

差分法による振動する橋梁まわりの流れシミュレーション

藤原 章博 片岡 浩人
伊藤 雅保

Numerical Simulation of Flow Field Around a Vibrating Bridge Using Finite Difference Method

Akihiro Fujiwara Hiroto Kataoka
Masayasu Ito

Abstract

Two-dimensional numerical simulations of a flow field were made for three kinds of elastically-supported edge girder cross sections using finite difference approximation of Navier-Stokes equations. An arbitrary moving body-fitted coordinate system was applied for the computations. Navier-Stokes equations were directly integrated after transformation of the system into a general coordinate system. Computational results show the occurrence of vortex-induced oscillations for all cross sections. Although the oscillations are observed only for one cross section in experiments, numerically obtained critical wind velocity is in good agreement with the experimental one.

概要

一様流中にたわみ1自由度で弾性支持された橋梁主桁まわりの流れを、2次元ナビエ・ストークス方程式の直接計算により解き、渦励振風速域での応答をもとめた。

計算にあたって、物理座標系で物体とともに移動する物体適合格子を用い、物理座標系でたてられたナビエ・ストークス方程式を、時間項を含む座標変換により一般座標系に変換した後で解いた。計算対象となる主桁はフェアリングを有するエッジビーム形式で、3種の異なるフェアリングについて計算を行った。計算の結果、渦励振特性の実験結果との整合性は、断面形状に依存することがわかった。また、実験、解析ともに渦励振を示す断面に関しては、風速に対する傾向は定性的によく一致し、渦励振発生風速が解析により求められることがわかった。

1. はじめに

橋梁の耐風性検討の重要性は、その支間長の増大に伴いますます重要化している。現在、主桁の応答は風洞実験により照査されているが、昨今の計算機能力の急速な発達と解析手法の発展により、数値解析による応答評価には大きな期待が寄せられている。

計算機の発達によりもっとも恩恵を受ける解析手法は、多数の細かな計算格子を必要とするナビエ・ストークス方程式の直接計算であると考えられる。岡島らはこの方法を用いて矩形柱まわりの流れを計算し、実験結果とよく一致するストローハル数を得ている¹⁾。田村らは強制振動する円柱まわりの流れを、時間項を含む座標変換手法を用いて解析した²⁾。このような数値解析手法は橋梁の耐風性の検討手法として有効な手段となり得るが、前述のように橋梁の応答評価は専ら実験により行われてお

り、橋梁の運動を直接計算で解いた例はまだなく、解析による応答評価の実用化に向けて実験値との対比が不可欠である。

そこで本研究では、一様流中にたわみ1自由度で弾性支持されたエッジビーム形式橋梁断面まわりの流れを差分式の直接計算により求めた。結果は松本らによって行われた実験値と比較し、橋梁の耐風性検討に対する本手法の適用性について考察した³⁾。

2. 解析方法と物理諸元

2.1 解析方法

基礎式としては以下に示すナビエ・ストークス方程式および連続の式を用いた。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad } \mathbf{u} = -\text{grad } p + \frac{1}{\text{Re}} \cdot \Delta \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、

- \mathbf{u} : 速度ベクトル
- t : 時刻
- p : 圧力
- Re : レイノルズ数

($=D \cdot U / \nu$, D : 桁高, U : 流速, ν : 動粘性係数)

物理座標系 (x, y, t) での格子には物体適合格子が用いられ、物体とともに解析領域全体が上下に移動する。

物理座標系で書かれたナビエ・ストークス方程式と(1)、(2)式から得られた圧力のポアソン方程式を、一般座標系 (ξ, η, τ) に変換した後、離散化し、各タイムステップごとにSOR法を用いて解く。

物理座標系と一般座標系の関係は次に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi(x, y, t) \\ \eta &= \eta(x, y, t) \\ \tau &= \tau(x, y, t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$$\begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \\ \partial_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_x & \eta_x & \tau_x \\ \xi_y & \eta_y & \tau_y \\ \xi_t & \eta_t & \tau_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_\xi \\ \partial_\eta \\ \partial_\tau \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

ただし、

$$\tau_x = \tau_y = 0, \tau_t = 1 \dots\dots\dots(5)$$

対流項は3次の風上差分、その他の空間項は2次の中心差分で離散化して解いている。

外部境界についての境界条件は、

$$p=0, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial n} = 0$$

物体境界に対しては、

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{BODY}} \quad (\mathbf{u}_{\text{BODY}}: \text{物体の速度})$$

