

個別要素法による粒状体の力学的挙動に関する解析的研究 (その1)

— 粒状体の要素試験のシミュレーション解析 —

山本 修一

Analytical Study on Mechanical Behavior of Granular Materials by Distinct Element Method (Part 1)

— Computer Simulations of Laboratory Element Tests on Granular Assemblies —

Shuichi Yamamoto

Abstract

To investigate the quantitative applicability of the distinct element method (DEM) to granular materials, experimental results of direct shear box tests and biaxial compression tests on granular assemblies of aluminum rods are compared with computer simulated results by the DEM. It is concluded from the good quantitative agreement between the results of the two that the DEM can be a useful tool for research into the microscopic mechanism of the behavior of granular materials. And it is found that the method presented in this paper to obtain the values of DEM parameters is appropriate.

概 要

アルミ丸棒積層体の一面せん断試験, 二軸圧縮試験およびそれらの個別要素法によるシミュレーション解析を行い, 両者を定量的に比較して個別要素法の粒状体解析への適用性を調査した。その結果, 実験結果と解析結果とは定量的にも良く一致し, 個別要素法は粒状体の力学挙動の微視的メカニズムを研究する解析法として有効なツールであることが明らかになった。また, 本解析で採用した解析パラメータの決定方法の妥当性が確認された。

1. はじめに

個別要素法 (DEM)¹⁾ を粒状体解析に適用し, 粒状体の変形・降伏・破壊のメカニズムを微視的見地から明らかにするとともに, それに基づいて粒状体の応力～ひずみ関係をモデル化しようとする試みが行われるようになってきた^{2),3)}。しかし, 個別要素法の粒状体解析への適用性に関しては定性的な議論にとどまるものが多く, 定量的な意味での適用性は十分検証されていない。また, 解析パラメータの決定方法など, いわゆる解析技術が確立していないのが現状である。

粒状体のふるまいを支配するさまざまな要因のうち, 最も支配的であると考えられるのは「粒状性」であるから, アルミ丸棒やガラスビーズのような粒状性のみで理想化された材料の種々の条件下でのふるまいを個別要素法により定量的に表現できることが実証されれば, 個別要素解析が粒状体の変形・降伏・破壊のメカニズムを解明するための強力な手段の一つとなる。さらには, 数値解析によって粒状体の構造的な要因 (粗密, 粒度分布, 構造異方性等), あるいは材料的な要因 (粒子物性, 粒子形状等) などの粒状体挙動への影響を定量的に明らかに

することが可能となる。

本研究は, 個別要素解析により, 粒状体の変形・降伏・破壊の基本的なメカニズムを微視的見地から明らかにし, それに基づいて土の構成関係 (応力～ひずみ関係) を考察しようとするものである。従って, 個別要素法の粒状体解析への適用性が本研究の前提条件となる。そこで, 本報告では, アルミ丸棒積層体の一面せん断試験結果および二軸圧縮試験結果とそれらの個別要素法によるシミュレーション解析結果とを定量的に比較して, 個別要素法の粒状体解析への適用性を示すとともに, 解析パラメータの決め方について検討する。また, 個別要素法による粒状体解析の具体的な計算手法 (DEM 解析の理論) についても示す。

なお, 計算に用いた解析コードは著者が開発した粒状体個別要素解析プログラム (GRADIA2D)⁴⁾ である。

2. 円形要素に基づく個別要素法 (DEM) の理論

2.1 DEM の概要

個別要素法では, 粒状体の粒子を円形の剛体要素と仮定し, 図-1に示すように接触要素間の法線および接線方向に弾性バネと粘性ダッシュポットを配置することで要

素間の相対運動による接触力を表現する。接触要素間の滑りは接線方向にセットされたクーロンの摩擦則に従うスライダにより考慮される。ディバイダーは接触する要素間のみでこれらが働くことを示している。解析は個々の粒子の運動方程式をオイラー法により逐次積分して進められる。

