

横等方弾性地盤と構造物の動的相互作用に関する研究

栗本 修

A Study on Soil-Structure Interaction Considering Transverse Isotropy in Soil

Osamu Kurimoto

Abstract

The dynamic characteristics of a structure on a transversely isotropic soil are discussed. It is found that the relationship between shear modulus and Young's modulus in the vertical direction under a plane strain condition for a transversely isotropic soil is different from that under a plane stress condition. The results of seismic response analyses show that soil anisotropy does not greatly influence the response of a PWR type reactor building in principal resonance frequencies.

概 要

地盤—構造物系の振動問題では、従来、地盤を均質等方弾性体として、解析が行われてきたが、実際の地盤では通常、鉛直方向に異なる層構造で堆積している。そこで、地盤を水平面内と鉛直方向に弾性係数が異なる横等方弾性体として動的相互作用特性を検討した。

まず、横等方弾性体の応力—ひずみ関係を導き、平面ひずみ状態とそれ以外の応力状態ではせん断剛性、ヤング係数およびポアソン比との関係が異なることを示した。

解析例として、PWR型原子炉建屋が横等方弾性地盤に支持された場合を想定して地震応答解析を行った。その結果、建屋の主要なモードに対しては地盤の異方性の影響は大きくはなかった。

1. はじめに

地盤—構造物の動的相互作用に関する研究は解析手法、計算機能力の向上とともに対象とする基礎形状・根入れ状況、地盤構造を拡張しながら発展してきたが、実際の地盤をそのままモデル化することが困難なため、多くの研究は地盤を均質等方性材料と仮定している。しかしながら、地盤はその形成過程において重力の影響を受けるとともに鉛直方向に層構造をなして堆積するなどの様々な地殻構造的異方性 (Tectonic Anisotropy) を有している。従って、地盤を直交異方性体 (Orthotropic or Cross-anisotropic Media) として扱うことは実際の地盤状況をより忠実に評価するものといえる。

地盤の異方性を扱った研究は、均質等方性体に対する Boussinesq, Cerruti の解を異方性体に拡張した Michell の研究から実際の粘土、砂地盤を対象として横等方弾性体 (Transversely Isotropic Media) に関する Barden¹⁾ の研究を端緒として静的な相互作用問題の研究が行われてきた。動的問題に対しては研究例が少ないが、剛基盤上の帯基礎を扱った Gazetas²⁾、円形基礎を軸対称問題として解析した Kirkner³⁾、三次元半無限体の Green 関数

を誘導した勅使河原^{4)~5)}、二次元問題とした涌井他^{6)~9)}などの研究がある。これらはいずれも横等方弾性体すなわち、水平面内には等方性、鉛直方向と水平方向で異方性を有する地盤に関する研究であるが、応力—ひずみ関係式に現れる弾性係数間の関係が明確にはなっていない。

本研究ではこの横等方弾性地盤を対象として、弾性係数間の関係とその物理的意味を明らかにするとともに地盤—構造物の動的相互作用効果を検討した。

2. 横等方弾性地盤の弾性係数と物理量の関係

2.1 応力—ひずみ関係式

まず、横等方弾性体の応力—ひずみ関係式は次式で与えられる。

$$\sigma_x = C_{11}\epsilon_x + C_{12}\epsilon_y + C_{13}\epsilon_z$$

$$\sigma_y = C_{12}\epsilon_x + C_{11}\epsilon_y + C_{13}\epsilon_z$$

$$\sigma_z = C_{13}\epsilon_x + C_{13}\epsilon_y + C_{33}\epsilon_z$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})\gamma_{xy} = C_{44}\gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = C_{55}\gamma_{yz}$$

$$\tau_{zx} = C_{55}\gamma_{zx}$$

……………(1)