である。

図-1 に解析に用いられた計算格子の一例を示す。格子数は20,000 ($=400 \times 50$)、最小の格子幅は $1 / (10\sqrt{\text{Re}})$ で定義される。タイム・ステップは無次元時間で0.005である。

2.2 物理諸元

図-2 に示す3種の形状について解析を行った。これらは基本的に細長比10のエッジビーム形式断面に3種のフェアリングが取り付けられたものである。フェアリングの幅は桁高の4/3である。断面はたわみ1自由度で弾性支持されており、スクルートン数 ($=m\delta / (\rho D^2)$, m : 単位長あたりの質量, δ : 構造減衰, ρ : 空気密度) は115.6である。パネ系の固有振動数は、実験との比較のため、実次元で一定となるように定めてある。風の迎角はすべてのケースで5°である。レイノルズ数 Re は静止断面まわりの計算では2,670であり、弾性支持された断面の場合は約2,100から4,100である。換算風速 $U_r (=U/fo \cdot D)$ は、渦励振風速域付近の約16~30の間から、数ケース選んだ。

参考のため、京都大学工学部で行われた実験における条件を表-1 に示す³⁾。

3. 結果

3.1 静止した橋梁断面

空間に固定した断面 A, B, C の揚力係数 C_y ($\text{Re}=2,670$) の時刻歴およびフーリエスペクトルを図-3~5に示す。計算は揚力数周期分しか行われていないが、これらの図より断面形状の違いによる揚力変動の周期と振幅の差がはっきりと認められる。断面 A では揚力は強い周期性を示し、振幅も大きく、断面 C では周期性がかなり弱い。断面 B ではそれらの中間の傾向がみられる。断面 A, B および C のストローハル数はそれぞれ0.043, 0.054 および0.036である。

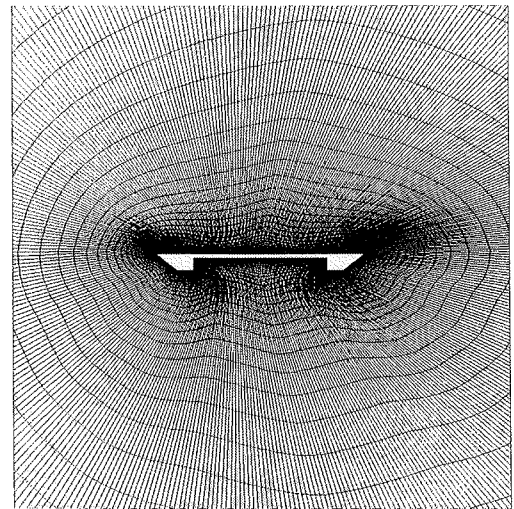


図-1 計算格子

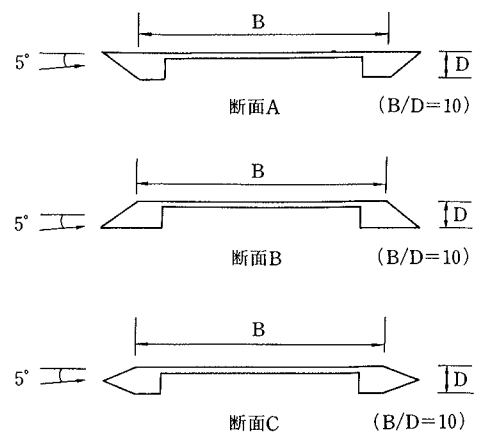
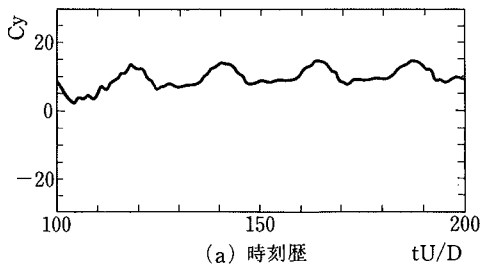