以下ではプログラム GRADIA2D で採用している計算方法⁵⁾を記述する。

2.2 粒子間接触判定と接触点の相対変位の算定

任意の円形要素 (半径 r_i) の時刻 t における中心座標を $o_i (x_i, y_i)$ とすれば (図-2参照), 要素 i と要素 j の接触条件は中心間距離を R_{ij} として次式で表される。

$$r_i + r_j \geq R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

また, 任意の要素 i の時刻 $(t - \Delta t)$ からの微小時間増分 Δt 間の変位増分を $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta \varphi_i$ とすれば (図-2参照), 要素 i と要素 j の接触点での法線方向および接線方向の相対変位増分 (Δu_N および Δu_S) は次式で表される。ただし, Δu_N は接近を正, Δu_S は反時計回りを正とする。

$$\Delta u_N = (\Delta x_i - \Delta x_j) \cos \alpha_{ij} + (\Delta y_i - \Delta y_j) \sin \alpha_{ij} \quad \dots\dots\dots(2 \cdot a)$$

$$\Delta u_S = -(\Delta x_i - \Delta x_j) \sin \alpha_{ij} + (\Delta y_i - \Delta y_j) \cos \alpha_{ij} + (r_i \Delta \varphi_i + r_j \Delta \varphi_j) \quad \dots\dots\dots(2 \cdot b)$$

ここに, α_{ij} は接点の法線方向が x 軸となす角度でその方向余弦は次式で示される。

$$\sin \alpha_{ij} = \frac{(y_j - y_i)}{R_{ij}}, \quad \cos \alpha_{ij} = \frac{(x_j - x_i)}{R_{ij}} \quad \dots\dots\dots(3)$$

2.3 粒子間力の算定

図-1から明らかなように, 粒子接点に作用する力は, 相対変位 (弾性バネ) によるものと相対速度 (粘性ダッシュポット) によるものと和で表現される。また, 要素 i と要素 j の粒子接点に作用する力を接線方向作用力と法線方向作用力に分けて考える。

2.3.1 法線方向の作用粒子間力 法線方向バネ定数を k_N とすれば, 弾性バネと微小時間増分 Δt 間の法線方向相対変位増分 Δu_N による抗力増分 (Δe_N) は

$$\Delta e_N = k_N \Delta u_N \quad \dots\dots\dots(4)$$

また, 法線方向粘性定数を η_N とすれば, 粘性ダッシュポットと微小時間増分 Δt 間の法線方向相対速度 $\Delta u_N / \Delta t$ による抗力 (Δd_N) は

$$\Delta d_N = \eta_N \frac{\Delta u_N}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots(5)$$

従って, 時刻 t において法線方向に作用する弾性抗力 $[e_N]_t$ と粘性抗力 $[d_N]_t$ は次式のようにになる。

$$[e_N]_t = [e_N]_{t-\Delta t} + \Delta e_N \quad \dots\dots\dots(6 \cdot a)$$

$$[d_N]_t = \Delta d_N \quad \dots\dots\dots(6 \cdot b)$$

ただし, 粒子間の引張抗力を認めないので式(6)には次の条件が付される。

$$[e_N]_t < 0 \text{ のとき, } [e_N]_t = [d_N]_t = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

以上より, 時刻 t における 2 要素間の法線方向圧縮力は次式で算定される。

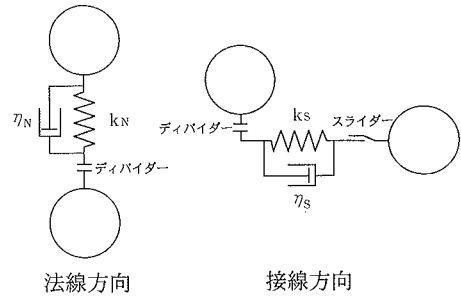


図-1 個別要素法の粒子間接触モデル

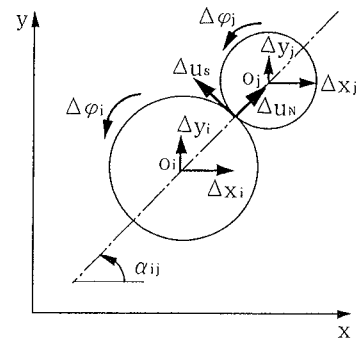


図-2 要素の変位増分と接点の相対変位増分

$$[f_N]_t = [e_N]_t + [d_N]_t \quad \dots\dots\dots(8)$$

2.3.2 接線方向の作用粒子間力 接線方向バネ定数を k_S とすれば, 弾性バネと微小時間増分 Δt 間の接線方向相対変位増分 Δu_S による抗力増分 (Δe_S) は

$$\Delta e_S = k_S \Delta u_S \quad \dots\dots\dots(9)$$

また, 接線方向粘性定数を η_S とすれば, 粘性ダッシュポットと微小時間増分 Δt 間の接線方向相対速度 $\Delta u_S / \Delta t$ による抗力 (Δd_S) は

$$\Delta d_S = \eta_S \frac{\Delta u_S}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots(10)$$

