

# 個別要素法による粒状体の力学的挙動に関する解析的研究 (その2)

——粒状体のせん断機構と応力～ひずみ関係——

山本 修一

## Analytical Study on Mechanical Behavior of Granular Materials by Distinct Element Method (Part 2)

——Shear Mechanism and Stress-Strain Relationship of Granular Materials——

Shuichi Yamamoto

### Abstract

In order to investigate the shear mechanism of granular materials, numerical biaxial compression tests by the distinct element method on random assemblies of aluminum rods were performed. The macroscopic stress-strain behavior of granular materials under shearing ought to be closely related to the microscopic fabric and its change. Based on the numerical results, the mechanism of the fabric change and the relationship between the microscopic fabric and the macroscopic quantities (stress and strain) were examined in detail. It was demonstrated that the fabric change and the stress-strain-dilatancy relationship under shearing can be predicted by sole use of the initial arrangement of particles based on the clarified shear mechanism.

### 概要

粒状体のせん断機構を調査するために、個別要素法によるアルミ丸棒積層体の二軸圧縮試験シミュレーション解析を行った。粒状体のせん断時の巨視的な応力～ひずみ挙動は微視的な粒状体構造およびその変化と密接な関係があるはずである。解析結果に基づいて、巨視的な応力やひずみと微視的な粒状体構造との関係および粒状体構造の変化のメカニズムを詳細に調べた。明らかとなったせん断機構に基づけば、初期粒子配置だけからせん断時の粒状体構造の変化と応力～ひずみ～ダイレイタンスー関係を予測することができることを示した。

## 1. はじめに

土の変形・破壊のメカニズムの解明は土質力学の根幹を成す重要な問題の1つである。そしてこれは、土構造物の設計、地盤の補強、地盤災害防止などの考え方の基本となるという意味で工学的に重要である。

土の力学特性や変形・破壊メカニズムに関する研究の多くは、土の要素試験から得られる巨視的な応答量を様々な切り口で評価することによって普遍的な法則を見いだそうとする立場で行われてきた。しかし、土は本来、粒子の集合体(粒状体)であるからその巨視的な力学特性は粒子レベルの微視的な特性、特に、粒状体構造(fabric)に支配されている。ここに、粒状体構造とは、粒子形状などの粒子自体の形態的な構造と、粒子接点角の配向性などの粒子集合体の幾何学的な構造をいう<sup>1)</sup>。したがって、粒状体の力学的根本原理を真に解明するためには、巨視的な観点からだけでなく微視的な観点からその挙動を把握し、微視的特性と巨視的特性との相関関係を明らかにする必要がある。粒状体の巨視的な力学特性を微視的考察に基づいて解明しようとした代表的な研究

として、Rowe<sup>2)</sup>や Matsuoka<sup>3)</sup>の研究がある。両者はともに、ガラスビーズ積層体や光弾性材料の丸棒積層体などの理想化された粒状体のせん断試験を行い、微視的考察に基づいて応力比～ひずみ増分比関係を導き、その実際の砂への適用性を示した。

一方、Cundall<sup>4)</sup>は丸棒や球の集合体の力学挙動を表現できる数値解析手法として個別要素法(Distinct Element Method: DEM)を提案した。個別要素法は、粒子1つ1つを要素としてモデル化することによって、個々の粒子の運動および粒子間の相互作用をシミュレートするものである。したがって、これはまさにRoweやMatsuokaの行った物理せん断試験をコンピュータの中でシミュレートすることができる解析手法である。筆者は、アルミ丸棒積層体のせん断試験とその個別要素法によるシミュレーション解析を行い、両結果を定量的に比較して個別要素法の粒状体解析への適用性を明らかにしている<sup>5)</sup>。個別要素法による粒状体の数値実験には、物理実験では計測することが困難な粒子の変位、粒子接点角、粒子間力などの微視的な物理量を精度よく容易に得ることができるというメリットがある。

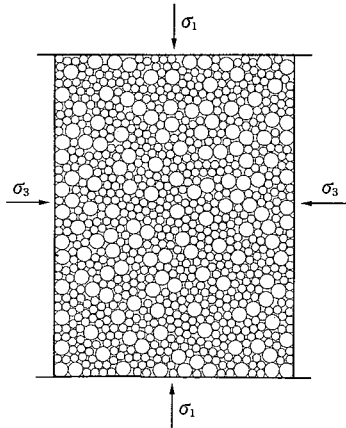


図-1 二軸圧縮試験シミュレーションにおける等方圧縮時の粒子配置

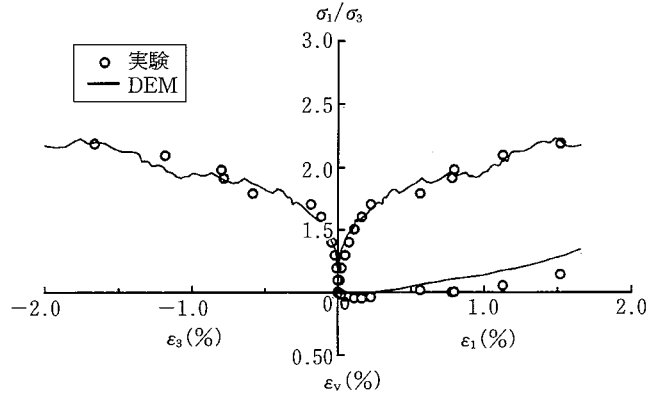


図-2 実験結果と解析結果の比較 (主応力比 $\sigma_1/\sigma_3$ ～主ひずみ $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ ～体積ひずみ $\varepsilon_v$ 関係)

