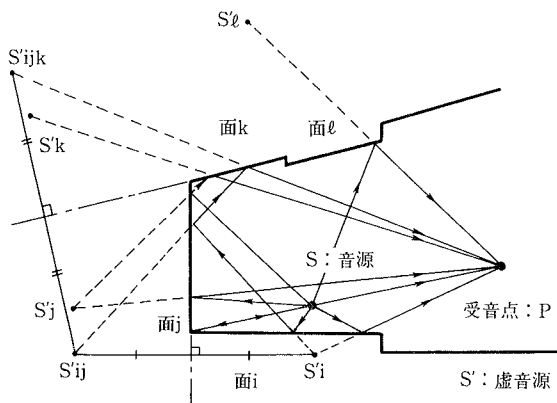


図-2 虚像法概念図

2.2 幾何音響学的手法の問題点

音の集中現象やエコーなどの音響障害の検討にはある程度有効だが、建物の利用目的に合った魅力的で質の高い音場を設計するために、低音域を含む全周波数帯域にわたり精度良く予測して検討する必要があるが、この計算手法では波長が建築寸法に比べて長く波動性を無視できない低音域の予測ができない。

3. 波面積分法

3.1 点音源からのレスポンス

波動理論により図-3の点音源 Q から受信点 P へのレスポンスを考えてみる。Q から発音した正弦球面波のある瞬間の波面の一つは、Q を中心とする半径 r_0 の球面 Ω である。Huygens-Fresnel の原理によればこの波面上の各要素が新たな音源となって2次波を発生させて伝搬する。従って、P でのレスポンスはこの波面上要素からの2次波の積分で表される。 Ω 上の要素はすべて位相が等しいから音源の時間変動 $e^{-j\omega t}$ を省略した受信点 P の音圧 U (P) は次の式で表される。

$$U(P) = \frac{Ae^{jkro}}{r_0} \iint_{\Omega} \frac{e^{jkr}}{r} K(\alpha) dS \quad \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 $e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t)$, $j^2 = -1$,
 $\omega = 2\pi f$: 角速度, f : 周波数 (Hz), $K(\alpha)$: 傾斜因子, $k = 2\pi/\lambda$, A : 振幅, λ : 波長, Ω : 球面波面

ここで、離散化するための要素として受信点レスポンスのある時刻のポテンシャルを構成する球面波上の同位相の帯状の部分に着目し、その面積を dS とすれば図-3から明らかなように

$$r^2 = r_0^2 + R^2 - 2r_0R\cos\varphi$$

従って、

$$dS = 2\pi r_0 \sin\varphi \cdot r_0 d\varphi = 2\pi r_0^2 \sin\varphi d\varphi$$

i 番目の同位相帯から受信点への寄与音圧を $U_i(P)$ とし、その帯上では傾斜因子 $K(\alpha) = K_i = \text{一定}$ と見なして離散化した同位相成分の遅れ距離を関数 $g(i)$ で表すと、

$$U_i(P) = 2\pi \frac{A}{R} e^{jkro} \cdot K_i \int_{d+g(i-1)}^{d+g(i)} e^{jkr} dr$$

$$= -j \cdot \lambda \cdot K_i \frac{Ae^{jkr}}{R} \{e^{jkR} - e^{jkR(i-1)}\}$$

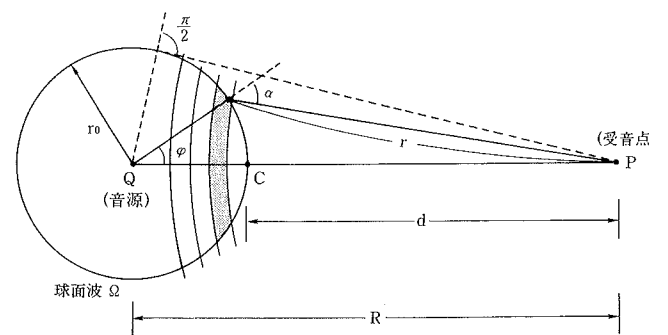


図-3 球面波モデル

従って、球面 Ω を同位相帯で N 分割し、それぞれの同位相帯を更に M 分割の要素とした場合の音圧 $U(P)$ は、

$$U(P) = \sum_{i=1}^N U_i(P) = -j\lambda \frac{A}{R} e^{jkR} \sum_{i=1}^N \frac{K_i}{M} \sum_{m=1}^M \{e^{jk\alpha_i} - e^{jk\alpha_{i-1}}\} \dots\dots\dots(2)$$