従って, 時刻 t において接線方向に作用する弾性抗力 $[e_S]_t$ と粘性抗力 $[d_S]_t$ は次式のようにになる。

$$[e_S]_t = [e_S]_{t-\Delta t} + \Delta e_S \quad \dots\dots\dots(11 \cdot a)$$

$$[d_S]_t = \Delta d_S \quad \dots\dots\dots(11 \cdot b)$$

ただし, 粒子接点はクーロンの摩擦則に従って滑るので, 式(11)には次の 2 条件が付される。

$$[e_N]_t < 0 \text{ のとき, } [e_S]_t = [d_S]_t = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$|[e_S]_t| > \mu [e_N]_t \text{ のとき,}$$

$$[e_S]_t = \mu [e_N]_t \frac{[e_S]_t}{|[e_S]_t|} \quad \dots\dots\dots(13 \cdot a)$$

$$[d_S]_t = 0 \quad \dots\dots\dots(13 \cdot b)$$

ここに, μ は粒子間摩擦係数である。以上より, 時刻 t における 2 要素間の接線方向せん断力 (反時計回りを正) は次式で算定される。

$$[f_S]_t = [e_S]_t + [d_S]_t \quad \dots\dots\dots(14)$$

2.4 粒子の運動の算定

要素 i が、接触する全ての要素 j から受ける力の総和は、 x 方向成分を F_{xi} 、 y 方向成分を F_{yi} 、要素中心回りのモーメントを M_i として次式で算定される。

$$[F_{xi}]_t = \sum_j (-[f_N]_t \cos \alpha_{ij} + [f_s]_t \sin \alpha_{ij}) + m_i g_x \quad \dots\dots\dots (15\cdot a)$$

$$[F_{yi}]_t = \sum_j (-[f_N]_t \sin \alpha_{ij} - [f_s]_t \cos \alpha_{ij}) + m_i g_y \quad \dots\dots\dots (15\cdot b)$$

$$[M_i]_t = -r_i \sum_j ([f_s]_t) \quad \dots\dots\dots (15\cdot c)$$

ここに、 m_i は要素 i の質量で、 g_x 、 g_y はそれぞれ x 方向、 y 方向の重力加速度である。ここで、ニュートンの第2法則を適用すれば、時刻 t における要素 i の加速度は次式で表される。

$$[\ddot{x}]_t = \frac{[F_{xi}]_t}{m_i} \quad \dots\dots\dots (16\cdot a)$$

$$[\ddot{y}]_t = \frac{[F_{yi}]_t}{m_i} \quad \dots\dots\dots (16\cdot b)$$

$$[\ddot{\phi}]_t = \frac{[M_i]_t}{I_i} \quad \dots\dots\dots (16\cdot c)$$

ここに、 I_i は要素 i の慣性モーメントである。次に、式(16)を積分して、時刻 t における要素 i の速度と変位増分が式(17)、(18)で算定される。

$$[\dot{x}]_t = [\dot{x}]_{t-\Delta t} + [\ddot{x}]_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (17\cdot a)$$

$$[\dot{y}]_t = [\dot{y}]_{t-\Delta t} + [\ddot{y}]_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (17\cdot b)$$

$$[\dot{\phi}]_t = [\dot{\phi}]_{t-\Delta t} + [\ddot{\phi}]_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (17\cdot c)$$

$$[\Delta x]_t = [\dot{x}]_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (18\cdot a)$$

$$[\Delta y]_t = [\dot{y}]_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (18\cdot b)$$

$$[\Delta \phi]_t = [\dot{\phi}]_t \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (18\cdot c)$$

さらに、時刻 $(t + \Delta t)$ における要素 i の座標と回転角は

$$[x]_{t+\Delta t} = [x]_t + [\Delta x]_t \quad \dots\dots\dots (19\cdot a)$$

$$[y]_{t+\Delta t} = [y]_t + [\Delta y]_t \quad \dots\dots\dots (19\cdot b)$$

$$[\phi]_{t+\Delta t} = [\phi]_t + [\Delta \phi]_t \quad \dots\dots\dots (19\cdot c)$$