上式中の C_{ij} と物理量との関係は、

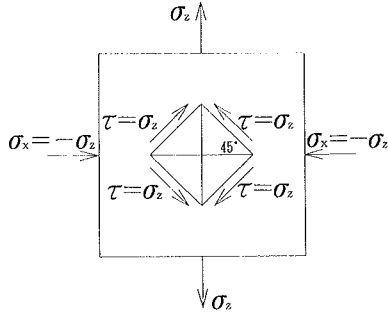


図-1 平面応力要素

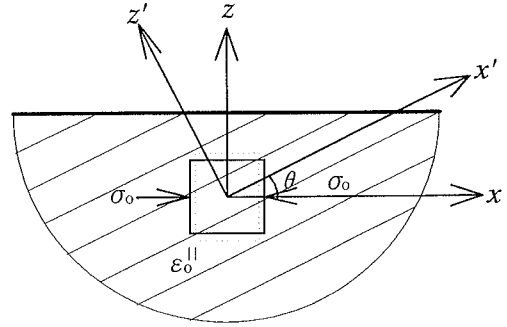


図-2 座標変換および一軸応力下の要素

$$\begin{aligned}
 E_H &= (C_{11} - C_{12}) \left\{ \frac{C_{12}C_{33} - C_{13}^2}{C_{11}C_{33} - C_{13}^2} + 1 \right\} \\
 E_V &= \frac{-2C_{13}^2}{C_{11} + C_{12}} + C_{33} \\
 G_{HV} &= C_{55} \\
 \nu_{HH} &= \frac{E_H}{C_{11} - C_{12}} - 1 \\
 \nu_{VH} &= \frac{C_{13}}{C_{11} + C_{12}} \dots\dots\dots(2)
 \end{aligned}$$

で与えられ,

$$\begin{aligned}
 G_{HH} &= \frac{E_H}{2(1 + \nu_{HH})} \\
 \frac{E_H}{E_V} &= \frac{\nu_{HV}}{\nu_{VH}} \dots\dots\dots(3)
 \end{aligned}$$

なる関係があることが知られている¹⁰⁾。

2.2 弾性係数の拘束関係

2.1節において、物理量として、 E_H 、 E_V 、 ν_{HH} 、 ν_{VH} および G_{HV} の五つの量が応力-ひずみ関係を記述するために必要であることを示したが、鉛直 z 方向のせん断剛性 G_{HV} と同じ鉛直 z 方向のヤング係数 E_V が独立に与えられることは不自然である。Barden¹⁾は図-1に示すような要素に $\sigma_x = -\sigma_z$ なる応力を与え、45度面に生じる純せん断ひずみから次式の関係式を導いている。

$$\frac{1}{G_{HV}} = \frac{1 + \nu_{HV}}{E_H} + \frac{1 + \nu_{VH}}{E_V} \dots\dots\dots(4)$$

また、Carrier¹¹⁾は数学的取り扱いを簡単にするために次式で表わされる拘束関係を用いた。

$$G_{HV} = \frac{C_{11}C_{33} - C_{13}^2}{C_{11} + 2C_{13} + C_{33}} \dots\dots\dots(5)$$

しかし、これらの関係式の物理的意味が明確ではない。そこで、以下では、 G_{HV} と E_V の関係について検討する。

図-2に示すように、 x 軸から θ だけ傾いた面内に等方性の軸がある横等方弾性体を考えると、ひずみ-応力関係式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= b_{11}\sigma_x + b_{12}\sigma_y + b_{13}\sigma_z + b_{14}\tau_{xy} + b_{15}\tau_{yz} + b_{16}\tau_{zx} \\
 \epsilon_y &= b_{21}\sigma_x + b_{22}\sigma_y + b_{23}\sigma_z + b_{24}\tau_{xy} + b_{25}\tau_{yz} + b_{26}\tau_{zx} \\
 \epsilon_z &= b_{31}\sigma_x + b_{32}\sigma_y + b_{33}\sigma_z + b_{34}\tau_{xy} + b_{35}\tau_{yz} + b_{36}\tau_{zx} \\
 \gamma_{xy} &= b_{41}\sigma_x + b_{42}\sigma_y + b_{43}\sigma_z + b_{44}\tau_{xy} + b_{45}\tau_{yz} + b_{46}\tau_{zx} \\
 \gamma_{yz} &= b_{51}\sigma_x + b_{52}\sigma_y + b_{53}\sigma_z + b_{54}\tau_{xy} + b_{55}\tau_{yz} + b_{56}\tau_{zx} \\
 \gamma_{zx} &= b_{61}\sigma_x + b_{62}\sigma_y + b_{63}\sigma_z + b_{64}\tau_{xy} + b_{65}\tau_{yz} + b_{66}\tau_{zx} \dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