3.2 反射面からのレスポンス

Kirchhoff の積分方程式から得られる回折の近似式を反射特性の計算に適用するために、図-4 に示すように音源 Q からの球面波が反射面 Γ で反射するモデルを、反射面 Γ に対する虚音源 Q' から反射面 Γ を含む無限大の遮蔽板 Ω の反射面 Γ 相当の部分のみが開口されているものと仮定して考える。回折モデルでは、積分をとる閉空間 S として図に示すような P を囲む半径 ρ の球面の一部と遮蔽板の後部で形作られる閉曲面を定義する。 $\rho \rightarrow \infty$ を考えると球面上の部分からの寄与は 0 になる。また、境界条件を、

遮蔽板 Ω の開口部分 Γ : $u = \frac{Ae^{jkr'}}{r'} (= Q' \text{からの球面波})$
 $\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{Ae^{jkr'}}{r'} (jk - \frac{1}{r'}) \cos \theta'$

遮蔽板 Ω の開口以外の部分 : $u = 0, \frac{\partial u}{\partial n} = 0$

[ただし、 $\frac{\partial}{\partial n}$: S 上の各点で S の内側に向かう法線方向の偏微分係数]

と仮定すると、Kirchhoff の積分方程式から音源の時刻変動 $e^{-j\omega t}$ を省略して、音源 Q' から球面波を発生させた時の受音点 P での音圧 $u(P)$ は、次の式で表せる。

$$u(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jkr}}{r} \right) - \frac{e^{jkr}}{r} \frac{\partial u}{\partial n} \right\} dS = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{A}{r \cdot r'} e^{jk(r+r')} \cdot \left\{ \left(jk - \frac{1}{r} \right) \cos \theta - \left(jk - \frac{1}{r'} \right) \cos \theta' \right\} dS = \frac{jk}{4\pi} \iint_S \frac{Ae^{jk(r+r')}}{r \cdot r'} (\cos \theta - \cos \theta') dS \dots\dots\dots(3)$$

ただし、音源と受音点の近傍を除き、 $\lambda < r, \lambda < r'$ と仮定して $1/r, 1/r'$ を無視した近似式である。さらに(3)式に $k = 2\pi/\lambda$ を代入し整理すると、

$$u(P) = A \iint_S e^{jk(r+r')} \cdot j \cdot \frac{(\cos \theta - \cos \theta')}{2} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{r \cdot r'} dS \dots\dots\dots(4)$$

(4)式より反射面の単位面積 ΔS 当りの受音点レスポンスへの影響は、音源から反射面への距離 (r')、反射面から受音点までの距離 (r) 及び波長 (λ) に反比例することがわかる。また、傾斜因子 ($\cos \theta - \cos \theta'$) は音の反射面への入射角が大きい程反射音が小さくなることを示しており、垂直入射の場合が反射音が最も大きくなる。

ここで、(4)式は(1)式の積分範囲を反射面に入射する球面波上の要素に限定したものと考えられるので、両式を等しいとすれば(1)式の傾斜因子 $K(\alpha)$ は、

$$K(\alpha) = \frac{j}{2\lambda} (\cos \theta - \cos \theta') = -\frac{j}{2\lambda} (\cos \alpha + 1)$$

で表される。

$K_i = K(\alpha_i)$ としてこれを(2)式に代入して、反射面に入射した波面要素 (i, m) は判定変数 $\delta(i, m) = 1$ として積分し、その外は 0 として積分しないようにして整理すると、

$$U(P) = -\frac{A}{R} e^{jkR} \sum_{i=1}^N \frac{(\cos \alpha_i + 1)}{2} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \{ [e^{jk\alpha_i} - e^{jk\alpha_{i-1}}] \times \delta_{(i,m)} \} \dots\dots\dots(5)$$

ただし、 α_i は音源 Q と受音点 P の真ん中での波面上の値

$$\alpha_i = \cos^{-1} \left[\frac{R + \{g(i) + g(i-1)\}/2}{R} \right] \text{ とした。}$$

これより、1次反射の場合は反射面 Γ に入射する球面波要素に対して、(5)式で数値積分すればよいことがわかる。なお、(5)式では(4)式での $1/(r \cdot r')$ 及び $1/\lambda$ が同位相輪帯の要素面積の大きさの変化で考慮されている。