こうして得られた新たな要素の座標に基づいて式(1)から式(19)までの演算を繰り返す。

なお、プログラム GRADIA2D では解の安定性を向上させるために、木山・藤村⁵⁾ にならって式(18)に代えて式(20)を用いている。

$$[\Delta x]_t = \frac{[\Delta x]_{t-\Delta t} + [\dot{x}]_t \cdot \Delta t}{2} \quad \dots\dots\dots (20\cdot a)$$

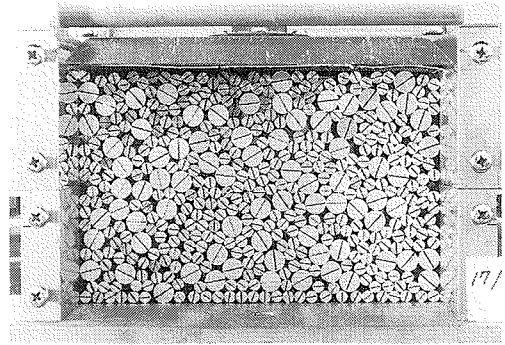
$$[\Delta y]_t = \frac{[\Delta y]_{t-\Delta t} + [\dot{y}]_t \cdot \Delta t}{2} \quad \dots\dots\dots (20\cdot b)$$

$$[\Delta \phi]_t = \frac{[\Delta \phi]_{t-\Delta t} + [\dot{\phi}]_t \cdot \Delta t}{2} \quad \dots\dots\dots (20\cdot c)$$

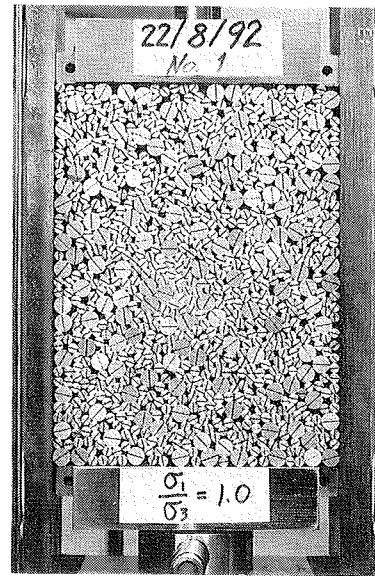
3. アルミ丸棒積層体の一面せん断試験と二軸圧縮試験

供試体は、両試験ともに、長さ 50 mm、直径 5 mm および 9 mm の 2 種類のアルミ丸棒を混合重量比 3 : 2 の割合でランダムに配置して作成した。

一面せん断試験は、長方形断面を有し下部可動・上部固定式の装置を用いて、上載荷重 $4.9 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ (0.5



写真一 一面せん断試験装置と初期粒子配置



写真二 二軸圧縮試験装置と初期粒子配置

kgf/cm²) で行い、せん断 (水平) 変位 (x) と加圧板中央の鉛直変位 (y) および作用せん断力を測定した。写真一は上載荷重を作用させた、せん断直前の状態を示している。

二軸圧縮試験は、上部・側方載荷板可動、下部載荷板固定の試験装置を用いて、軸圧 (σ_1) および側圧 (σ_3) を $4.9 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ (0.5 kgf/cm²) で等方圧密した後、側圧一定でせん断応力 $((\sigma_1 - \sigma_3)/2)$ を作用させ、上部載荷板の鉛直変位と左右載荷板の側方変位を計測した。写真二は等方圧密後の実験写真である。

なお、両実験は同一条件で初期粒子配置を変えてそれぞれ 2 ケース行った。

4. 解析方法

4.1 個別要素法と解析時間増分 Δt

本実験のシミュレーションでは粒子と粒子の接触の他に、粒子と載荷板の接触を考慮する必要がある。ここでは、載荷板を剛体と仮定し、剛線要素でモデル化した。これは粒子間接触の場合と同様に、剛線要素と円形要素