次に、 y 軸回りに θ だけ回転させると、ひずみおよび

応力成分は座標変換則により、

$$\begin{aligned}
 \epsilon'_x &= \epsilon_x \cos^2\theta + \epsilon_z \sin^2\theta + \gamma_{xz} \sin\theta \cos\theta \\
 \epsilon'_y &= \epsilon_y \\
 \epsilon'_z &= \epsilon_x \sin^2\theta + \epsilon_z \cos^2\theta - \gamma_{xz} \sin\theta \cos\theta \\
 \gamma'_{xy} &= \gamma_{yz} \sin\theta + \gamma_{xy} \cos\theta \\
 \gamma'_{yz} &= \gamma_{yz} \cos\theta - \gamma_{xy} \sin\theta \\
 \gamma'_{zx} &= -2\epsilon_x \sin\theta \cos\theta + 2\epsilon_z \sin\theta \cos\theta \\
 &\quad + \gamma_{zx} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \dots\dots\dots(7) \\
 \sigma'_x &= \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_z \sin^2\theta + 2\tau_{xz} \sin\theta \cos\theta \\
 \sigma'_y &= \sigma_y \\
 \sigma'_z &= \sigma_x \sin^2\theta + \sigma_z \cos^2\theta - 2\tau_{xz} \sin\theta \cos\theta \\
 \tau'_{xy} &= \tau_{yz} \sin\theta + \tau_{xy} \cos\theta \\
 \tau'_{yz} &= \tau_{yz} \cos\theta - \tau_{xy} \sin\theta \\
 \tau'_{zx} &= -\sigma_x \sin\theta \cos\theta + \sigma_z \sin\theta \cos\theta \\
 &\quad + \tau_{zx} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \dots\dots\dots(8)
 \end{aligned}$$

で与えられる。

一方、座標変換後のひずみ-応力関係式は、等方性面の対称性を考慮すれば、

$$\begin{aligned}
 \epsilon'_x &= a_{11}\sigma'_x + a_{12}\sigma'_y + a_{13}\sigma'_z \\
 \epsilon'_y &= a_{12}\sigma'_x + a_{11}\sigma'_y + a_{13}\sigma'_z \\
 \epsilon'_z &= a_{13}\sigma'_x + a_{13}\sigma'_y + a_{33}\sigma'_z \\
 \gamma'_{xy} &= a_{44}\tau'_{xy} \\
 \gamma'_{yz} &= a_{55}\tau'_{yz} \\
 \gamma'_{zx} &= a_{55}\tau'_{zx} \dots\dots\dots(9)
 \end{aligned}$$

で表わされ、たとえば ϵ_x は、

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \{ \cos^4\theta a_{11} + 2\sin^2\theta \cos^2\theta a_{13} + \sin^4\theta a_{33} \\
 &\quad + \sin^2\theta \cos^2\theta a_{55} \} \sigma_x + a_{12} \sigma_y \\
 &\quad + \{ \sin^2\theta \cos^2\theta a_{11} + (\cos^4\theta - \sin^4\theta) a_{13} \\
 &\quad + \sin^2\theta \cos^2\theta a_{33} + \sin^2\theta \cos^2\theta a_{55} \} \sigma_z \\
 &\quad + \{ 2\sin\theta \cos^3\theta a_{11} - 2\sin\theta \cos\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta) a_{13} \\
 &\quad - 2\sin^3\theta \cos\theta a_{33} - \sin\theta \cos\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta) a_{55} \} \tau_{xz} \dots\dots\dots(10)
 \end{aligned}$$

となる。座標変換前後の係数を等置すれば、

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= \cos^4\theta a_{11} + 2\sin^2\theta \cos^2\theta a_{13} + \sin^4\theta a_{33} \\
 &\quad + \sin^2\theta \cos^2\theta a_{55} \\
 b_{13} &= \sin^2\theta \cos^2\theta a_{11} + (\cos^4\theta - \sin^4\theta) a_{13} \\
 &\quad + \sin^2\theta \cos^2\theta a_{33} + \sin^2\theta \cos^2\theta a_{55} \\
 b_{16} &= 2\sin\theta \cos^3\theta a_{11} - 2\sin\theta \cos\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta) a_{13} \\
 &\quad - 2\sin^3\theta \cos\theta a_{33} - \sin\theta \cos\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta) a_{55} \dots\dots\dots(11)
 \end{aligned}$$

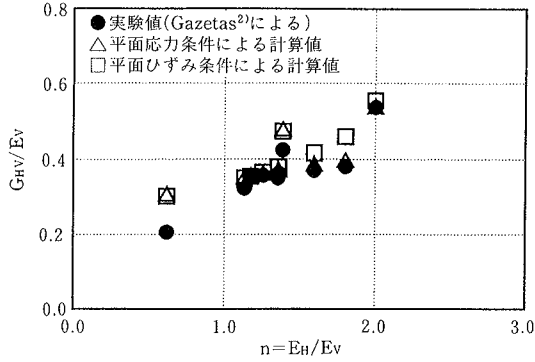


図-3 異方性材料の弾性係数

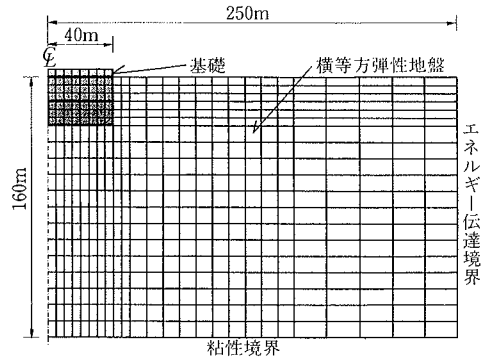


図-4 擬似三次元 FEM 解析モデル

などが得られる。ところで、係数 a_{11} , a_{13} , a_{33} などは次のように与えられる。

① 平面応力および三次元場

$$a_{11} = \frac{1}{E_H} \quad a_{13} = -\frac{\nu_{VH}}{E_V} \quad a_{33} = \frac{1}{E_V} \quad \dots\dots\dots(12)$$