3.3 多次反射で障害面を含めた伝搬経路でのレスポンス

N 次反射で障害面を含めた伝搬経路での音源から受音点までの伝達関数 $H(f)$ (=受音点のレスポンス) は、 M 次反射面 ($1 \leq M \leq N$) の反射による伝達関数 $H_m(f)$ 、音源と1次反射面間の障害面を含めた伝搬経路の伝達関数 $G_{01}(f)$ 、 M 次反射面と $(M+1)$ 次反射面間の障害面を含めた伝搬経路の伝達関数 $G_{m(m+1)}(f)$ 、 N 次反射面と受音点間の障害面を含めた伝搬経路の伝達関数 $G_{n(n+1)}(f)$ とすると、次の式で表せる。

$$H(f) = G_{01}(f) \times H_1(f) \times G_{12}(f) \times H_2(f) \times \dots \times G_{m(m+1)}(f) \times H_m(f) \times G_{m(m+1)}(f) \times \dots \times H_n(f) \times G_{n(n+1)}(f) \dots\dots\dots(6)$$

これは、1次反射面で反射された音が2次、3次、……、 M 次反射面と伝搬するに従って、当初は存在した波面要素

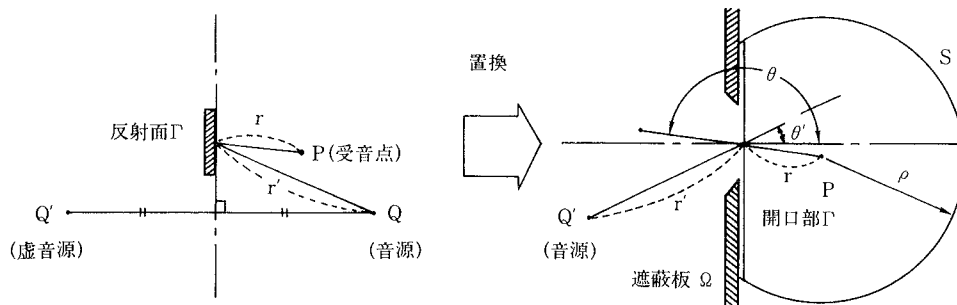


図-4 反射モデルを回折モデルへ置換

が反射されなかったり、障害面に当たったりして、次第に失われていき最終的に残った波面要素により、受音点のレスポンスが決まることを示している。そこで、N次反射モデルの音源から受音点までの伝搬経路で、(5)式のどの波面要素が反射・伝搬され、どの波面要素が欠損するかを、(6)式の $G_{m(m+1)}(f)$ と $H_m(f)$ に対応する伝搬経路のパートごとにそれぞれで追跡し、伝搬経路のパートすべてに存在する波面要素を拾い出した。それらの伝搬要素だけを(5)式で数値積分することにより、N次反射モデルの受音点のレスポンスが計算できる。

これより、波面を $d+g(i)$ ($i=1, 2, 3, \dots$) の同位相ごとに要素分割して音源から受音点まで反射・伝搬された波面要素を(5)式で数値積分して受音点レスポンスを計算する手法を波面積分法と定義して検討した。図-5に伝搬経