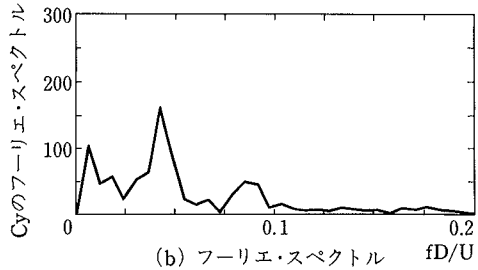
図-2 橋梁断面

表-1 実験条件³⁾

フェアリング	迎角 度	Sc		
		$\eta = 40\text{mm}$	$\eta = 20\text{mm}$	$\eta = 5\text{mm}$
A	5	170.56	111.62	58.34
B	5	160.30	110.73	56.70
C	5	157.94	99.39	57.35

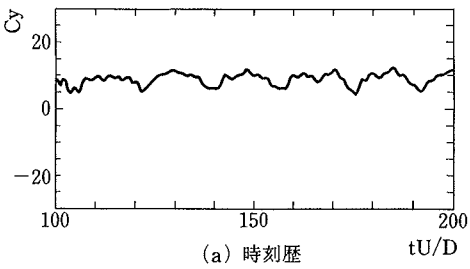


(a) 時刻歴

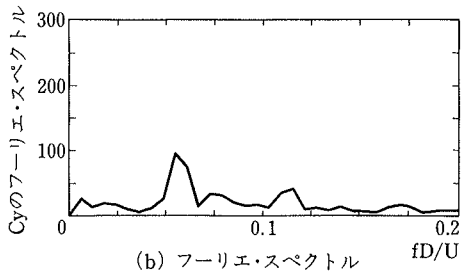


(b) フーリエスペクトル

図-3 静止断面に働く揚力 C_y (断面 A)

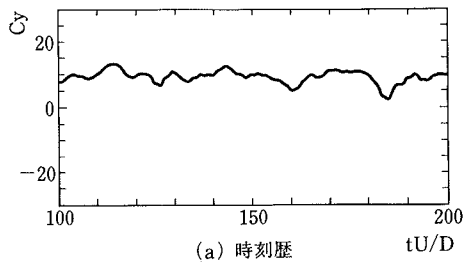


(a) 時刻歴

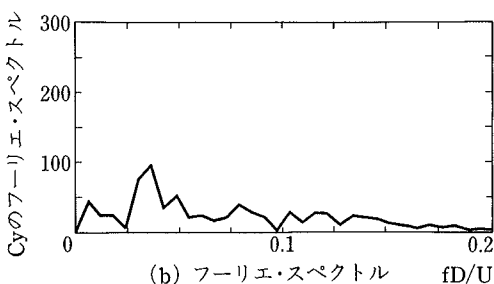


(b) フーリエスペクトル

図-4 静止断面に働く揚力 C_y (断面 B)



(a) 時刻歴



(b) フーリエスペクトル

図-5 静止断面に働く揚力 C_y (断面 C)

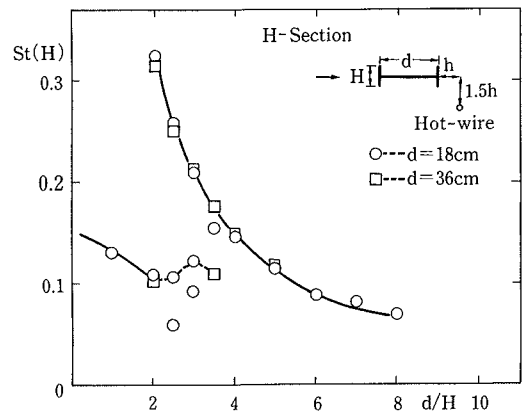


図-6 H型断面柱のストローハル数³⁾

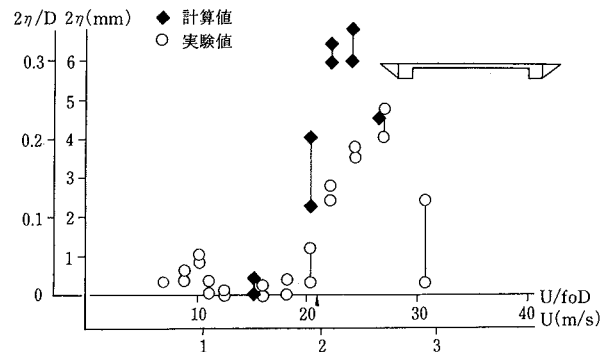


図-7 V-A 図 (断面 A)