② 平面ひずみ場

$$a_{11} = \frac{1 - \nu_{HH}^2}{E_H} \quad a_{13} = -\frac{\nu_{HH}\nu_{VH} + \nu_{VH}}{E_V}$$

$$a_{33} = \frac{1 - \nu_{VH}^2}{E_V} \quad \dots\dots\dots(13)$$

次に、図-2 に示すように、 x 軸から θ だけ傾いた面内に等方性の軸がある要素に、 x 方向の応力 σ_0 のみが作用し、このとき生じるひずみを ϵ_0 とすると、等方性面内および異方性軸方向に作用する応力は各々、 $\sigma_0 \cos\theta$, $\sigma_0 \sin\theta$ となる。一方、それぞれの面に生じるひずみを各々 ϵ_H , ϵ_V とすると、

$$\epsilon_H = a_{11}\sigma_0 \cos\theta \quad \epsilon_V = a_{33}\sigma_0 \sin\theta \quad \dots\dots\dots(14)$$

となる。ここで、 x 方向のひずみ ϵ_0 が、 $\epsilon_0 = \epsilon_H \cos\theta + \epsilon_V \sin\theta$ で与えられるとすると、

$$\epsilon_0 = (a_{11}\cos^2\theta + a_{33}\sin^2\theta)\sigma_0 = b_{11}\sigma_0 \quad \dots\dots\dots(15)$$

(15)式に(11)式および(12)式を代入すると、

$$\frac{\cos^2\theta}{E_H} + \frac{\sin^2\theta}{E_V} = \frac{\cos^4\theta}{E_H} + \frac{\sin^4\theta}{E_V} + \sin^2\theta \cos^2\theta \left(\frac{1}{G_{HV}} - \frac{2\nu_{VH}}{E_V} \right) \quad \dots\dots\dots(16)$$

が得られ、式を整理すれば、

$$\frac{1}{G_{HV}} = \frac{1 + \nu_{HV}}{E_H} + \frac{1 + \nu_{VH}}{E_V} \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。同様に、(15)式に(11)式および(13)式を代入すると、

$$\frac{1}{G_{HV}} = \frac{1 + \nu_{HV}}{E_H} + \frac{1 + \nu_{VH}}{E_V} - \frac{(\nu_{HH} - \nu_{HV})^2}{E_H} \quad \dots\dots\dots(18)$$

が得られる。(17)式は Barden の与えた式に一致し、(18)式は Carrier の与えた(5)式と等価であるが、統一した考え方に基づき導出することができた。

以上のように、平面ひずみ場とそれ以外の応力場では G_{HV} と他の物理量との関係が変化することがわかった。また、横等方性地盤の応力-ひずみ関係式は四つの物

理量 E_H , E_V , ν_{HH} および ν_{VH} により表わすことができる。

2.3 弾性係数の拘束関係と実験値との比較

種々の地盤材料に対する異方性の弾性係数を求めた実験結果が Gazetas²⁾によってまとめられている。異方性のパラメータ $n (= E_H/E_V)$, ν_{VH} , ν_{HH} に対する G_{HV}/E_V の測定値が求められているので、(17), (18)式との比較を図-3 に示す。実験は非排水一軸圧縮試験で行われたものであり、試験条件に対応した応力状態で導いた(17)式による値が実験値とよい一致を示している。ただし、(17), (18)式の形からわかるようにポアソン比 ν_{HH} , ν_{HV} の値が近い場合には両式の差が小さくなる。

3. 横等方性地盤のインピーダンス関数と基礎入力動

3.1 解析モデルおよび解析ケース

地盤定数として、せん断波速度 (V_s) 1000 m/s, 密度 (γ) 2.0 tf/m³, ポアソン比 (ν) 0.4 とした一様弾性体 ($E_H/E_V = 1.0$) を基本とし、 $E_H/E_V = 0.5, 1.5$ の 2 種類の異方性を考えた。ただし、ポアソン比 ν_{HH} , ν_{VH} は同一とした。基礎形状は、図-4 に示すように、一辺 80 m の正方形とし、基礎の埋込みを埋込み深さ (D) と基礎半幅 (B) の比をパラメータに、 $D/B = 0.0, 0.5, 1.0$ の 3 ケースを想定した。