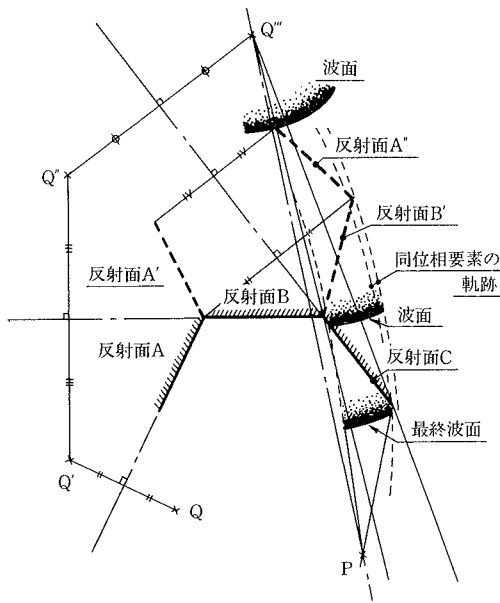


図-5 多次反射での概念図

路すべてに波動性を考慮できる波面要素の伝搬追跡のイメージ図を示す。このように幾何学的手法では検知できない $Q''-P$ の3次反射要素も数値積分される。

3.4 波面積分法の演算の効率化

実際のホールへ適用する場合において、波面の積分領域及び要素分割数を増やすことは、精度を高めるために有効ではあるが、演算時間の飛躍的な増大につながり実用的ではない。そこで、本報では精度を低下させないある積分範囲及び要素分割数について検討する目的で、一般的なオクターブバンド吸音率データを用いて125 Hzから4 kHzの六つの周波数帯域を計算対象として表-1に示す三つの演算条件で計算した。演算条件1と2及び3の積分領域限定は、前川²⁾の回折音の減衰値から反射音がそれぞれ1/20, 1/100以下になる方向の経路差を推定し決めた。積分領域外部は逆相+と同相+との繰返しが無限に続くので相殺されて積分への寄与は0になると仮定して無視した。

4. 剛平板の反射性状計算値と実測値との比較

波面積分法の妥当性をみるために最も基本的な単板での反射性状の計算値と実測値との比較を行なった。図-7に反射指向特性を、図-8, 9にそれぞれ1次, 2次反射の周波数特性(=伝達関数)を示す。図での周波数はモデル実験での値で計算での周波数は波長と寸法との相似則より、1/8の値に相当する。これらより、剛平板の反射性状は積分範囲を演算条件1(①印)の狭範囲に限定しても、これらのモデルではほぼ近似できることがわかった。これは、図-10に示す2次反射モデルの反射面①と②の等位相線分布(一番外側から1 kHz, 2 kHz, 3 kHz, ..., 20 kHzの1周期遅れの位相を発生させるところ)で明らかのように、波面要素が反射面を的確に捉えているからである。等位相線分布の形状は、反射面、音源、受音点の三者の位置関係と反射面の角度により、異なったパターンになる。図-11, 12に曲板の反射指向特性及び周波数特性を示す。この計算モデルは6平面で近似しているが、演算条件1(①印)では積分範囲が狭く分割要素が粗い(特に低音域で)ために、

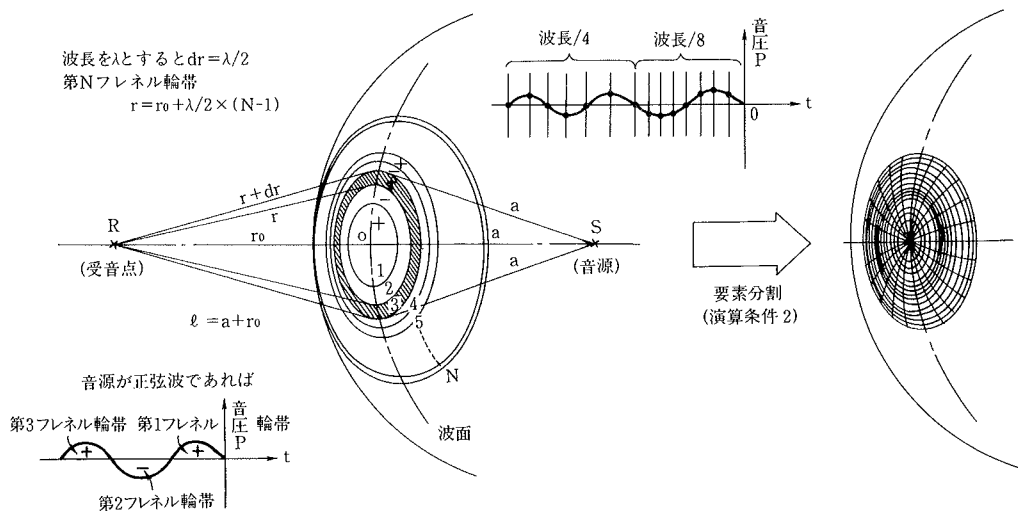


図-6 球面波の要素分割

この分割近似した小さな反射面 (227 mm) が十分に捉えきれず、反射特性が小さく計算されている。反射特性は演算条件2 (②印) で計算した結果を代表して示すが、演算条件3 (③印) も同様な傾向である。