の接触点に弾性バネ、粘性ダッシュポット、スライダーを配置して、両者の相対運動による接触力を表現するものである。

解析は各粒子の運動方程式をオイラー法により時間積分して進める。従って、解は積分時間増分 Δt に関して条件付き安定となる。積分時間増分 Δt に関して Cundall は次式を示した¹⁾。

$$\Delta t < \Delta t_c = 2\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 m は粒子の質量、 k はバネ定数である。これは1自由度系の運動方程式から導かれた条件であり、実際にはこれを目安に問題ごとに試行錯誤により決定せざるを得ない。今回の一面せん断試験および二軸圧縮試験のシミュレーションの場合、 $\Delta t = \Delta t_c/5$ では解が発散した。図-3は一面せん断試験シミュレーションにおいて、 $\Delta t = \Delta t_c/10$ を用いた場合と $\Delta t = \Delta t_c/50$ を用いた場合の解析結果を示している。図より、両者にほとんど差がないことがわかる。二軸圧縮試験シミュレーションの場合も同様の結果となった。このことから、 Δt として $\Delta t_c/10$ を用いれば十分であると判断し、本シミュレーションでは $\Delta t = \Delta t_c/10 = 5 \times 10^{-7}$ (sec) を用いた。

4.2 解析モデルおよび材料定数とその決定方法

実験と解析におけるせん断前の粒子配置をできるだけ同じにするために、解析における粒子配置は載荷前の実験写真をデジタイズすることで粒子一つ一つの中心座標と直径を数値化して作成した。このとき、読み取り誤差により微小な粒子の重なりが認められたが、この粒子の重なりによる粒子間反発力(接触力)は計算上作用しないものとして、所定の拘束圧(一面せん断の場合は上載圧、二軸圧縮の場合は等方応力)を作用させて釣り合わせ、せん断前の初期粒子配置とした。図-4は前記の方法で得られたせん断前の初期粒子配置を示している。これは写真-1, 2に対応するものである。一面せん断試験、二軸圧縮試験ともに実験とほぼ同じ初期粒子配置が得られていることがわかる。

解析に必要な材料定数は、粒子間の法線方向および接線方向バネ定数(k_N, k_s)と粘性定数(η_N, η_s)、粒子~載荷板間の法線方向および接線方向バネ定数(k'_N, k'_s)と粘性定数(η'_N, η'_s)、粒子間摩擦角(ϕ_μ)、粒子~載荷板間摩擦角(ϕ'_μ)、粒子の質量密度(ρ)である。

法線方向バネ定数 k_N および k'_N は、弾性2円柱および円柱と板の接触理論⁶⁾により式(22), (23)で表わされる。直径 D , ヤング率 E , ポアソン比 ν の弾性2円柱が単位長さ当たり荷重 q で圧縮される場合のバネ定数 k_N は

$$k_N = \frac{\pi \cdot E}{2(1-\nu^2) \left(\frac{2}{3} + 2 \ln \sqrt{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \frac{E}{q} \cdot \frac{1}{1-\nu^2}} \right)} \quad \dots\dots\dots(22)$$

また、直径 D , ヤング率 E , ポアソン比 ν の弾性円柱とヤング率 E' , ポアソン比 ν' の弾性板が単位長さ当たり荷重 q で圧縮される場合のバネ定数 k'_N は

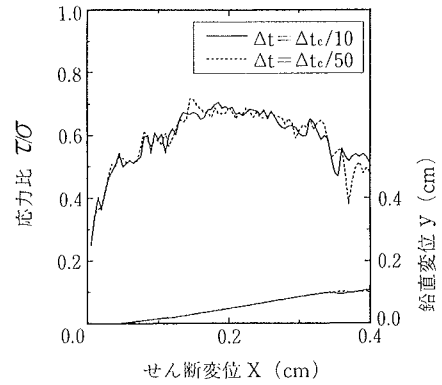
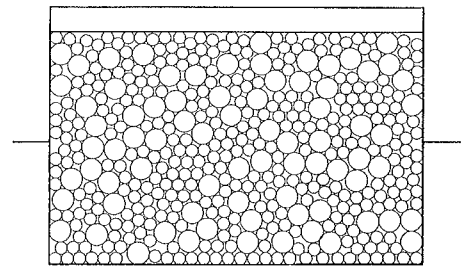
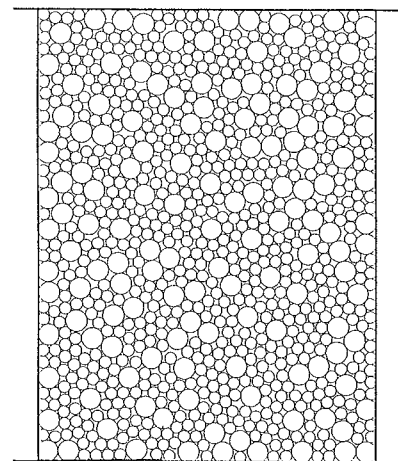


