

# 波動理論による固体音の建物内伝搬予測（その1）

——骨組み構造モデル——

縄岡 好人 平野 滋

## Simulation of the Propagation Properties of Structure-borne Sound in Buildings by Wave Theory (Part 1)

—— Calculation of Structure-borne Sound in Framed Structures ——

Yoshihito Nawaoka Shigeru Hirano

### Abstract

To control structure-borne sound, it is very important to evaluate the vibration propagation properties of buildings. This paper describes a method for calculating the complex amplitude of vibration acceleration in three-dimensional structures, focusing on quasi-longitudinal waves and bending waves. Wave transmission theory and Lagrange's equation are used to formulate motion equations and energy equivalence equations for an element. Results of simulations and model tests corresponded satisfactorily.

### 概 要

固体伝搬音の骨組み構造内における伝搬の数値計算手法を導いた。予測手法は、建物を柱、梁の各要素の集合としてモデル化した。建物全体のエネルギーは各要素が持つエネルギーの総和として求めることができるとし、骨組み構造内の波動（擬似縦波と曲げ波を対象）について、Lagrangeの運動方程式から得られるエネルギー平衡式に基づいて運動方程式を作成した。

数値計算結果と模型実験結果の比較検討を行った結果、計算値は実験値と細部はいまだ十分な対応がとれていないが、周波数応答関数のピークおよびディップ周波数も含めて全体的によく一致した傾向は示しており、本手法による固体伝搬音の建物内伝搬予測の可能性が示された。

### 1. はじめに

近年、都市の過密化から、事務所ビルだけでなく研究施設や音楽ホールなどの静寂性が強く要求される建物も、鉄道や地下鉄に近接して建設されることが多くなってきた。そのため、電車走行時に発生する固体伝搬音が問題となる場合が増加してきている。建物を建設するにあたっては、これらの固体伝搬音の影響を事前に予測し、必要であれば適切な対策を施す必要がある。

このような情勢を踏まえて、多数の研究機関で固体伝搬音の建物内伝搬性状に関する研究がなされている<sup>1)</sup>。固体伝搬音の建物内伝搬性状に関する既往の予測手法は、実験式による予測、SEA法による予測、FEMによる予測、交差部における波動の透過・反射率を用いる予測等

がある<sup>2)</sup>。実験式による予測は、伝搬過程の減衰は幾何減衰と材料損失による超過減衰で表されるとして伝搬距離の関数として予測を行う手法である。そのため、振動源の大きさや振動の建物への入力形態によっては建物内の減衰が距離に依存しない事例や、建物全体のモードや端部の反射による影響は表すことができない。SEA法による予測は、拡散振動場を仮定し、要素間のパワ流はモードエネルギーの高い方から低い方へ流れるとしてパワ平衡方程式を導いているので、一般的に50 Hz以下のモード数が少ない周波数領域では精度が悪くなる。FEMによる予測は、地震応答解析などの構造分野でよく用いられているが、固体音領域の振動を取り扱うには要素数が膨大となるため、現在の計算機の能力では、建物全体を三次元の立体モデルとして計算を行うことは不可能に近い。

交差部における波動の透過・反射率を用いる予測は、建物の柱、梁などの理想化された交差部における波動の複素透過率および反射率から波動の形態変化と多重反射を導入することによって、各点の周波数応答関数を求めている。しかし、この手法は、板構造等については波動の入射条件や共振状態が明確に記述されておらず、複雑な実建物へ適用し精度の良い解を得ることは難しいと思われる。

したがって、現時点では、地下鉄や鉄道による固体伝搬音として対象とされる周波数領域である 20~200 Hz 帯域へ適用し精度の良い予測結果を得ることができる予測手法は整っておらず、このことが、これらの固体伝搬音制御を困難にしている大きな要因となっている。