5. 波面積分法の演算の効率化の検討及びホールへの適用

5.1 A 講堂モデル

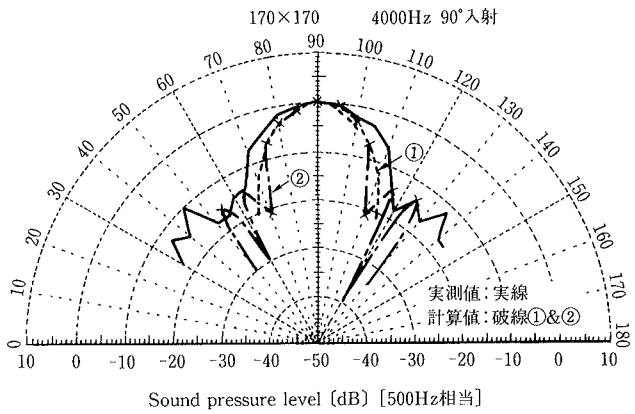
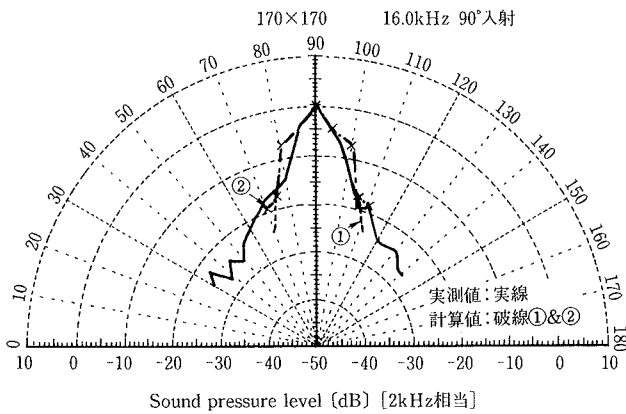
波面積分法を実際のホールへ適用すると、計算対象となる伝搬経路総数がモデル面数の反射次数乗に比例するため膨大な演算時間がかかり、3次から4次反射までの初期反射音の計算で実用限界となってしまふ。10次反射以上ま

表一1 演算条件

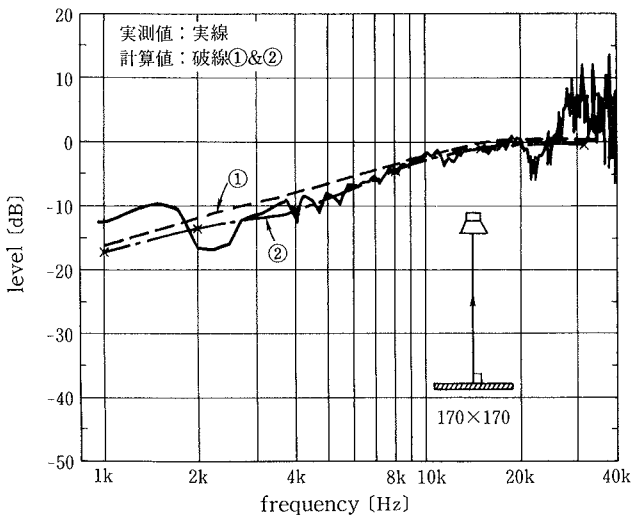
	演算条件1	演算条件2	演算条件3
積分対象範囲 行路差 δ	125Hzの 波長 $\lambda/2$ まで	各周波数の 波長 λ の2.5倍 まで	同 左
同位相帯数 N	$\lambda/6, \lambda/2$ の 2帯	$\lambda/8$ ステップで $\delta=\lambda$ から $\lambda/4$ ステップで14帯	$\lambda/8$ ステップで 20帯
輪帯分割数M	22	22	100

で精度を確保しつつ効率よく計算して、ホール全体での音の発生から長時間にわたる時刻別の到達音の変化を見ることができれば、残響 (音の減衰) 特性の違いがわかるなど、より質の高い音空間の設計を行なう上で更に有用な情報を得ることができる。そこで、積分対象となる伝搬経路を絞り込むための前処理として、65,500本の音線を等立体角に放射して伝搬経路を探索して、その経路上の反射面のみを積分対象面として波面積分法 (演算条件2) で計算した。