3.2 解析結果および考察

図-5 に示す埋込みのない $D/B = 0.0$ のケースについてみると、水平、回転インピーダンスともなめらかな振動数依存性を示している。水平インピーダンスの実部、虚部および回転インピーダンスの虚部は異方性による差異は小さいが、回転インピーダンスの実部は差異が大きく現れている。これは、仮定している異方性が水平方向と鉛直方向で弾性係数が異なり、水平面内には等方性であることから回転インピーダンスに異方性の影響が大きく現れたためと考えられる。

図-6 および図-7 の埋込みがある場合についてみると、基礎が埋込まれたことにより水平、回転インピーダンスの実部、虚部が増加していることは当然であるが、水平インピーダンスの虚部異方性による差異がより小さ

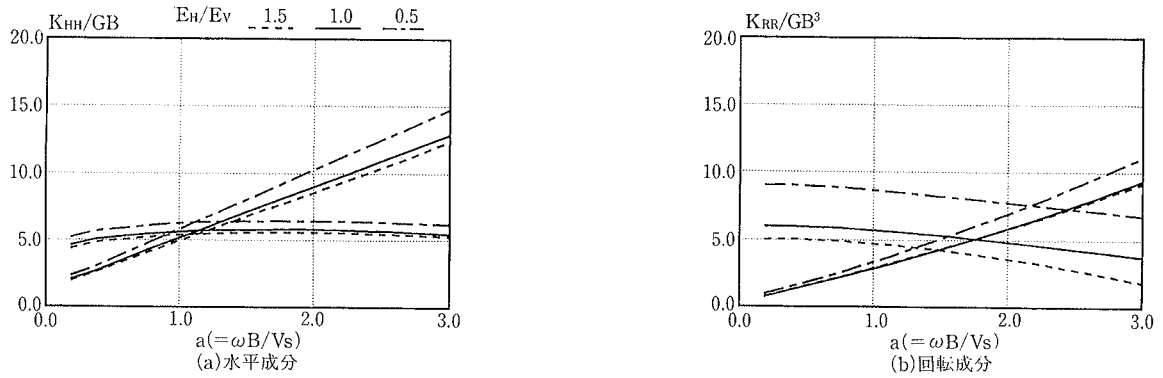


図-5 インピーダンス関数 (埋込みなし)

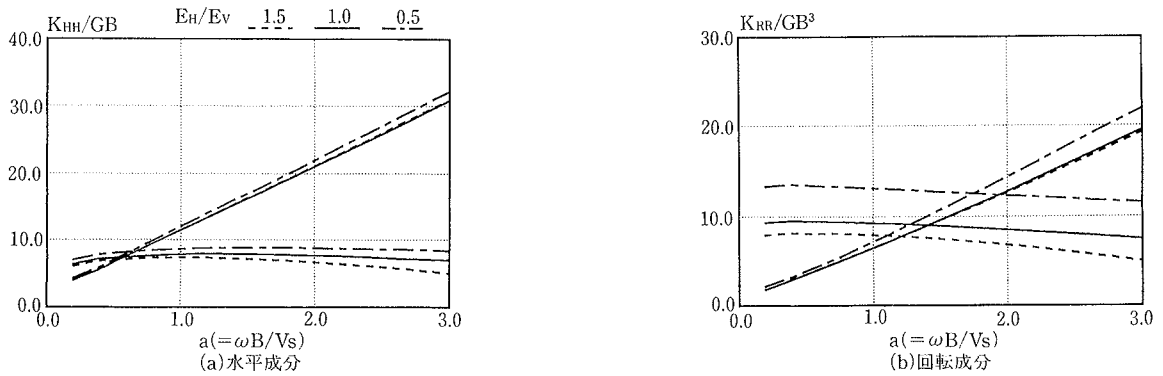


図-6 インピーダンス関数 (埋込み深さ $D/B=0.5$)