本研究は、地下鉄や鉄道による固体伝搬音領域振動に関して、波動伝搬理論と Lagrange の運動方程式から得られるエネルギー平衡式に基づき、少ない要素数で高精度な解が求められる予測手法の開発を目的としている。波動伝搬理論を用いた定式化については、山田<sup>3)</sup>や藤原<sup>4)</sup>などは、要素接続部における変位および傾きの連続、力およびモーメントの釣合条件によって運動を記述している。これらの方法は系の個々の成分を別々に考慮するために、建物全体への適用では計算上複雑さが増してくる。それに対して、Lagrange の運動方程式を用いる方法は、仕事と運動エネルギーの二つのスカラ関数を用いて定式化しており、概念的には系に独立な一般座標系で定式化することが可能である。

本報は、その 1 として、骨組み構造における数値計算手法を導く。また、数値計算結果と模型実験結果の比較検討を行い、この数値計算手法の妥当性が得られたので報告する。

## 2. 建物のモデル化

建物は柱、梁で構成される骨組構造としてモデル化し、波動は建物内を柱、梁を經由して伝搬するものとみなす。

柱および梁を一つの要素として考えると、均質な棒材中を伝搬する定常調和波動については波動方程式およびその一般解を求めることができるので、要素両端における境界条件を満足するように一般解の係数を求めることができ、建物全体における波動の伝搬現象は柱、梁の各要素の集合として解析可能となる。

要素は長さ 1、断面 S の均一なビーム要素として取り扱い、図-1 のように直角座標を設定する。

波動は擬似縦波と曲げ波を対象とする。曲げ波は固体伝搬音の放射に関係する波動であり、擬似縦波はエネルギーの伝搬に関係する波動である。

## 3. 要素中の擬似縦波

要素中を X 軸方向に伝搬する擬似縦波に関する波動方程式は、擬似縦波が伝搬する構造体のヤング率を E、密度を  $\rho$  とすると、式(1)で表される。

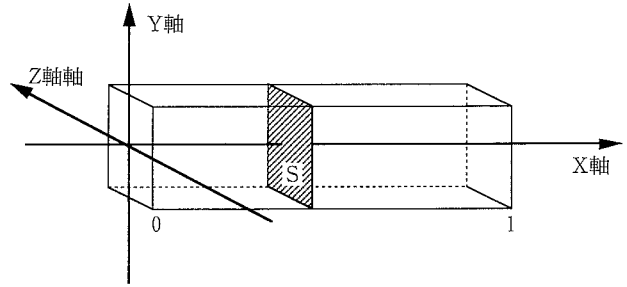


図-1 要素に関する座標軸

$$E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

境界条件は、要素の両端  $x=0, 1$  における擬似縦波の未知複素変位振幅をそれぞれ  $x_1, x_2$  とすると、式(2)、(3)で与えられる。

$$\xi(0, t) = \xi_1 = x_1 e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\xi(1, t) = \xi_2 = x_2 e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots(3)$$

要素中の擬似縦波の発生・伝搬現象は、要素の  $x=x_0$  点に作用した X 軸方向外力  $F_x(x, t)$  によって要素に微小変位  $\Delta\xi$  が生じ、それが擬似縦波として伝搬していくと考えられる。

要素中の擬似縦波に関するエネルギーの平衡は、Lagrange の運動方程式(4)から得られる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial E_{kin}}{\partial \xi} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial \xi} = Q \quad \dots\dots\dots(4)$$

ただし、

- $E_{kin}$  : 運動エネルギー
- $E_{pot}$  : ポテンシャルエネルギー
- $Q$  : 外力の  $\xi$  方向の仕事量

境界条件を満足する要素中を X 軸方向に伝搬する擬似縦波の変位を、要素の両端における擬似縦波の複素変位振幅を用いて表し、運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーを計算し式(4)に代入する。

要素中を X 軸方向に伝搬する擬似縦波に関する運動方程式は、定常調和波動であることから、要素の両端における複素加速度振幅  $\dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2$  を未知数とする式(5)が得られる。 $f_1$  および  $f_2$  に関する式中の  $\delta$  はデルタ関数を表す。