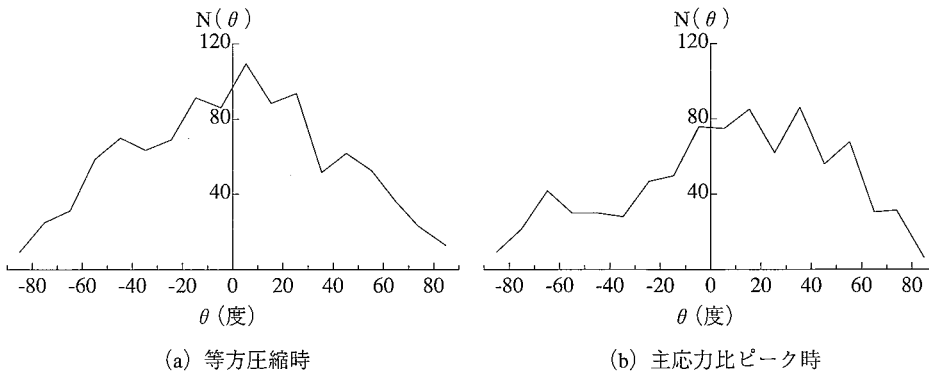


図-3 モービルाइズド面における粒子接点角の度数分布  $N(\theta)$

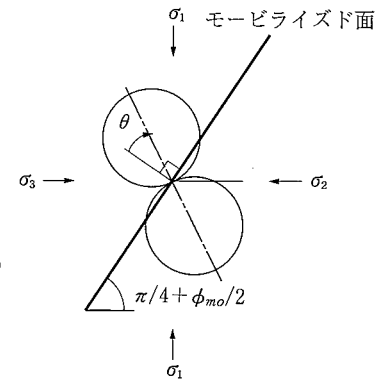


図-4 粒子接点角 $\theta$

本研究は、個別要素法によるアルミ丸棒積層体の二軸圧縮試験シミュレーション結果に基づいて、粒状体がせん断されたとき、個々の粒子がどのような法則で運動し、粒状体の構造がどのようなメカニズムで変化するのか、そしてそれが応力やひずみなどの巨視的な応答とどう結びついているのかという粒状体のせん断の基本的なメカニズムを調査したものである。

## 2. アルミ丸棒積層体の二軸圧縮試験シミュレーション

アルミ丸棒積層体の二軸圧縮試験およびそのシミュレーション解析については参考文献5)に詳しいので、ここではその概略を述べる。

実験では、直径5 mm, 9 mmのアルミ丸棒を混合重量比3:2の割合でランダムに配置した供試体を用いた。上部・側方載荷板が可動式で、下部載荷板が固定式の二軸圧縮試験装置を用いて、鉛直方向軸圧( $\sigma_1$ )および水平方向側圧( $\sigma_3$ )を $\sigma_1 = \sigma_3 = 0.5 \text{ kgf/cm}^2$ として等方圧縮した後、側圧 $\sigma_3 = 0.5 \text{ kgf/cm}^2$ 一定で軸差応力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )を作用させてせん断した。この二軸圧縮試験を個別要素法により忠実にモデル化してシミュレーション解析を行った。

図-1は、解析における等方圧縮時の粒子配置を示している。粒状体を取り囲む4本の直線は実験における載荷板をモデル化した剛線要素である。

結果として得られた、主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～主ひずみ( $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ )～体積ひずみ( $\varepsilon_v$ )関係を実験結果と比較して図-2に示す。

## 3. “粒状体構造の変化”に着目したモービルाइズド面上の応力比～ひずみ増分比関係とその解釈

粒状体がせん断応力を受けると、粒状体構造(粒子接点角の度数分布)が変化することはよく知られている。図-3は、粒状体のせん断特性を支配すると考えられるせん断・垂直応力比の最大面、いわゆるモービルाइズド面(最大主応力面から角 $\pi/4 + \phi_{mo}/2$ を成す面、ここに、 $\tan \phi_{mo} = \tau/\sigma_N = (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1})/2$ )上の全粒子接点の接点角の度数分布 $N(\theta)$ を示している。ここに、 $\theta$ はモービルाइズド面上の粒子接点角で、モービルाइズド面のせん断応力方向に対して反対方向回りを正としている(図-4参照)。モービルाइズド面としては、図-5に示すように最大主応力面と角 $\pi/4 + \phi_{mo}/2$ を成す複数の平行面を供試体全体に一樣に設定している(間隔は10