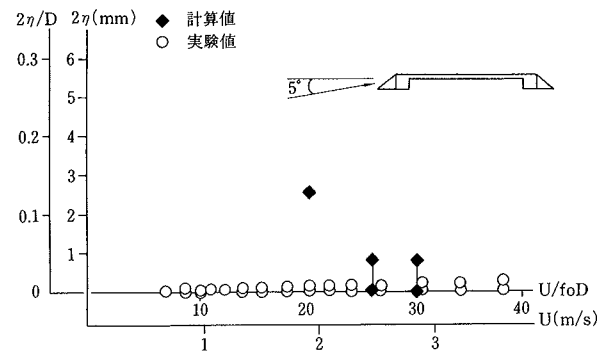


図-8 V-A 図 (断面 B)

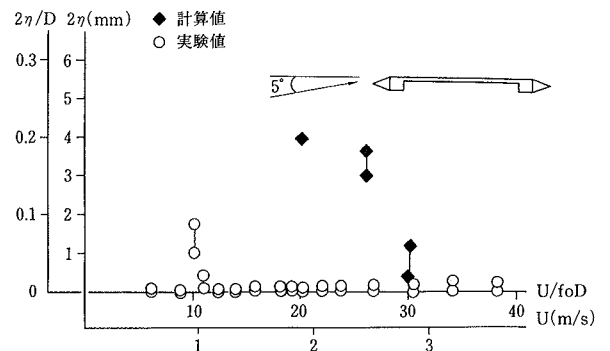
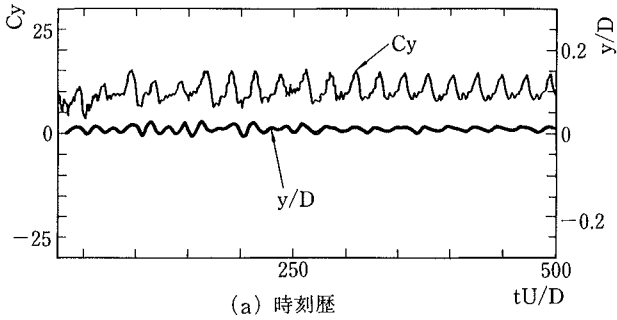
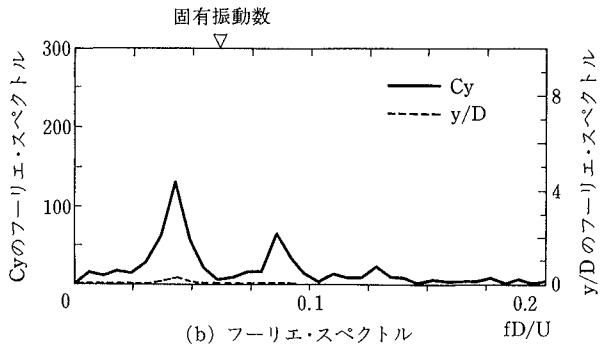


図-9 V-A 図 (断面 C)

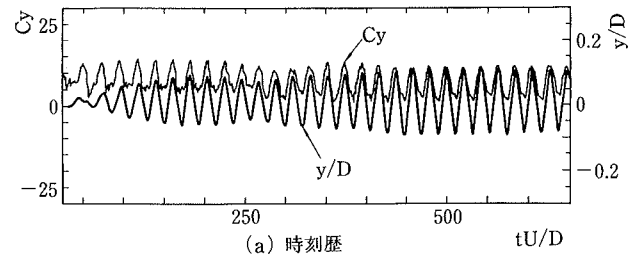


(a) 時刻歴

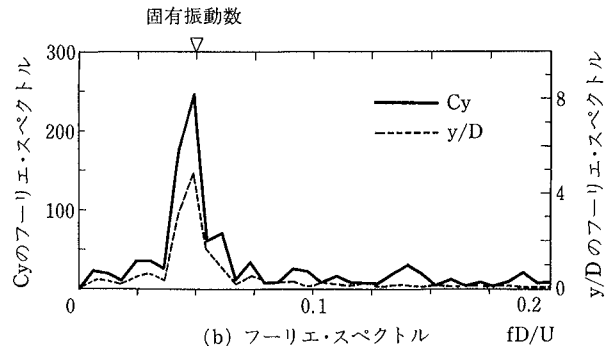


(b) フーリエ・スペクトル

図-10 弾性支持された断面の変位 y/D および揚力 C_y (断面 A)