図-3 積分時間増分 Δt の影響



(a) 一面せん断試験



(b) 二軸圧縮試験

図-4 解析における初期粒子配置

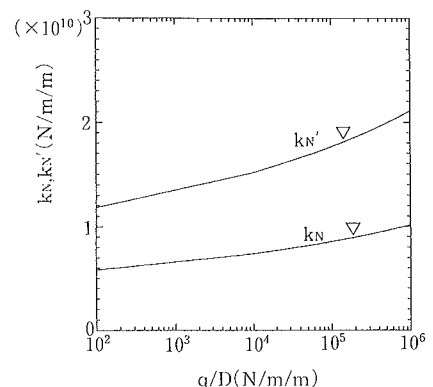


図-5 法線方向バネ定数 k_N, k'_N と q/D の関係

$$k'_N = \frac{\pi \cdot E}{2(1-\nu^2) \left(\frac{1}{3} + \ln \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{D}{q} \cdot \frac{E \cdot E'}{(1-\nu^2)E' + (1-\nu'^2)E}} \right)} \dots\dots\dots(23)$$

式(22), (23)より k_N および k'_N は接触力 q と粒子直径 D の比 (q/D) によって変化することがわかる。そこで、アルミ棒の弾性定数 ($E=7.1 \times 10^{10}$ N/m², $\nu=0.34$) と鉄製載荷板の弾性定数 ($E'=2.1 \times 10^{11}$ N/m², $\nu'=0.28$) を用いて式(22), (23)より計算した k_N および k'_N と q/D の関係を本実験で作用するであろう q の範囲を考慮してプロットしたものを図-5に示す。図-5より k_N および k'_N は q/D の変化にあまり敏感でないことがわかる。従って、 k_N および k'_N は代表的な q/D におけるものを採用してよいと思われる。 q/D の値は平均的には作用応力値のオーダーとなるので、本解析では、せん断過程での作用応力 (10⁵ N/m² 程度) を考慮して q/D が 10⁵ N/m/m のオーダーに対応するバネ定数 (k_N および k'_N , 図-5中に▽印で示す) を用いた。

接線方向バネ定数 k_s および k'_s は、表面に凹凸のある2円柱の接触理論⁷⁾ に基づいて式(24), (25)で近似できる。

$$k_s = a \cdot G \sqrt{q} \dots\dots\dots(24)$$

$$k'_s = a \cdot \frac{G+G'}{2} \sqrt{q} \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 G は弾性円柱のせん断弾性係数、 G' は弾性板のせん断弾性係数、 q は単位長さ当たりの垂直荷重、 a は材料固有の定数でアルミ丸棒の場合 $a=4.7 \times 10^{-5}$ (m²/N)^{1/2} である。ところで、粒状体のDEM解析において、 k_s , k'_s は粒子接点の滑動量に比べて無視できる程度の微小な粒子自身の変形に関わるものであるから、粒状体全体の微小なひずみを問題としない場合には k_s , k'_s はある程度以上大きな値を用いればよいと考えられる。図-6に、垂直荷重 $q=6 \times 10^4$ N/m/m として式(24), (25)より求めたバネ定数 ($k_s=3 \times 10^8$, $k'_s=6 \times 10^8$) を用いた場合と、その100倍の垂直荷重 $q=6 \times 10^6$ N/m/m でのバネ定数 ($k_s=3 \times 10^9$, $k'_s=6 \times 10^9$) を用いた場合の二軸圧縮試験シミュレーションの解析結果を示す。両者に顕著な差がないことから接線方向バネ定数は式(24), (25)を目安にある程度以上大きな値を設定すればよいと言える。ここでは、 $k_s=3 \times 10^8$, $k'_s=6 \times 10^8$ を用いた。