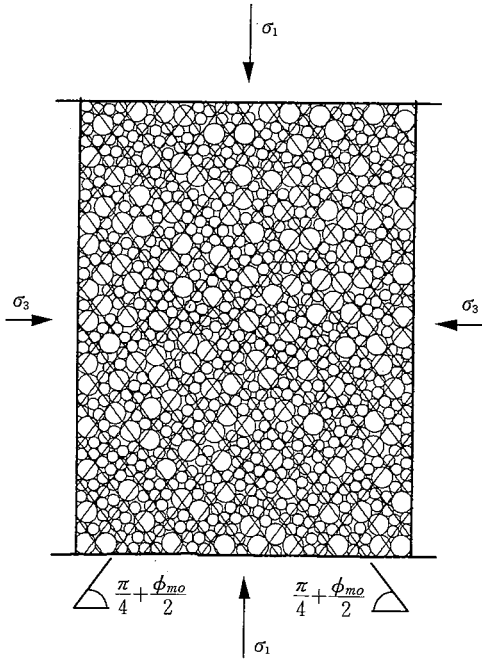


図-5 供試体内に設定したモービライズド面

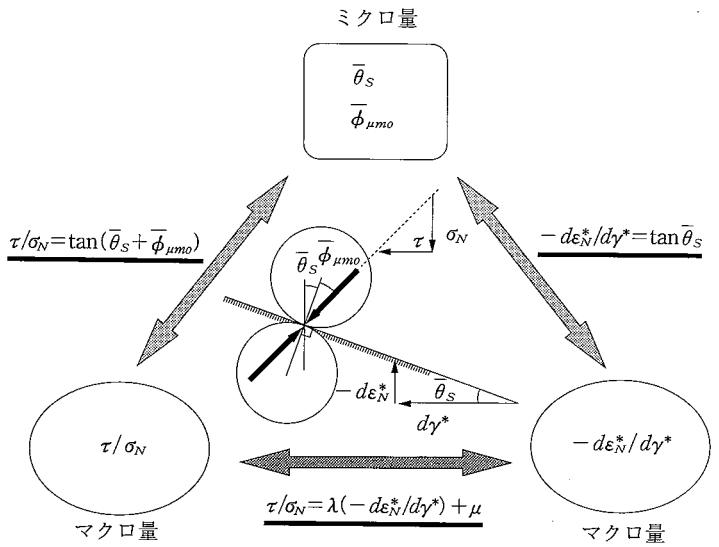


図-6 モービライズド面上のミクロ量( $\bar{\theta}_s, \bar{\phi}_{\mu mo}$ )とマクロ量( $\tau/\sigma_N, -d\epsilon_N^*/d\gamma^*$ )の相関関係

mm, 数は44本)。なお、モービライズド面上の粒子接点とは、接触する2粒子の粒子中心を結ぶ線分がモービライズド面と交差するものである。 $\theta$ が大きいほどせん断力に抵抗しやすいことを考慮すれば、図-3より、モービライズド面では、「せん断力に抵抗しやすい $\theta$ が正の粒子接点の度数が相対的に増加する」ということがわかる。

Matsuoka<sup>3)</sup>はアルミ丸棒や光弾性材料の丸棒の一面せん断試験から、モービライズド面上の粒子接点角の度数分布の変化を粒状体のせん断抵抗やダイレイタンシー特性を支配する微視的要因として考察し、以下に示す式(1)~(3)に対応する関係を誘導している。そして、筆者らは、より精度の高いDEMによるアルミ丸棒積層体の二軸圧縮試験シミュレーション結果に基づいて同様の考察を行い、下記の式(1)~(3)の関係が成立することを検証している<sup>6)</sup>。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan(\bar{\theta}_s + \bar{\phi}_{\mu mo}) \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$-\frac{d\epsilon_N^*}{d\gamma^*} = \tan \bar{\theta}_s \quad \dots\dots\dots(2)$$

式(1), (2)より,

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\sigma_N} &= \frac{1 + \tan^2 \bar{\phi}_{\mu mo}}{1 + \tan \bar{\phi}_{\mu mo} \frac{d\epsilon_N^*}{d\gamma^*}} \left( -\frac{d\epsilon_N^*}{d\gamma^*} \right) + \tan \bar{\phi}_{\mu mo} \\ &= \lambda \left( -\frac{d\epsilon_N^*}{d\gamma^*} \right) + \mu \quad \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ここに、 $\tau/\sigma_N$ はモービライズド面上のせん断・垂直応力比である。 $\bar{\theta}_{\mu mo}$ はモービライズド面上の粒子接点角の平均値(平均粒子接点角)である。ただし、主要な構造骨格(skeleton)を成すと考えられる平均粒子間力以上の力を伝達する接点を対象とした平均粒子接点角である。また、 $\bar{\phi}_{\mu mo}$ はそれらの接点でモービライズされている粒子間摩擦角の平均値(せん断力に抵抗する方向にモービライズされている場合を正とした平均値)である。 $d\epsilon_N^*$ および $d\gamma^*$ は、モービライズド面上のひずみ増分相当量(ひずみ増分とは異なる)で、次式で示される主ひずみ増分ベクトル $d\epsilon_1 = (d\epsilon_1, d\epsilon_3)$ のモービライズド面に垂直な成分および平行な成分である<sup>7)</sup>。

$$d\epsilon_N^* = d\epsilon_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) + d\epsilon_3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$d\gamma^* = d\epsilon_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) + d\epsilon_3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

図-6は、式(1)~(3)で示されるモービライズド面上のマクロ量( $\tau/\sigma_N, -d\epsilon_N^*/d\gamma^*$ )とミクロ量( $\bar{\theta}_s, \bar{\phi}_{\mu mo}$ )の相関関係とその物理的な意味合いをまとめて示したものである。特徴的なことは、マクロ量である応力比( $\tau/\sigma_N$ )とひずみ増分相当量の比( $-d\epsilon_N^*/d\gamma^*$ )がともに粒状体構造を代表するミクロ量である平均粒子接点角 $\bar{\theta}_s$ と関係づけられることである。そして、これらの関係は、「粒状体のせん断は摩擦のある斜面上を粒子が登り降りする問題としてとらえることができる」という粒状体のせん断の重要なメカニズムの一つを端的に表している。

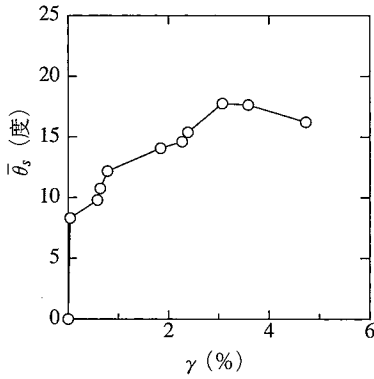


図-7 モービライズド面上の平均粒子点角  $\bar{\theta}_s$  とせん断ひずみ  $\gamma$  の関係

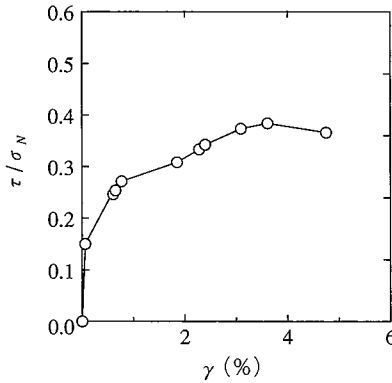


図-8 モービライズド面上のせん断・垂直応力比  $\tau/\sigma_N$  とせん断ひずみ  $\gamma$  の関係

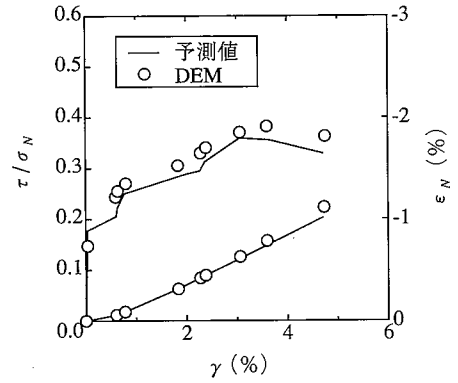


図-9 モービライズド面上の  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係：予測値とDEM解析結果の比較