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\cot k_L \\ 0 & (\sin k_L)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$m_{11} = -\frac{\rho S}{4k_L} \cot k_L l, \quad m_{12} = \frac{\rho S}{4k_L \sin k_L l}$$

$$f_1 = \int_0^1 F_x(x, t) \delta(x-x_0) \cos k_L x dx$$

$$f_2 = \int_0^1 F_x(x, t) \delta(x-x_0) \sin k_L x dx$$

$k_L$  は擬似縦波の波定数であり、 $\omega$  は角周波数 (rad),  $\eta$  は材料の損失係数とすると式(6)で表される。

$$k_L = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E(1+j\eta)}} \quad \dots\dots\dots(6)$$

#### 4. 要素中の曲げ波

要素中をX軸方向に伝搬し、Y軸方向(鉛直方向)の振幅をもつ曲げ波の波動方程式は、曲げ波が伝搬する構造体のY軸方向の断面二次モーメントをIとすると、式(7)で表される。

$$EI \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} = -\rho S \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

境界条件は、要素の両端  $x=0, l$  における曲げ波のY軸方向の未知複素変位振幅と未知複素たわみ角をそれぞれ  $y_1, y_2, \vartheta_1, \vartheta_2$  とすると、式(8)~(11)で与えられる。

$$\zeta(0, t) = \zeta_1 = y_1 e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{\partial \zeta(0, t)}{\partial x} = \theta_1 = \vartheta_1 e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\zeta(l, t) = \zeta_2 = y_2 e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\frac{\partial \zeta(l, t)}{\partial x} = \theta_2 = \vartheta_2 e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots(11)$$

要素中の曲げ波の発生・伝搬現象は、要素の点  $x=x_0$  におけるY軸方向の剪断力  $F_y(x, t)$  の作用によって要素に微小変位  $\Delta \zeta$  および微小たわみ角  $\Delta \theta$  が生じ、それが曲げ波として伝搬していくと考えられる。

境界条件を満足する要素中をX軸方向に伝搬する曲げ波の鉛直方向変位を、要素の両端における曲げ波の複素変位振幅および複素たわみ角を用いて表す。エネルギーの平衡は、曲げ波について運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーを計算し Lagrange の運動方程式(4)に代入することによって得られる。定常調和波動であるという仮定の下に、要素中をX軸方向に伝搬する曲げ波に関する運動方程式は、要素両端における曲げ波の複素加速度振幅  $\ddot{\zeta}_1, \ddot{\zeta}_2$  および複素たわみ角加速度  $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2$  を用いて式(12)で表される。 $k_B$  は曲げ波の波定数であり、式(13)で与えられる。

$$\rho S \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{12} & m_{22} & m_{14} & m_{24} \\ m_{13} & m_{14} & m_{11} & m_{12} \\ m_{14} & m_{24} & m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\zeta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\zeta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$m_{11} = \frac{\cos k_B l \sinh k_B l + \sin k_B l \cosh k_B l}{k_B (\cosh k_B l \cos k_B l - 1)}$$

$$m_{12} = \frac{\sin k_B l + \sinh k_B l}{k_B^2 (\cosh k_B l \cos k_B l - 1)}$$

$$m_{13} = -\frac{\sin k_B l + \sinh k_B l}{k_B (\cosh k_B l \cos k_B l - 1)}$$

$$m_{14} = \frac{\cos k_B l - \cosh k_B l}{k_B^2 (\cosh k_B l \cos k_B l - 1)}$$

$$m_{22} = \frac{\sin k_B l \cosh k_B l - \cos k_B l \sinh k_B l}{k_B^3 (\cosh k_B l \cos k_B l - 1)}$$