(a) 時刻歴



(b) フーリエ・スペクトル

図-11 弾性支持された断面の変位 y/D および揚力 C_y (断面 B)

ところで、図-6に見られるように、H型断面のストローハル数は細長比の増加に従い減少し、約0.06に漸近する⁴⁾。ストローハル数のみをもって流場の類似性を論じることは早計であるが、ここで対象となる橋梁断面は、同断面比のH型断面に近いストローハル数をもっていることがわかった。

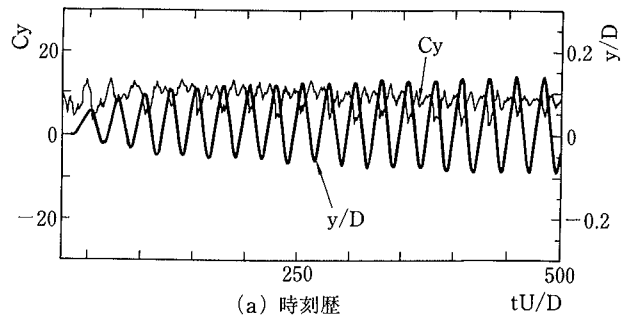
断面A、BおよびCまわりの渦度をカラーグラビアで示す。断面Aと断面Bを比較すると、その流場がよく似ていることに気付く。しかし、断面Bの上面にある渦はフェアリングの効果により、Aのものよりも小さくなっている。これらをさらに断面Cと比較すると、断面Cまわりの渦は明らかに小さく、物体後部にできる渦列の幅も狭い。このような流場の特徴が、揚力の時刻歴にみられる周期性の弱さ、振幅の小ささの原因となっていると考えられる。

3.2 弾性支持された橋梁断面

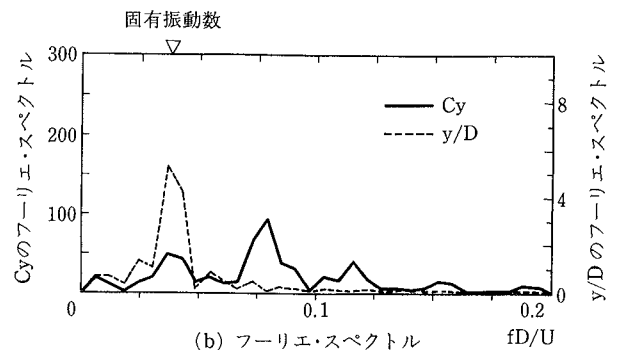
図-7~9にたわみ1自由度で弾性支持された断面A、BおよびCの振動振幅を示す。

計算点のもっとも多い断面Aでは、最大変位を与える風速は実験結果よりやや低風速側にあるが、渦励振の発現風速は実験結果と非常によく一致している。実験では系の減衰は振幅依存性を持つが、解析においては簡単のため、実験値よりやや大きめの一定の減衰率を与えている。そのため計算による振幅は、実験よりもやや小さくでることが予想されたが、実際には渦励振のピークでは、実験より大きな値となった。