#### 4. モービライズド面上の応力～ひずみ～ダイレイタンシー関係と粒状体構造の変化

図-7はモービライズド面上のせん断ひずみ  $\gamma$  と平均粒子接点角  $\bar{\theta}_s$  との関係を示している。また、図-8はモービライズド面上のせん断ひずみ  $\gamma$  とせん断・垂直応力比 ( $\tau/\sigma_N$ ) の関係を示している。ここに、せん断ひずみ  $\gamma$  は、式(7)で表されるせん断ひずみ増分  $d\gamma$  から算定している。モービライズド面上の垂直ひずみ増分  $d\epsilon_N$  およびせん断ひずみ増分  $d\gamma$  は、主応力方向と主ひずみ増分方向が一致するとすれば次式で表される。

$$d\epsilon_N = \frac{d\epsilon_1 + d\epsilon_3}{2} + \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cos \left\{ 2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2} \right) \right\} \\ = \frac{d\epsilon_1 + d\epsilon_3}{2} - \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \sin \phi_{mo} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$d\gamma = (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \sin \left\{ 2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2} \right) \right\} \\ = (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \cos \phi_{mo} \quad \dots\dots\dots(7)$$

図-7より、 $\bar{\theta}_s$  はせん断ひずみ  $\gamma$  の増加とともに増加し、やがてピークに至って減少に転ずるのが見られる。また、この  $\gamma \sim \bar{\theta}_s$  関係は図-8の  $\gamma \sim \tau/\sigma_N$  関係と類似していることがわかる。このことは、式(1)からも明らかのように、 $\bar{\theta}_s$  がせん断抵抗 ( $\tau/\sigma_N$ ) の主要な要因の1つであることを意味している。図-9は、図-7の  $\gamma \sim \bar{\theta}_s$  関係と式(1),(2),(4)～(7)を用いて以下に示す手順によって予測されるモービライズド面上の応力比  $\tau/\sigma_N \sim$  せん断ひずみ  $\gamma \sim$  垂直ひずみ  $\epsilon_N$  関係 (実線) をDEM解析結果 (プロット) と比較して示したものである。

① 式(1)の  $\bar{\phi}_{umo}$  はDEM解析の結果から得られた値 ( $\bar{\phi}_{umo} = 2^\circ$ ) を用いることで既知とする。

②  $\gamma \sim \bar{\theta}_s$  関係 (図-7) が与えられているので、式(1)より  $\tau/\sigma_N (= \tan \phi_{mo}) \sim \gamma$  関係が得られる。

③ 式(2),(4)～(7)より  $d\gamma \sim d\epsilon_N$  関係が次式で表され、したがって、 $\gamma \sim \epsilon_N$  関係が得られる。

$$d\epsilon_N = \frac{1}{2 \cos \phi_{mo}} \left( \frac{\tan \beta + 1}{\tan \beta - 1} - \sin \phi_{mo} \right) d\gamma \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{ここに、} \beta = \bar{\theta}_s - \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi_{mo}}{2} \right)$$

図-9より、 $\bar{\phi}_{umo}$  が推定できるならば  $\gamma \sim \bar{\theta}_s$  関係から応力比 ( $\tau/\sigma_N$ )  $\sim$  せん断ひずみ  $\gamma \sim$  垂直ひずみ  $\epsilon_N$  関係が十分な精度で予測できることがわかる。したがって、粒状体のせん断時の応力～ひずみ～ダイレイタンシー関係を支配するのは、平均粒子接点角  $\bar{\theta}_s$  とその変化 ( $\gamma \sim \bar{\theta}_s$  関係) 一粒状体構造の変化一であるといえる。

粒状体構造の変化のメカニズムについては次節で考察するが、図-8に代表される粒状体のせん断時のひずみ硬化・軟化の源は、粒状体構造の変化であることが理解される。

#### 5. 粒状体構造の変化のメカニズム

##### 5.1 粒状体構造の変化の要因

せん断によって粒状体構造は図-3のように変化するが、この間、粒状体に何が起きているのであろうか。

図-10は粒状体構造が図-3のように変化する間の

- (a) 接触し続ける接点の度数分布  $N_s(\theta)$
- (b) 接触していなかった粒子が接触して、新たに発生した接点の度数分布  $N_g(\theta)$
- (c) 接触していた粒子が離れて消滅した接点の度数分布  $N_d(\theta)$

を示している。ここに、(a),(b),(c)に対応する接点をそれぞれ定常接点 (steady contact), 発生接点 (appearing contact), 消滅接点 (disappearing contact) と呼ぶ<sup>(8),(9)</sup>。図-10より、発生接点はせん断力に抵抗しやすい  $\theta$  の正の方向に集中し、消滅接点は反対に  $\theta$  の負の方向に集中することがわかる。これらの図から、図-3のような粒状体構造の変化は、粒子接点の異方的な発生・消滅による接点度数の増減と、後で述べる定常接点の滑動 (すべり)・転動 (ころがり) による接点角自身の変化によるものであることがわかる。