$$m_{24} = \frac{\sin k_B l - \sinh k_B l}{k_B^3 (\cosh k_B l \cos k_B l - 1)}$$

$$f_{11} = \frac{\cos k_B l \cosh k_B l - \sin k_B l \sinh k_B l - 1}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{12} = \frac{\cos k_B l \sinh k_B l + \sin k_B l \cosh k_B l}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{13} = \frac{(\cos k_B l - \sin k_B l) e^{-k_B l} - 1}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{14} = \frac{(\cos k_B l + \sin k_B l) e^{k_B l} - 1}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{21} = \frac{\cos k_B l \sinh k_B l - \sin k_B l \cosh k_B l}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{22} = \frac{\cos k_B l \cosh k_B l + \sin k_B l \sinh k_B l - 1}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{23} = \frac{(\cos k_B l + \sin k_B l) e^{-k_B l} - 1}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{24} = \frac{(\sin k_B l - \cos k_B l) e^{k_B l} - 1}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{31} = \frac{\cosh k_B l - \cos k_B l}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{32} = -\frac{\sinh k_B l + \sin k_B l}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{33} = \frac{\cos k_B l + \sin k_B l - e^{-k_B l}}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{34} = \frac{\cos k_B l - \sin k_B l - e^{k_B l}}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{41} = \frac{\sin k_B l - \sinh k_B l}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{42} = \frac{\cosh k_B l - \cos k_B l}{2(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{43} = \frac{\cos k_B l - \sin k_B l - e^{-k_B l}}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$f_{44} = -\frac{\cos k_B l + \sin k_B l - e^{k_B l}}{4(\cos k_B l \cosh k_B l - 1)}$$

$$F_1(t) = \int_0^1 F_y(x, t) \delta(x - x_0) \cos k_B x dx$$

$$F_2(t) = \int_0^1 F_y(x, t) \delta(x - x_0) \sin k_B x dx$$

$$F_3(t) = \int_0^1 F_y(x, t) \delta(x - x_0) e^{k_B x} dx$$

$$F_4(t) = \int_0^1 F_y(x, t) \delta(x - x_0) e^{-k_B x} dx$$

$$k_B = \sqrt{\omega^4 \frac{\rho S}{EI(1 + j\eta)}} \quad \dots\dots\dots(13)$$

以上要素中をX軸方向に伝搬し、Y軸方向(鉛直方向)の振幅をもつ曲げ波に関する運動方程式を導いた。要素中をX軸方向に伝搬し、Z軸方向(水平方向)の振幅をもつ曲げ波についても同様の手順で運動方程式は導くことができる。

#### 5. 建物内を伝搬する波動の定式化

建物全体は各要素の集合としてモデル化する。建物全体のエネルギー各要素が持つエネルギーの総和で表される。いま、建物全体をN個の要素でモデル化し、各要素の座標は、各要素に固有の座標系でなく建物に関して統一さ

れた座標系に変換する。j 番目の要素の振動加速度ベクトルを $\{\ddot{x}\}_j$ で表し、加速度を順に並べた建物全体の加速度ベクトルを $\{\ddot{X}\}$ で表すと、両者はマトリックス $[C]_j$ によって対応づけられる。複数個の要素が共有する節点における振動加速度は、各要素で等しい。建物内を伝搬する擬似縦波および曲げ波に関する運動方程式は、座標変換マトリックス $[L]$ とマトリックス $[C]_j$ を用いて、それぞれ式(13)および(14)で表すことができる。

$$[M_L] \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 \end{pmatrix} = [F_L] \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$[M_L] = \sum_{j=1}^N [C]_j^T [L]_j^T \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{11} \end{pmatrix} [L]_j [C]_j$$

$$[F_L] = \sum_{j=1}^N [C]_j^T [L]_j^T \begin{pmatrix} 1 & -\cot k_L \\ 0 & (\sin k_L)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}_j$$

$$[M_B] \begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = [F_B] \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$[M_B] = \sum_{j=1}^N [C]_j^T [L]_j^T \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{12} & m_{22} & m_{14} & m_{24} \\ m_{13} & m_{14} & m_{11} & m_{12} \\ m_{14} & m_{24} & m_{12} & m_{22} \end{pmatrix} [L]_j [C]_j$$

$$[M_B] = \sum_{j=1}^N [C]_j^T [L]_j^T \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{12} & f_{22} & f_{14} & f_{24} \\ f_{13} & f_{14} & f_{11} & f_{12} \\ f_{14} & f_{24} & f_{12} & f_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}_j$$

## 6. 建物模型による予測手法の検証

### 6.1 模型実験

模型は、一般的な事務所ビルの1スパン12m×6.5mを想定しその骨組構造模型を硬質塩化ビニルで製作した。写真-1に模型の概要を示す。

模型実験は、周波数帯域100~1.5kHzを対象とした。この周波数帯域は例えば実物がコンクリートであるとする、材料の相似則(ただし損失係数は対応していない)から、実物周波数で12.5~188Hzに対応する。