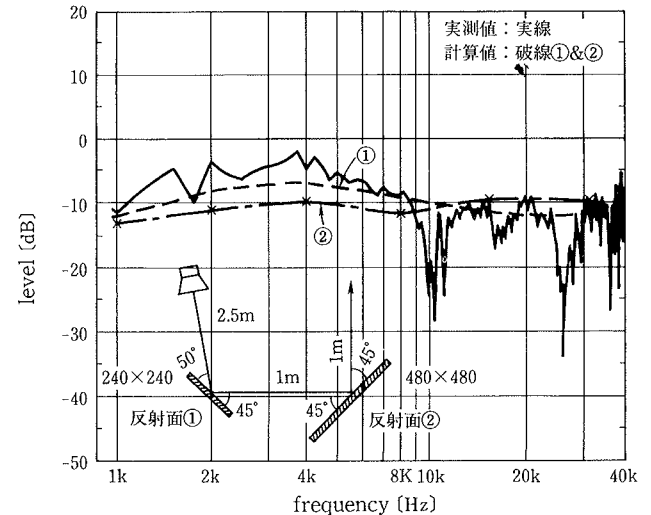
図一13に500 Hzの20測点での定常音圧レベル分布実測値と演算条件2 (受音点20点) での計算値を示す。計算値は音発生から250 msec までの累積音圧レベルであるため単純には比較できないが、定常状態への過渡分布と考えられる。図一14, 15にそれぞれ客席中央部での過渡応答特性の実測値と計算値を示す。計算値では手前から125, 250, 500, 1 k, 2 k, 4 kHz と周波数別に、到達時刻別の音圧レベルを3次元グラフで示している。発音源が実測では10 msec 幅の単音、計算はパルスと分解能は異なるが、ディップの位置などよく近似されている。図一16~図一18に演算条件2で計算した125 Hz, 500 Hz, 2000 Hz の到達音圧の累積レベル分布 (受音点42点) の時刻変化を示す。なお、この解析例での演算時間は音発生から250 msec までの時



図一7 剛平板の反射指向特性



図一8 剛平板の1次反射周波数特性



図一9 剛平板の2次反射周波数特性

系列データを追跡して、SX-1EA で演算条件 1 で約 4 H (前処理 1 H 含)、演算条件 2 で約 13 H (前処理 1 H 含・受音点 42 点) であった。回折してくる音 (拡散音) を如何に精度良く捉えるかが、計算の効率化の鍵を握っているようだ。

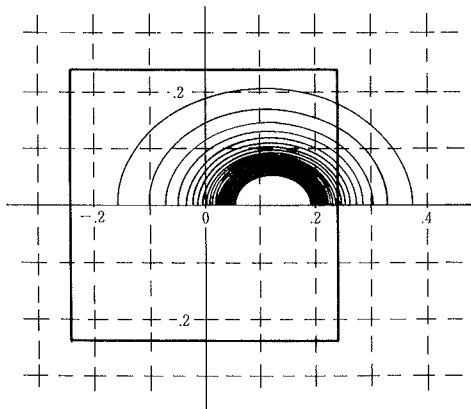
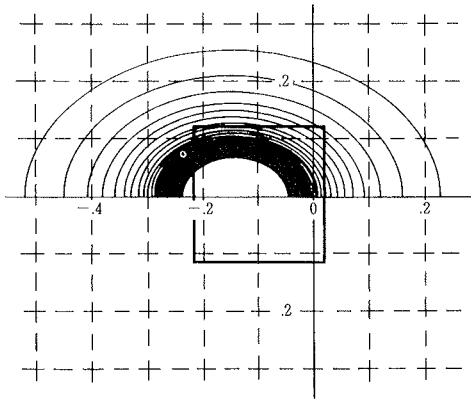
5.2 K 大学講堂モデル

当所報の巻頭のカラー頁に出画例としてモデル形状と舞台上の音源から音を発生させた 50 msec. 後の波頭面の拡がり状態並びに音発生から 100, 130, 160 msec. 後の 500

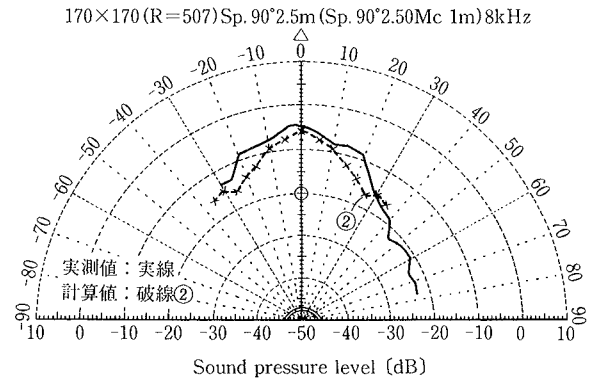
Hz の累積音圧分布の時系列変化を示す。演算時間は受音点 71 点で音発生から 160 msec. までの時系列データを追跡して、SX-1EA で演算条件 2 で約 6 H (前処理 1 H 含) であった。