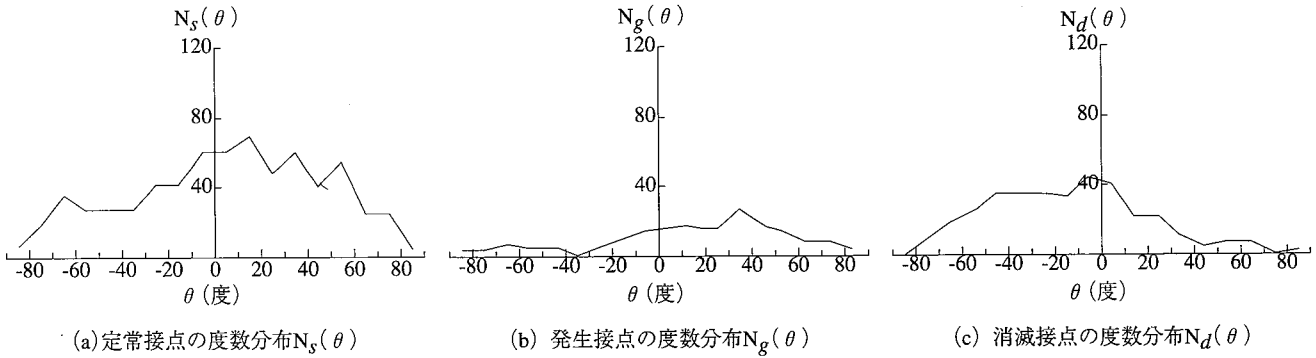


図-10 モービライズド面上の定常接点, 発生接点, 消滅接点の度数分布

5.2 モービライズド面上のせん断ひずみと粒子接点角の変化量の関係

図-11に, モービライズド面上の定常接点を対象として得られた, 等方応力状態から主応力比 $\sigma_1/\sigma_3$ のピーク時までの粒子接点角の変化量 $\xi$ の分布をプロットで示す。ここに,  $\xi$ はモービライズド面上のせん断応力と同方向回りを正として測った粒子接点角の変化量である。図-11の下部に示す挿し絵は, モービライズド面上の粒子がその粒子接点角に応じてどの方向にどの程度滑動・転動するか(ベクトルで示す)を, グラフ横軸の接点角 $\theta$ と対応させて描いた模式図である。この図から, モービライズド面上の粒子接点であっても, 全ての接点と同じ方向に滑動・転動するのではないということが理解される。また, 図中の実線は次式の関係を示している。

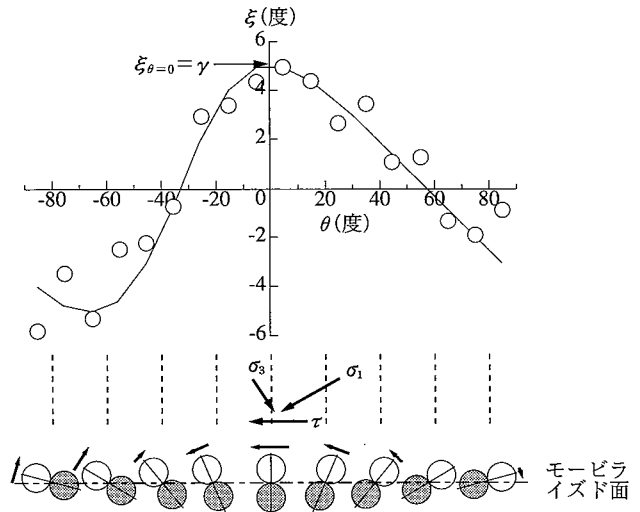


図-11 モービライズド面上の粒子接点の接点角の変化量 $\xi$ の分布

$$\begin{aligned} \xi &= \gamma \frac{\tau(\theta)/\sigma_N(\theta)}{\tau(0)/\sigma_N(0)} \\ &= \gamma \frac{\cos \phi_{mo} \cos(2\theta - \phi_{mo})}{1 + \sin \phi_{mo} \sin(2\theta - \phi_{mo})} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

ここに,  $\sigma_N(\theta)$ ,  $\tau(\theta)$ はそれぞれ粒子接点角 $\theta$ の粒子接平面上のマクロな垂直応力, せん断応力である(図-12参照)。図-11より, 粒子接点角の変化量 $\xi$ の分布は式(9)で近似されることがわかる。式(9)の意味を考慮すれば次のような粒子接点角の変化法則が理解される。すなわち, 粒子接点角の変化量 $\xi$ の分布は, 粒子接平面上のマクロなせん断・垂直応力比 $\tau(\theta)/\sigma_N(\theta)$ の分布に比例する。したがって, せん断・垂直応力比が最大であるモービライズド面に平行な面を接平面とする粒子接点( $\theta=0$ の接点)の接点角の変化量が最も大きい。そして, その大きさはモービライズド面上のマクロなせん断ひずみ $\gamma$ と等しい( $\xi_{\theta=0}=\gamma$ )。なお, この $\xi_{\theta=0}=\gamma$ なる関係は, モービライズド面上では図-13に示すようにマクロな回転角であるせん断ひずみ $\gamma$ とマイクロな回転角である $\xi_{\theta=0}$ が等しいことを表わしており, 興味深い。

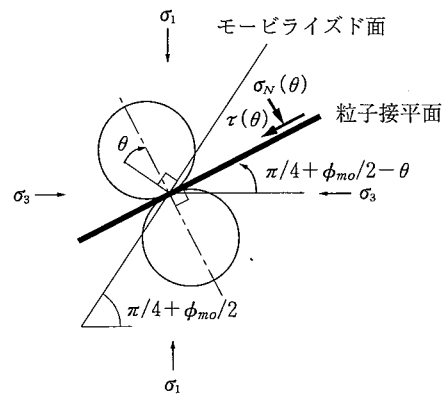


図-12 粒子接点角 $\theta$ の粒子接平面上のマクロな垂直応力 $\sigma_N(\theta)$ とせん断応力 $\tau(\theta)$

5.3 粒子接点の発生・消滅のメカニズム

図-14(b)は二軸圧縮試験シミュレーションから得られたモービライズド面上の接点の発生・消滅の一例を示している。このように、粒子接点の発生・消滅の様子を数百接点について一点一点調べた結果、接点の発生・消滅の主要なメカニズムは図-15のように単純化して考えることができる。すなわち、