断面BおよびCについては計算点は少ないが、ともに実験ではみられない渦励振が発現している。しかし計算



(a) 時刻歴

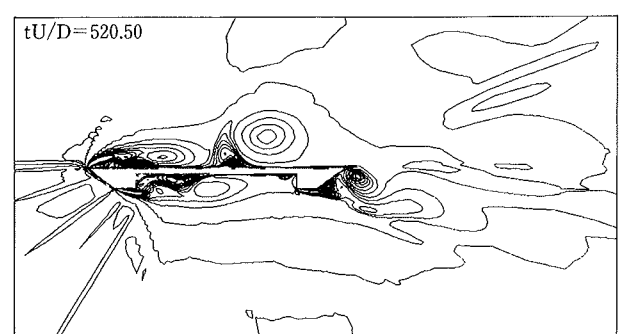
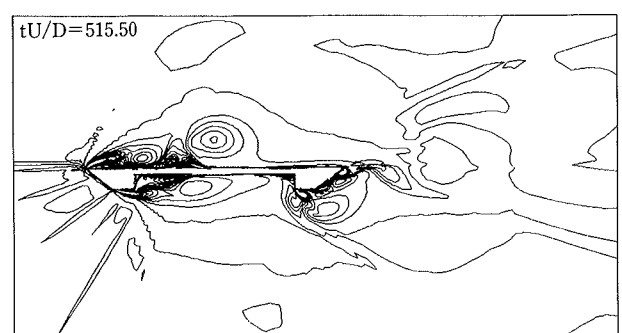
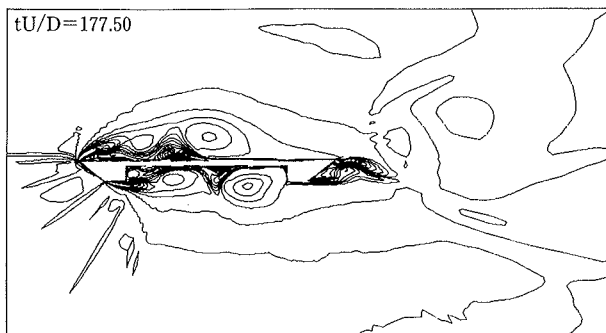
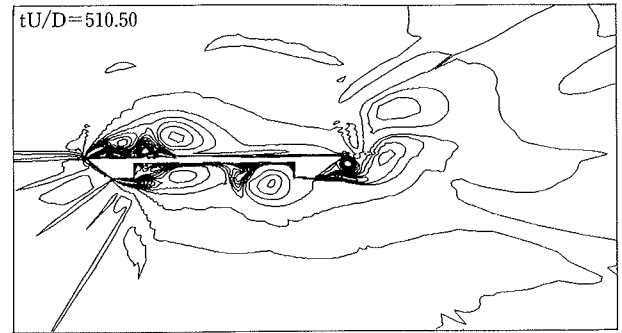
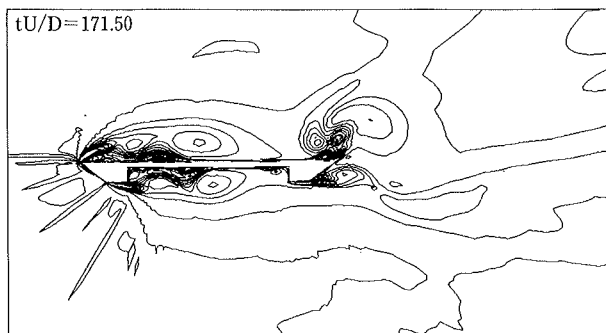
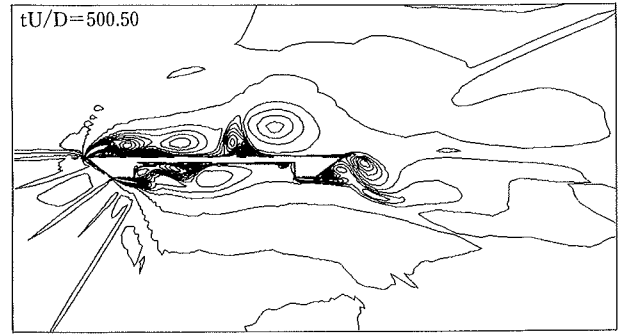


(b) フーリエ・スペクトル

図-12 弾性支持された断面の変位 y/D および揚力 C_y (断面 C)

による断面B、Cの振幅は断面Aの場合よりも小さくなっており、計算によってもこのフェアリングの効果が確認できる。

図-10~12に3種の換算風速($U_r=16.05, 20.06$ および 26.08)における断面Aの揚力係数 C_y と変位の無次元



(a) 静止状態

(b) 弾性支持状態

図-13 断面 A まわりの渦度分布

値 y/D の時刻歴およびそれらのフーリエスペクトルを示す。換算風速 U_r が 16.05 ($Re=2,130$, 図-10) のとき、揚力 C_y の卓越周波数は約 0.04 でパネ系の固有振動数から離れているため、主桁断面は小振幅で強制振動するのみである。 $U_r=20.06$ ($Re=2,670$, 図-11) の時、揚力の周波数は系の固有振動数とほぼ一致し、主桁断面は共振し始めている。 $U_r=26.08$ ($Re=3,470$, 図-12) では、揚力の卓越周波数は、系の固有周波数のほぼ倍の周波数であるが、固有周波数においてもなおピークを持ち、断面は $U_r=20.06$ の場合とほぼ同程度の大きな振幅で振動している。