6. おわりに

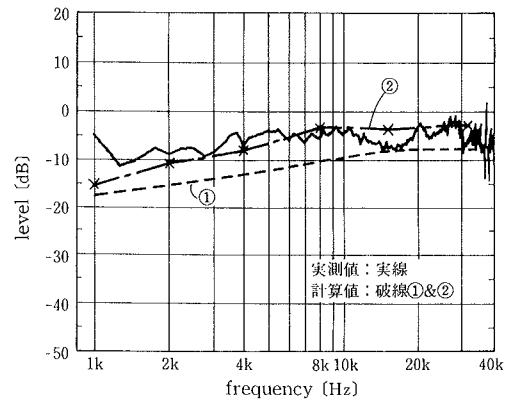
本報では、波動性を考慮した音場計算法の一つとして波面積分法を提唱し、その有効性を述べてきた。これにより、従来不可能だった低音域を含む全可聴域の過渡応答 (イン



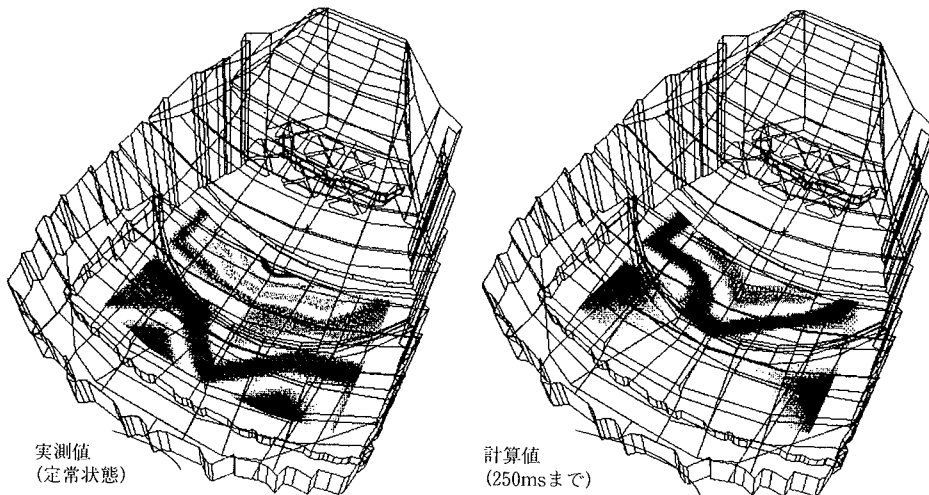
図一10 反射面上の等位相線分布



図一11 曲板の反射指向特性



図一12 曲板の反射周波数特性



図一13 到達音の累積音圧レベル分布の比較

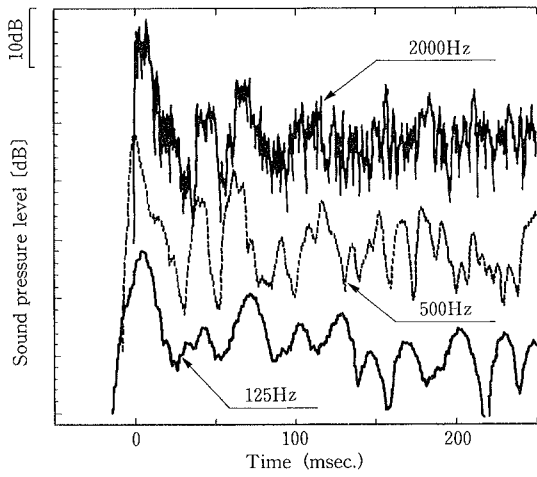


図-14 過渡応答特性・実測値

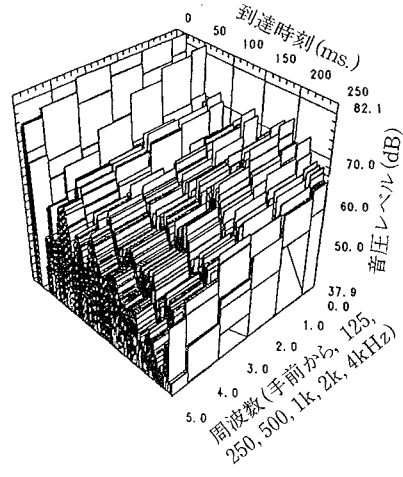


図-15 過渡応答特性・計算値

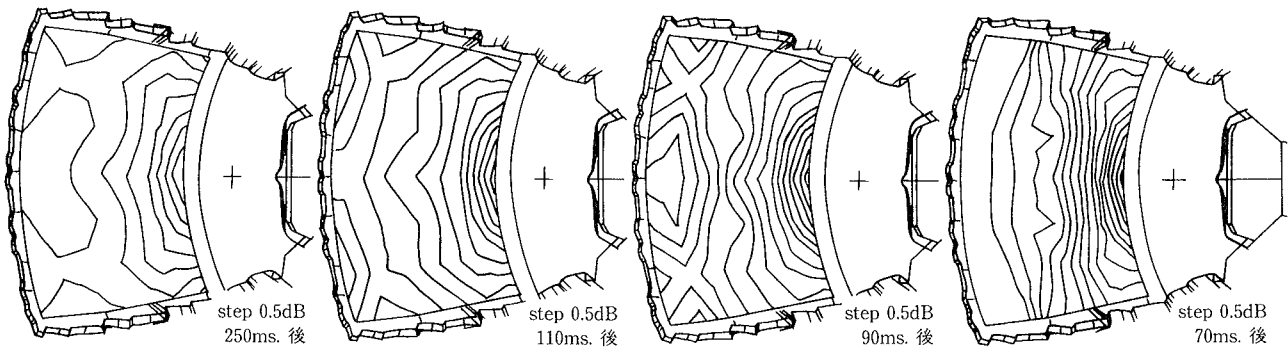


図-16 到達音の累積音圧レベル分布の時間変化 (125 Hz)