写真-1に示したように模型の底部に4個の加振器を設置し、加振器に建物模型の脚部をこれらの加振器に剛接した。ホワイトノイズで模型全体を鉛直方向に加振したときの、各節点および梁中央の3方向振動加速度レベルを測定した。図-2に測定系統ブロック図を示す。

### 6.2 計算モデル

建物模型は図-3に示すように要素数48、節点数28の骨組構造モデルでモデル化した。

計算は節点1~4それぞれにおける振動加速度が測定値に等しくなるような外力を設定し、その時の各節点の加速度応答を求めた。図-5に振動加速度値を示す。上図は節点1に対する節点2~4の振動加速度振幅比であ

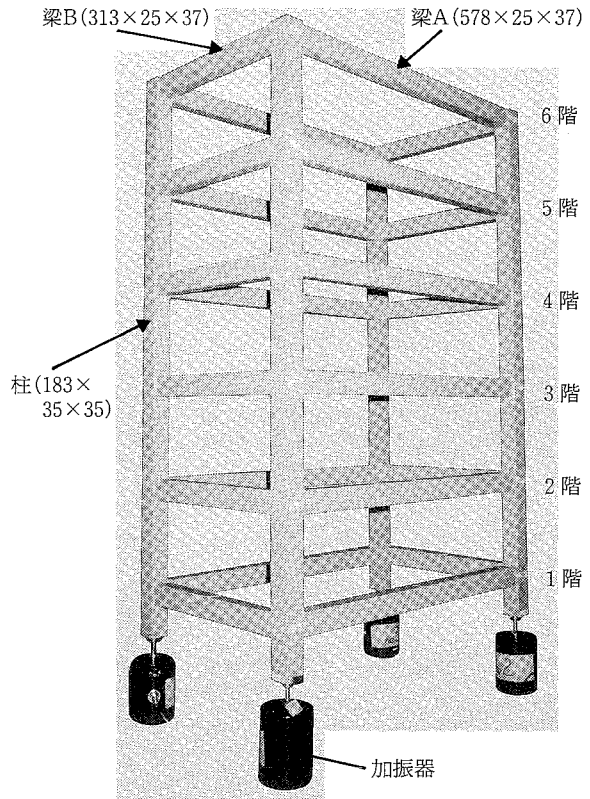


写真-1 模型の概要

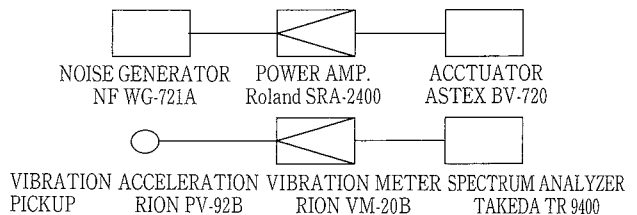


図-2 測定系統ブロック図

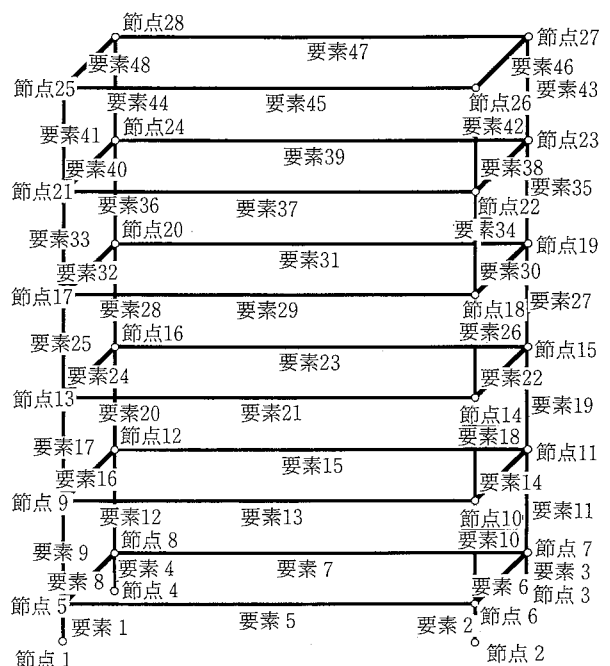


図-3 計算モデル図

り、下図は位相である。計算に際しての材料物性値は、密度  $1,380 \text{ kg/m}^3$ 、ヤング率  $2.843 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  損失係数 3%とした。