① 定常接点の滑動・転動によって、新たな接点の発生や他の接点の消滅が起こる。

② 1つの粒子が複数の接点を有する場合には、粒子接平面の垂直方向 (contact normal) が最大主応力方向に最も近い接点が定常接点になりやすい。したがって、contact normal が最大主応力方向に近い接点は消滅しにくく、反対に、contact normal が最小主応力方向に近い接点は消滅しやすい。

これらのことと、図-11、式(9)で示される接点角の変化法則を考え合わせれば、図-10で見られる「発生接点が $\theta$ の正の方向に集中し消滅接点が $\theta$ の負の方向に集中する」ことは当然のこととして理解される。

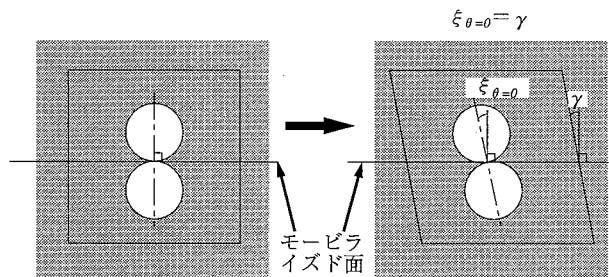


図-13 モービライズド面上のマクロなせん断ひずみ $\gamma$ とミクロな粒子接点角の変化量 $\xi_{\theta=0}$

6. 粒状体構造の変化のメカニズムに基づいた応力～ひずみ～ダイレイタンスー関係の予測

粒状体構造の変化 (接点角の変化, 接点の発生・消滅) のメカニズムに基づき、2次元粒状体の初期 (等方応力時) の粒子配置が与えられたとき、実際に粒子を移動させて粒子接点角を変化させることによって、せん断時に刻々変化する平均粒子接点角を予測すること (粒子移動予測法と呼ぶ) を試みる。初期粒子配置として、二軸圧縮試験シミュレーションでの初期粒子配置を用いることによって、予測された平均粒子接点角の変化とシミュレーション解析で得られた実際の平均粒子接点角の変化とを比較する。これにより、前節で議論した粒状体構造の変化のメカニズムの妥当性を検証する。さらに、予測された粒状体構造の変化に基づいて応力～ひずみ～ダイレイタンスー関係の予測を試みる。

6.1 粒子移動予測法

図-16に粒子移動予測法の概略フローを示す。モービライズド面はせん断とともに最大主応力面との成す角が $45^\circ \rightarrow 55^\circ$ 程度変化するが、ここでは簡単のためモービライズド面を $50^\circ$ 面に固定して考えている。したがって、式(9)から、接点角の変化量 $\xi$ の増分 $\Delta\xi$ は

$$\Delta\xi = \Delta\gamma \frac{\cos\phi_{mo}\cos(2\theta - \phi_{mo})}{1 + \sin\phi_{mo}\sin(2\theta - \phi_{mo})} \quad (\phi_{mo} = 10^\circ) \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $\Delta\gamma$ はモービライズド面上のせん断ひずみ増分である。なお、モービライズド面は図-5に示されるのと同様に供試体全体に一様に設定している。また、対象とする粒子接点はモービライズド面上の全ての接点である (約1,000点)。