粘性定数は準静的な問題の場合には解を安定させる役割のみを担うので、次式で表される一自由度系の臨界減衰定数 (η_c) を用いた。

$$\eta_c = 2\sqrt{km} \dots\dots\dots(26)$$

また、粒子間摩擦角はアルミ丸棒間の摩擦試験結果⁸⁾ から決定し、粒子と載荷板間の摩擦角についても摩擦試験を実施して決定した。

一面せん断試験および二軸圧縮試験のシミュレーション解析に用いた材料定数を表-1に示す。

5. 実験結果とDEM解析結果の比較

図-7は初期粒子配置の異なる2ケースの一面せん断

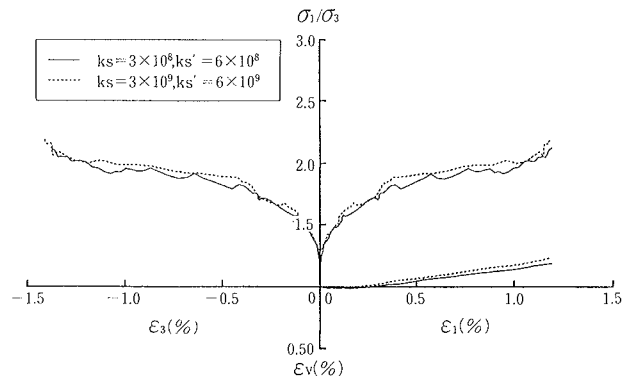


図-6 接線方向バネ定数 (k_s , k'_s) の解析結果への影響

表-1 解析に用いた材料定数

		粒子間	粒子-載荷板間
バネ定数 (N/m/m)	法線方向	0.9×10^{10}	1.8×10^{10}
	接線方向	3.0×10^8	6.0×10^8
粘性定数 (N s/m/m)	法線方向	7.9×10^4	1.1×10^5
	接線方向	1.4×10^4	2.0×10^4
粒子間摩擦角 (°)		16	16(一面せん断) 10(二軸圧縮)
粒子の質量密度 (kg/m ³)		2,700	
粒子の直径 (mm)		5, 9	

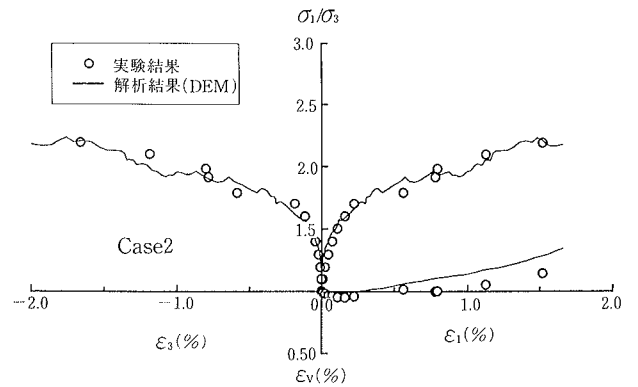
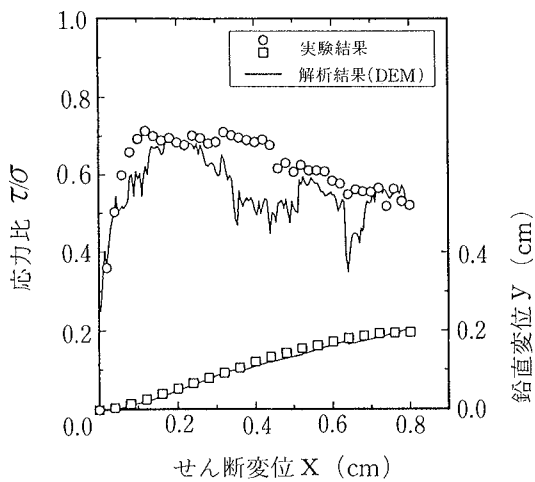
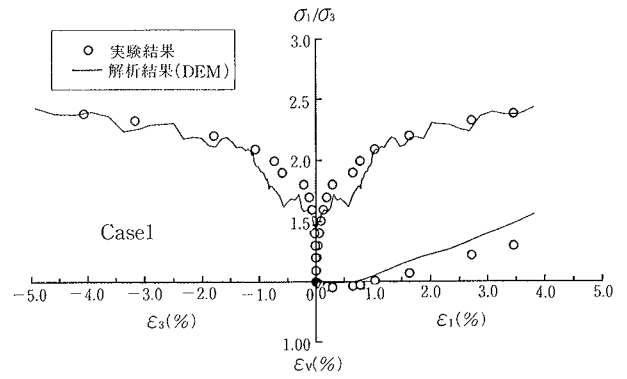
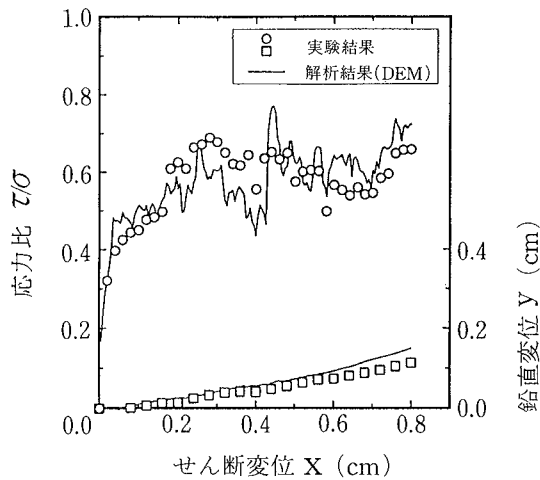
1N=0.102kgf