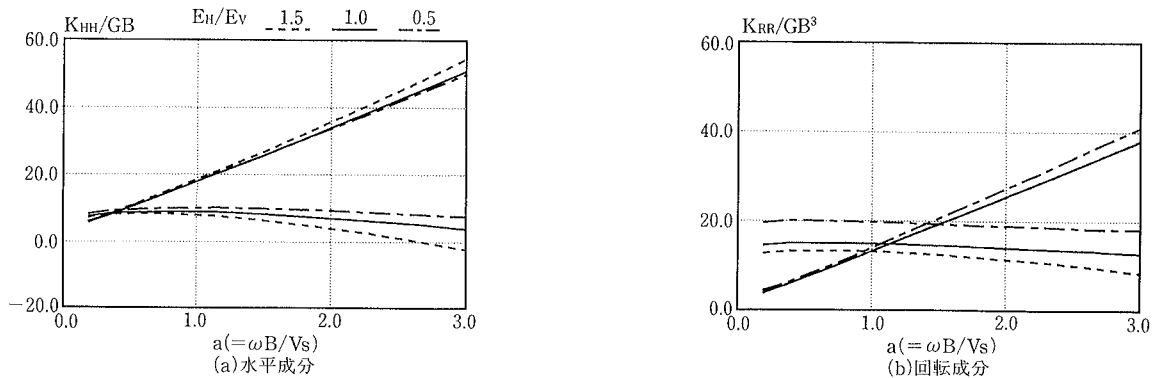


図-7 インピーダンス関数 (埋込み深さ $D/B=1.0$)

くなっていることがわかる。すなわち、埋込まれた場合には基礎側方への逸散減衰が大きくなり、等方性体内での波動伝播が主となっていると推察される。

次に、鉛直下方入射による基礎入力動を図-8～図-10に示す。

埋込みがない場合は、鉛直下方入射による水平変位の入力損失は本来生じないものであるが、異方性地盤では、回転動との連成により水平動に一樣地盤との差が見られる。

埋込みがある場合には、水平動、回転動とも本来の入力損失効果が現れ、異方性による差異は、小さくなっている。

4. 横等方弾性地盤に建つ実機原子炉建屋の応答性状

4.1 解析モデルおよび解析ケース

地盤および建屋基礎のモデルはインピーダンス、基礎入力動の解析と同様とした。建屋は標準的なPWR型4LOOP原子炉建屋¹²⁾を想定し、これを集中多質点系モデルに置換し基礎と接続した。建屋モデルを図-11に示す。

4.2 解析結果および考察

一般的に、PWR型4LOOP原子炉建屋はPCCV、I/C、REBが同一の基礎上に建つものの、各々が独立した構造となっている。その振動特性として、PCCVは地

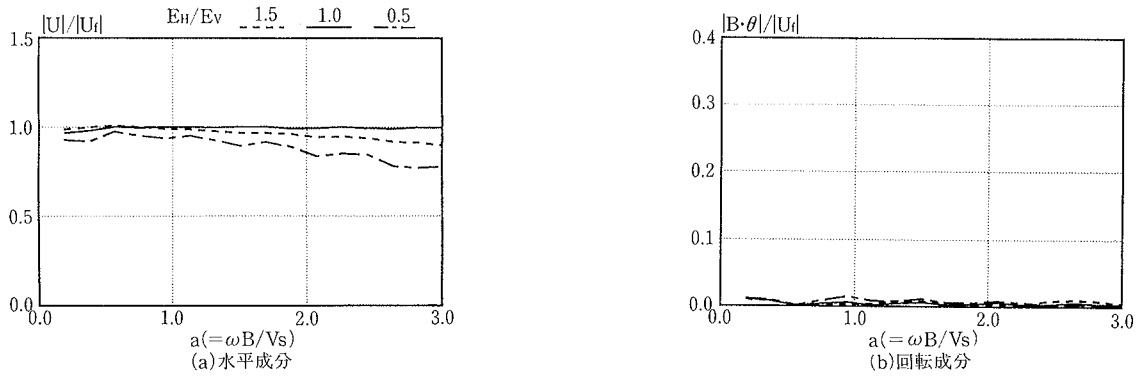


図-8 基礎入力動 (埋込みなし)

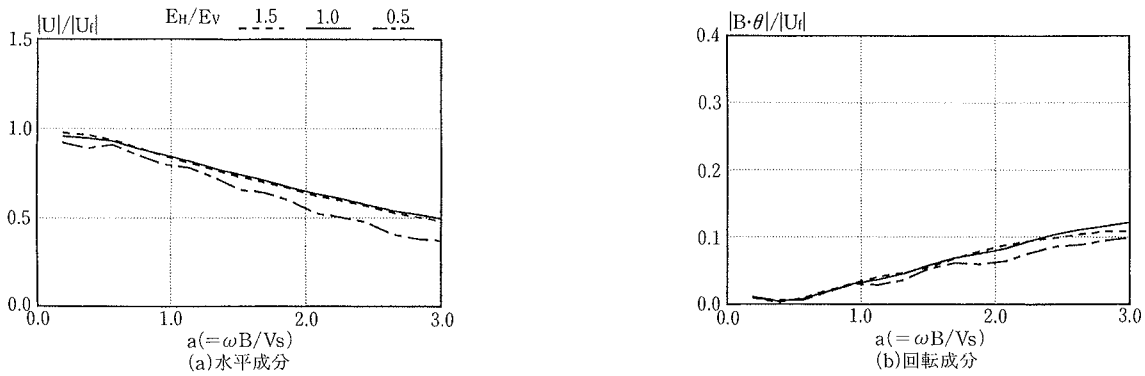


図-9 基礎入力動 (埋込み深さ $D/B=0.5$)