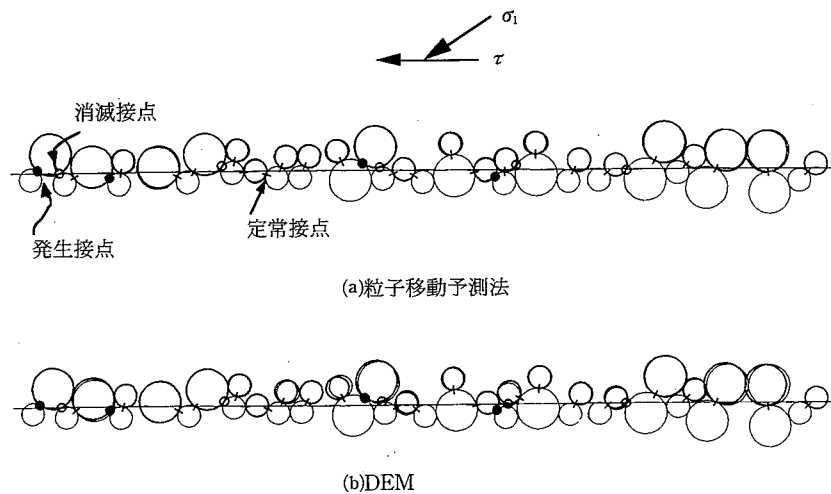


図-14 モービライズド面上の粒子接点の発生と消滅 ( $\gamma=4.8\%$ 時) : (a)粒子移動予測法と(b) DEM 解析結果の比較

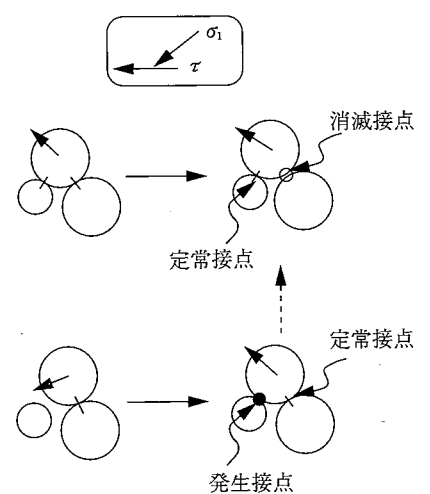


図-15 粒子接点の発生・消滅のメカニズム

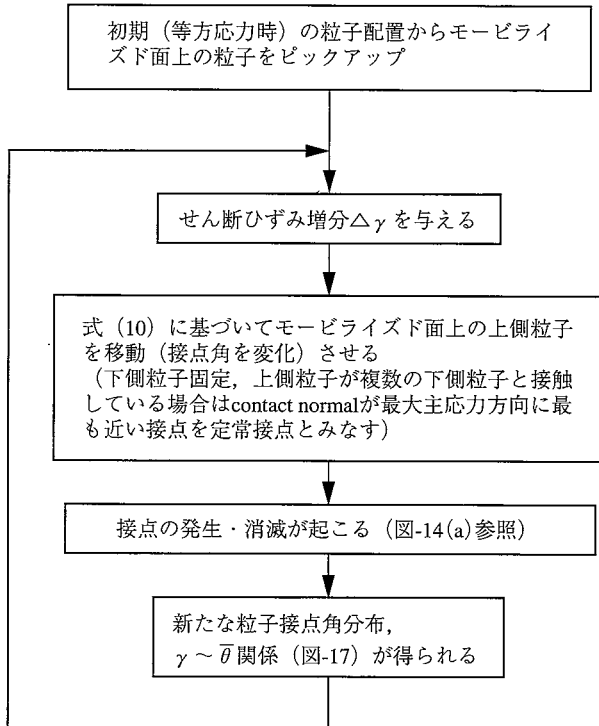


図-16 粒子移動予測法の概略フロー

### 6.2 粒子移動予測法による粒状体構造の変化

粒子移動予測法によるモービライズド面上の接点の発生・消滅の様子をDEM解析結果と比較して、図-14に示す。また、図-17に粒子移動予測法によって得られたモービライズド面上の全接点の平均粒子接点角 $\bar{\theta}$ とせん断ひずみ $\gamma$ の関係(実線)をDEM解析で得られた実際の $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係(プロット)と比較して示す。図-14では接点の発生・消滅に関して、粒子移動予測法とDEM解析結果との対応が比較的良好であるが、粒子移動予測法では、平均的な接点角の変化量(式(10))を一点一点の接点に適用していること、また、モービライズド面の下側粒子を固定して考えていることから、発生・消滅接点の場所は実際(DEM解析結果)とは必ずしも完全に一致するものではない。しかし、図-17において $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係がDEM解析結果とよく対応していることからわかるように、粒子移動予測法によって平均的にどの方向の接点かどの程度発生・消滅するかを予測することができる。結論として、粒子移動予測法はせん断中の粒子接点角の変化および接点の発生・消滅の主要なメカニズムを妥当に評価しているといえる。

### 6.3 粒子移動予測法に基づく応力~ひずみ~ダイレイタンシー関係

図-18に、DEM解析結果から得られた、モービライズド面上のすべての接点の平均粒子接点角 $\bar{\theta}$ と主要な構造骨格(skeleton)を成す接点の平均粒子接点角 $\bar{\theta}_s$ の関係を示す。図より、 $\bar{\theta}$ と $\bar{\theta}_s$ がほぼ比例関係にあり、 $\bar{\theta}_s = 2.2\bar{\theta}$ が成立するのがわかる。この関係は初期粒子配置、初期間隙比、粒子間摩擦角の異なる場合にも成立することを

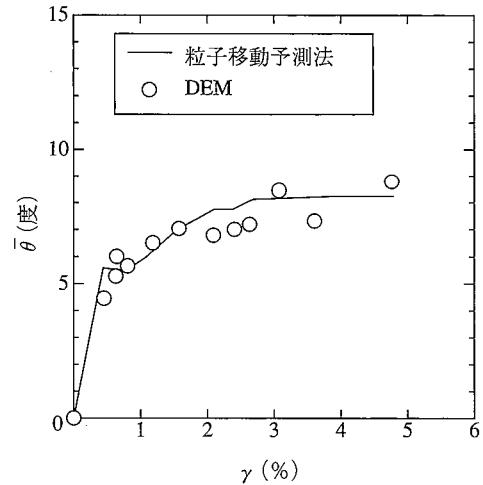


図-17  $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係の粒子移動予測法による予測結果とDEM解析結果の比較

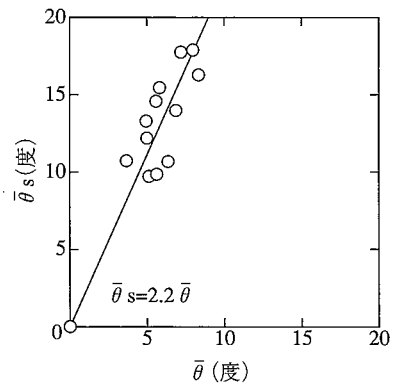


図-18  $\bar{\theta} \sim \bar{\theta}_s$ 関係

確認している。 $\bar{\theta} \sim \bar{\theta}_s$ 関係の比例定数は、粒状体構造の異方性に対する粒子間力の異方性の度合いを示すものであり、主として粒子形状や粒度分布によって変化するものと推測される。

図-19に、粒子移動予測法で得られた $\gamma \sim \bar{\theta}$ 関係(図-17の実線)と $\bar{\theta}_s = 2.2\bar{\theta}$ なる関係を用いて第4章で示した方法で計算されるモービライズド面上の $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係(実線)をDEM解析結果(プロット)と比較して示す。図-20は、それらの関係を主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )~主ひずみ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ )~体積ひずみ( $\epsilon_v$ )関係に整理しなおして比較したものである。図-19, 20より、粒子移動予測法に基づいて推定した応力~ひずみ~ダイレイタンシー関係が実際のDEM解析結果とよく対応することから、 $\bar{\phi}_{\mu mo}$ と $\bar{\theta} \sim \bar{\theta}_s$ 関係の比例係数がわかれば、初期粒子配置だけから応力~ひずみ~ダイレイタンシー関係を予測することができるのがわかる。このことは、これまでに議論した粒状体のせん断のメカニズム(式(1),(2),(9)および図-15などで代表される)の妥当性を示すものである。