図-13 (a), (b) はそれぞれ静止した断面 A および弾性支持された断面 A に働く揚力 1 周期中の渦度である (b) に対して $U_r=20.06$ 。

これら 2 つのケースの渦度を比較する。弾性支持された断面 A まわりの渦度は、振動に刺激されて、静止断面まわりのものよりも強くなっている。次に、渦の位相に着目する。下面の渦の位置の揚力に対する位相は (a) と (b) とで明らかに異なっている。しかし、上面の渦は同じ位相で生成、剥離している。このことから、上面の渦が揚力に及ぼす影響は下面のものよりも大きいことがわかる。

4. 考察

2 次元流体解析が根本的に抱える問題の一つとして、実際の流場の持つ渦の 3 次元性が再現できないということがある。実験においては、渦は生成直後に 3 次元性を持ち、風向直角方向に軸を持つ渦を乱し、その渦度を弱めるのは周知である。剥離点での 2 次元的な渦度が弱いほど、相対的に 3 次元的な渦は強いわけであるから、それによって後流での 2 次元性はなお弱められる。ところが、2 次元数値解析においては、剥離の弱い物体においても、剥離点より発生した渦は、当然その強さを 3 次元的に散逸させることなく成長してゆく。その結果、剥離点の曖昧な物体、あるいは剥離点で渦度が弱い物体ほど実験結果と解析結果の差が大きくなると考えられる。田村らは、静止した角柱まわりの流れの 3 次元解析を行い、2 次元性の強い物体に対してさえ、2 次元解析と 3 次元解析の結果には大きな差があることを指摘している⁵⁾。

ところで、本解析結果が実験結果と顕著に示す差異は、断面 B, C に対する応答解析結果での渦励振の発生である。

この実験での結果のみならず、白石らによって行われたたわみ振動する偏平六角断面まわりの流れの可視化実験 (断面比 1 : 9.9) では、断面側面には顕著な渦が見られず、このような断面には渦励振は発生しないものと考えられる⁶⁾。数値解析と実験の結果におけるこのよう

な差異は、上に述べたような、解析における流れ場の 2 次元性と実験における 3 次元性に原因があると思われる。振動状態では流場は 2 次元性を回復する傾向にあることはよく知られており、田村らが行った 3 次元解析によると、強制振動する角柱まわりの流れは、静止している場合と比較して強い 2 次元性を見せている。しかし、図-8~9 に見られる断面 B, C についての解析結果と実験結果の違いは、まだなお渦の大きさ、強さが、解析と実験とで隔たりがあることを示しており、これらのような剥離の弱い物体に対しては、実験において、2 次元性への回復が十分行われないのではないかと推測できる。

5. 結論

静止状態および弾性支持された 3 種の主桁断面まわりの流れ解析を、一般座標系でのナビエ・ストークス方程式の差分近似によって行った。その結果、以下のことが明らかとなった。

- ① 実験値と解析値の一致の程度は、断面形状に依存する。
- ② 実験で渦励振を示した断面については、振幅のピークは実験値を上回るものの、渦励振発生風速は実験と非常によく一致する。

謝 辞

実験結果の引用にご快諾をいただき、多くの貴重なご助言をいただいた京都大学 松本勝助教授に感謝いたします。

参考文献

- 1) 岡島, 他: 矩形断面構造物まわりの流れの数値シミュレーション, 第10回 風工学シンポジウム論文集, p. 205~210, (1988)
- 2) T. Tamura et al.: Numerical Simulation of Unsteady Flow Patterns around a Vibrating Cylinder, AIAA-88-0128, (1988)
- 3) 松本, 他: PC 斜張橋の動的耐風安定性に関する研究, (1991)
- 4) 中村, 他: 偏平な構造断面中の渦励振一曲げ振動一, 九州大学応用力学研究所所報, 第59号, p. 75, (1983)
- 5) Tamura et al.: Numerical Study of Aerodynamic Behavior of a Square Cylinder, 日本風工学会誌, Vol. 37, p. 261~270, (1988)
- 6) 白石, 他: 充実構造断面の渦励振特性に関する基礎的考察, 第6回 風工学シンポジウム論文集, p. 317~323, (1980)
- 7) Tamura et al.: Numerical Investigation on the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinder, 日本風工学会誌, Vol. 52, p. 505~510, (1992)