試験について、せん断 (水平) 変位 (x) とせん断・垂直応力比 (τ/σ) および鉛直変位 (y) との関係に関して実験結果と解析結果を比較したものである。また、図-8は初期粒子配置の異なる2ケースの二軸圧縮試験について、主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 主ひずみ (ϵ_1, ϵ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係に関して実験結果と解析結果を比較したものである。一面せん断試験、二軸圧縮試験ともに実験結果と解析結果は定量的に良く一致していることから、DEMは粒状体の力学挙動の微視的メカニズムを検討するための有効な解析法であるといえる。また、解析モデルおよび解析パラメータの設定法の妥当性が確認されたと考える。

6. おわりに

本研究では、アルミ丸棒積層体の一面せん断試験、二軸圧縮試験とそのDEMシミュレーション結果を定量的に比較して、DEMが粒状体の変形・降伏・破壊の基本的なメカニズムを研究するツールとして有効であるかどうかを調べた。また、丸棒積層体を模擬する場合の解析パラメータの決定方法を検討した。主な結論は以下の通りである。

- ① 個別要素法は粒状体の力学挙動の微視的なメカニズムを研究する解析法として、定量的にも有効なツールである。
- ② 解析時間増分、バネ定数および粘性定数などの解析パラメータは本文中に示す方法により決定することができる。



図一七 一面せん断試験における実験結果と解析結果の比較

図一八 二軸圧縮試験における実験結果と解析結果の比較

謝 辞

実験は名古屋工業大学の実験装置を用いて、同大学松岡元教授のご指導により行ったものである。この研究を行うにあたり松岡教授には多くのご助言を頂いた。また、齋木清志氏(元名古屋工業大学学生)、武馬雅志氏(名古屋工業大学学生)に実験を手伝って頂いた。記して感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, p. 47~65, (1979)
- 2) Rothenburg, L. and Bathurst, R. J.: Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials, *Geotechnique* Vol. 39, No. 4, p. 601~614, (1989)
- 3) Bardet, J. P. and Proubet, J.: A numerical investiga-

tion of the structure of persistent shear bands in granular media, *Geotechnique* Vol. 41, No. 4, p. 599~613, (1991)

- 4) 山本修一, 表 佑太郎, 伯野元彦: スーパーコンピュータを用いた個別要素法による岩砕地盤の動的挙動解析, *地盤工学における数値解析法シンポジウム論文集*, Vol. 14, p. 377~382, (1990)
- 5) 木山英郎, 藤村 尚: カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, *土木学会論文報告集*, Vol. 333, p. 137~146, (1983)
- 6) Roark, R. J.: *Formulas for stress and strain*, 4th edition, McGraw-Hill, p. 319~321, (1965)
- 7) 船橋鉦一, 内藤 正: 接線力を受ける個体接触面の剛性について, *潤滑*, Vol. 20, No. 11, p. 783~790, (1975)
- 8) 松岡 元, 齋木清志: 2次元粒状体(丸棒)の粒子間摩擦角(ϕ_μ)の一測定法, 第27回土質工学研究発表会, 2分冊の1, p. 579~590, (1992)