なお、初期粒子配置、初期間隙比、粒子間摩擦角の異なる場合の二軸圧縮試験シミュレーションも行っており、

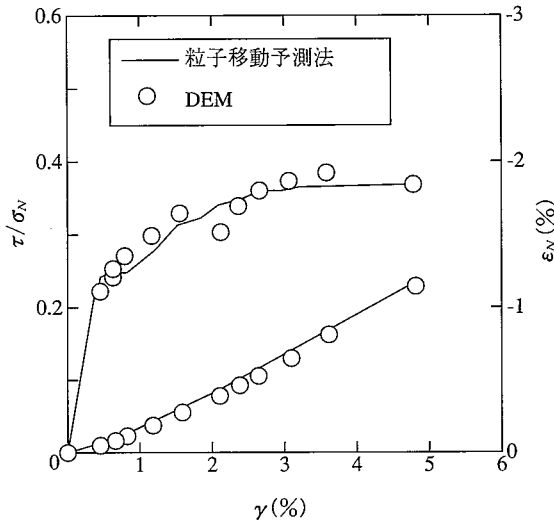


図-19  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係の粒子移動予測法に基づく予測結果と DEM 解析結果の比較

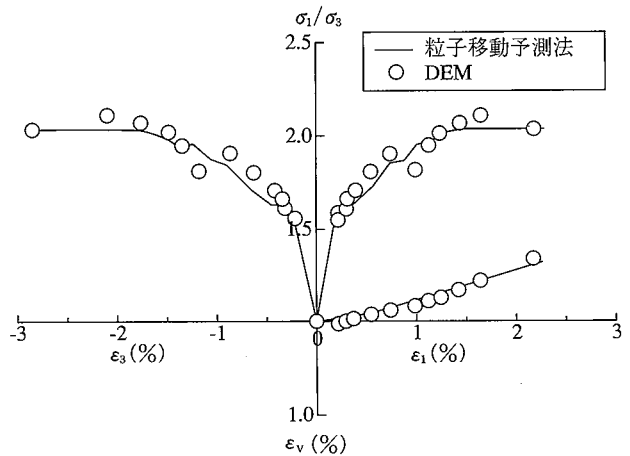


図-20  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1, \epsilon_3 \sim \epsilon_v$  関係の粒子移動予測法に基づく予測結果と DEM 解析結果の比較

これらの場合にもせん断のメカニズムに関して同様の議論ができることを確認している<sup>10),11)</sup>。

### 7. おわりに

本研究では、個別要素法によるアルミ丸棒積層体の二軸圧縮試験シミュレーション結果に基づいて、まず、土の構成式の中で最も重要な関係の1つである応力比～ひずみ増分比関係をレビューし、その微視的・物理的な意味合いを明らかにした。そこでは、マクロ量であるモービライズド面上の応力比とひずみ増分比が、ともにミクロ量である粒状体構造（平均粒子接点角）によって表されることを示した。次に、粒状体構造の変化と応力～ひずみ～ダイレイタンスー関係との間に密接な関係があることを示し、粒状体構造の変化の微視的メカニズムを調べた。そして、粒状体構造の変化を支配する粒子接点角の変化量（ミクロ量）とせん断ひずみ（マクロ量）の関係、および、粒子接点の発生・消滅のメカニズムを明らかにした。明らかとなったミクロ量～マクロ量関係と粒状体構造の変化のメカニズムに基づけば、等方応力時の初期の粒子配置からせん断時の応力～ひずみ～ダイレイタンスー関係が予測できることを示した。これにより、本論文で示した粒状体のせん断機構の妥当性が確認された。

### 謝辞

本研究を行うにあたって、名古屋工業大学工学部社会開発工学科松岡元教授に多くのご指導とご助言を頂きました。ここに、記して感謝の意を表する次第です。

### 参考文献

1) 土質工学会編, 粒状体の力学, p. 67, (1993)

2) Rowe, P. W.: The Stress-dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 269, p. 500~527, (1962)

3) Matsuoka, H.: A Microscopic Study on Shear Mechanism of Granular Materials, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 1, p. 29~43, (1974)

4) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies, Geotechnique, Vol.29, No.1, p. 47~65, (1979)

5) 山本修一: 個別要素法による粒状体の力学的挙動に関する解析的研究(その1)-粒状体の要素試験のシミュレーション解析-, 大林組技術研究所報, No.48, p. 49~54, (1994)

6) 松岡 元, 山本修一: 個別要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察, 土木学会論文集, No. 487/III-26, p. 167~175, (1994)

7) 中井照夫: 土の変形・強度特性と地盤の変形解析への適用に関する研究, 京都大学博士論文, p. 14~15, (1980)

8) Matsuoka, H. and Takeda, K.: A Stress-strain Relationship for Granular Materials Derived from Microscopic Shear Mechanism, Soils and Foundations, Vol.20, No.3, p. 45~58, (1980)

9) Oda, M., Konishi, J. and Nemat-Nasser, S.: Experimental Micromechanical Evaluation of Granular Materials: Effects of Particle Rolling, Mechanics of Materials 1, p. 269~283, (1982)

10) 山本修一, 松岡 元: 粒状体のせん断時の粒子構造の変化とせん断ひずみの関係, 土木学会論文集, No.505/III-29, p. 219~228, (1994)

11) 松岡 元, 山本修一: 粒子移動予測法による粒状体のせん断時の応力～ひずみ関係の推定, 土木学会論文集, No. 511/III-30, p. 191~197, (1995)