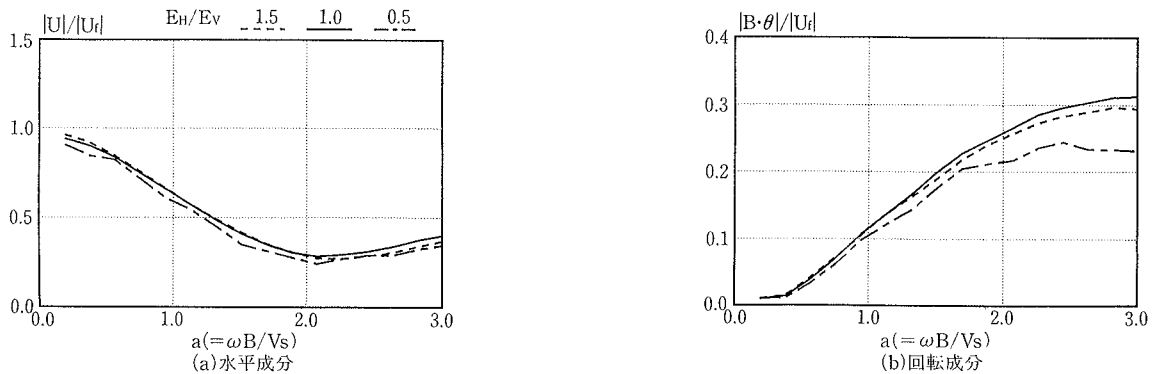


図-10 基礎入力動 (埋込み深さ $D/B=1.0$)

盤との連成効果はあまり見られず、また、 I/C は地盤と連成してその特性が変化することがわかっている。

図-12に建屋各部の伝達関数を示す。PCCVの1次が4 Hz、2次が9 Hzにあり、それぞれ、かなりシャープなピークを示している。一方、 I/C は地盤との相互作用効果が現れ、ピークとなる振動数で減衰の大きな応答特性を示している。

異方性を考慮すると、 $E_H/E_V=0.5$ の場合はPCCVはピーク振幅や1次、2次の固有振動数には変化がほとんど見られない。 I/C についても、6 Hzのピーク振幅が20%程度低下するが、11 Hzの振幅および固有振動数はほとんど変化しない。 $E_H/E_V=1.5$ の場合は、PCCVの伝達関数は $E_H/E_V=0.5$ の場合とほぼ同様の傾向を示す結果となった。 I/C は振幅、固有振動数とも一様地盤の結果

と同等であり、地盤の異方性による影響はほとんどみられない。

PWR型原子炉建屋の応答は基本的に水平動が卓越し、回転動の影響が少ないため、地盤の水平方向の特性に大きく影響される。従って、上記の結果はインピーダンス関数、基礎入力動の解析結果と対応するものといえる。