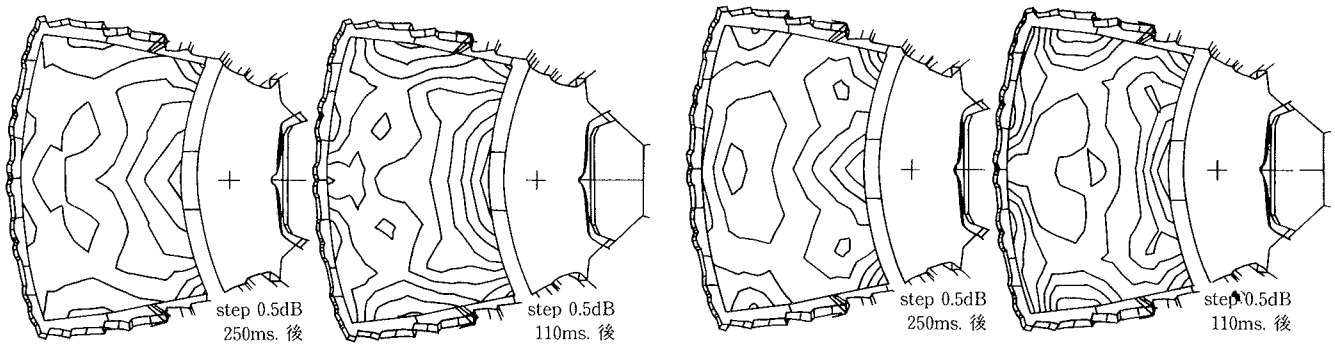


図-17 到達音の累積音圧レベル分布の時間変化 (500 Hz)

図-18 到達音の累積音圧レベル分布の時間変化 (2000 Hz)

パルスレスポンス) が求められる様になり、設計者や施主の要望する音空間の設計に対してより有用な情報を提供できるようになった。今後、更に数多くの実測データと比較検討することにより、最も効率的な要素分割方法や積分範囲、モデル作成方法等の波面積分法の解析上での細部の検討を行なって精度向上を図っていききたい。また、並行して他解法との比較検討も進めていきそれぞれの長所を生かし

た実用的な室内音場解析システムを構築していきたい。

参考文献

- 1) 第30回音シンポジウム室内音響設計とコンピュータシミュレーション, 日本建築学会環境工学委員会資料, (1987. 11)
- 2) 前川純一: 建築音響, 共立出版, p. 117