### 6.3 計算値と実験値の比較検討

図-5は各節点における鉛直方向振動加速度について、節点1を基準とした時の周波数応答関数の模型実験結果と計算結果の比較例を示したものである。

計算値は、実験値と細部はまだまだ十分な対応がとれていないが、周波数応答関数のピークおよびディップ周波数も含めて全体的によく一致した傾向は示しており、本手法で固体伝搬音の建物内伝搬性状予測の可能性が示されたといえる。

## 7. むすび

本報告は、波動理論に基づく固体伝搬音の建物内伝搬予測手法について記述した。この手法は、均質な要素の中を伝搬する波動は要素両端の複素振幅で決定できるとして、建物内の伝搬モデルを構築し計算する解析手法である。理論的には、少ない要素数で広い周波数帯域にわたって高精度な解が得られるメリットがある。

数値計算結果と模型実験結果の比較から、計算結果は

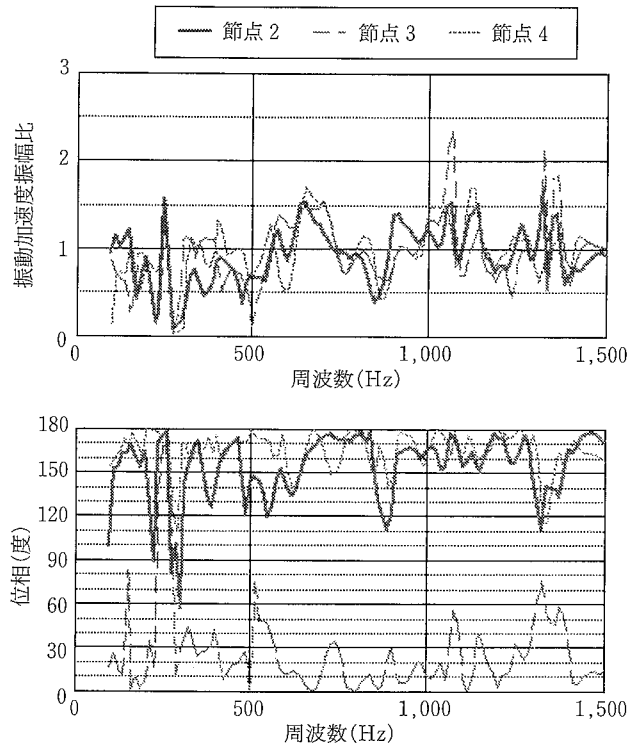


図-4 節点1～4における振動加速度値

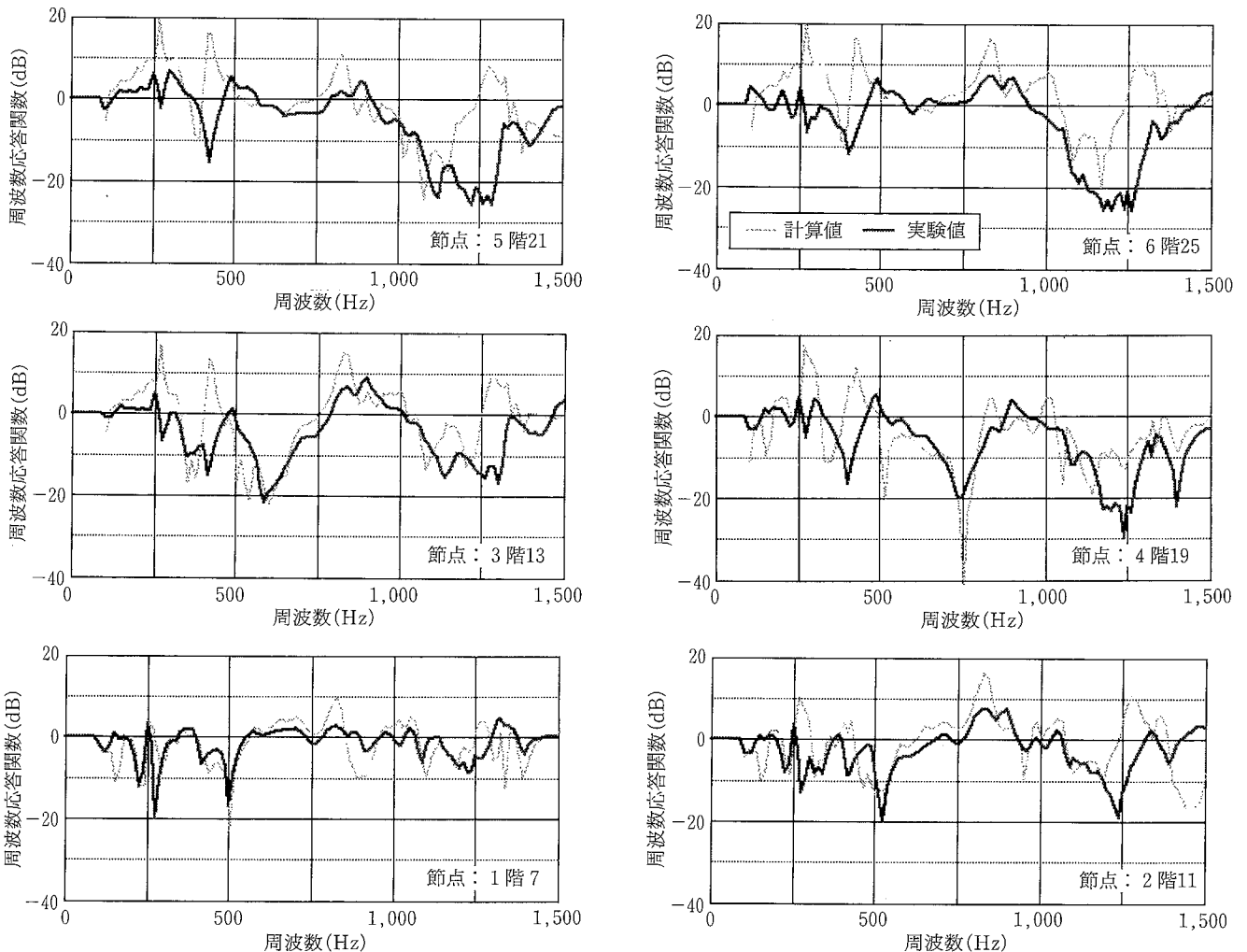


図-5 振動加速度 (鉛直方向) 周波数応答関数の計算値と実験値の比較

細部を除いて実験結果とよく一致した傾向を示しており、本手法による固体伝搬音の建物内における伝搬性状予測の可能性が示されたといえる。

今後、実験した模型の材料物性値の詳細な測定や梁と柱接合部のモデル化の検討によって、細部での対応改善を図り、さらに本手法の床版付きモデルへの適用についても検討していきたい。

#### 参考文献

- 1) 日本建築学会環境工学委員会：固体音防止設計における予測法の現状と今後の課題，音環境運営委員会94-2資料，(1994)
- 2) 藤原恭司：建物内の固体音伝搬特性，日本音響学会誌，Vol. 50, No. 4, p. 319~324, (1994)
- 3) 山田伸志：シミュレーションによる建築物中の固体伝搬音の研究，音響学会講演論文集，p. 347~348, (1985. 10)
- 4) K.Fujiwara: Numerical study on the structure-borne sound propagation through the junctions with blocking-masses, J.A.S.J., (E) 4,1, p. 13~25, (1983)
- 5) Cremer, Henckl, Unger: Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, p. 75~265, (1988)
- 6) Frank Fshy: Sound and Structural Vibration, ACADEMIC PRESS, p. 1~51, (1993)
- 7) 川井忠彦：マトリックス法振動および応答，培風館，p. 123~175, (1971)