5. まとめ

地盤を横等方弾性地盤として扱い、現実の地盤構造により近い条件で地盤-構造物連成系の振動特性を検討した。

まず、横等方性体の構成式(応力-ひずみ関係)を導き、平面ひずみとそれ以外の応力場では構成関係が異なることを示した。

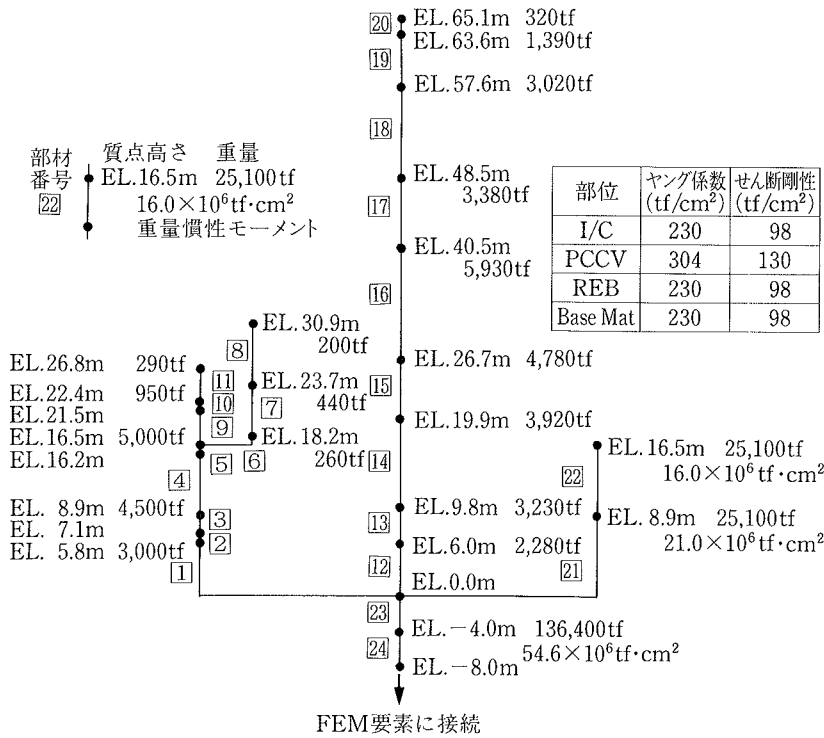
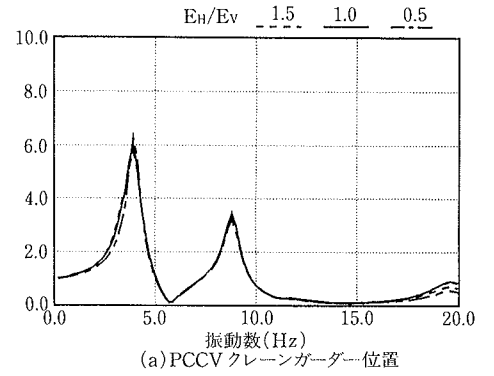
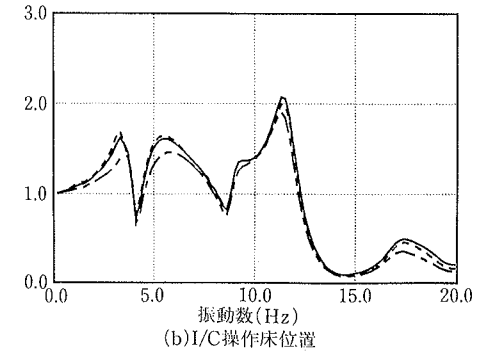


図-11 建屋モデル



(a) PCCV クレーンガーダー位置



(b) I/C 操作床位置

図-12 建屋の伝達関数

次に、異方性を有する地盤と構造物の動的相互作用特性を把握するために、インピーダンスおよび有効入力解析を行った。インピーダンス解析では、水平インピーダンスでは異方性による影響は小さく、回転インピーダンスの実部で影響が顕著であった。

また、PWR 型原子炉建屋が横等方性地盤に支持された場合を想定し、地震応答解析を行った結果、建屋の主要なモードに対しては影響は大きくはないことがわかった。

謝辞

本論をまとめるにあたり、当技術研究所 土木第五研究室の後藤室長から貴重な助言をいただいた。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Barden: Stresses and displacements in a cross-anisotropic soil, Geotechnique, Vol. 13, No. 3, p. 198~210, (1963)
- 2) Gazetas: Strip foundation on a cross-anisotropic soil layer subjected to dynamic loading, Geotechnique, Vol. 31, No. 2, p. 161~179, (1981)
- 3) Kirkner: Vibration of a rigid disc on a transversely isotropic elastic half space, Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., Vol. 6, p. 293~306, (1982)

- 4) 勅使河原, 松岡: 横等方弾性体の垂直方向点加振問題に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 358, p. 83~93, (1985)
- 5) 勅使河原, 松岡: 横等方弾性体の水平方向点加振問題に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 367, p. 91~102, (1986)
- 6) 涌井, 井口: 面内等方性地盤に埋込まれた基礎の動特性に関する研究 (その1: Anti-Plane 状態の Impedance 関数), 日本建築学会関東支部研究報告集, p. 37~40, (1986)
- 7) 涌井, 井口: 面内等方性地盤に埋込まれた基礎の動特性に関する研究 (その2: Anti-Plane 状態の基礎入力動), 日本建築学会大会学術講演梗概集, p. 565~566, (1986)
- 8) 涌井, 井口: 面内等方性地盤に埋込まれた基礎の動特性に関する研究 (その3: 平面ひずみ状態の地表面上帯基礎の解析), 日本建築学会大会学術講演梗概集, p. 579~580, (1987)
- 9) 涌井, 井口: 面内等方性成層地盤上基礎の動特性に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, p. 779~780, (1988)
- 10) 木村: 土の応力伝播, 鹿島出版会, p. 156~160, (1978)
- 11) Carrier: Propagation of waves in orthotropic media, Q. Appl. Math., 4, p. 160~165, (1946)
- 12) (社)日本電気協会: 原子力発電所耐震設計技術指針, (1987)
- 13) Gibson: The analytical method in soil mechanics, Geotechnique, Vol. 24, No. 2, p. 115~140, (1974)