

Hybrid Mass Driver (HMD)の実用化に関する研究 (その1)

—— 可変ゲインを用いたAMDストロークサチュレーション制御手法の研究 ——

奥田 浩文 蔭山 満
鈴木 哲夫 安井 譲

Practical Development of Hybrid Mass Driver (Part 1)

—— A Study on Stroke Saturation Control of AMD with Variable Gain ——

Hirofumi Okuda Mitsuru Kageyama
Tetsuo Suzuki Yuzuru Yasui

Abstract

This paper describes the stroke saturation control method with variable gain for Active Mass Driver consisting of AC servo motor and a ball screw shaft. By using a minor loop circuit which feeds back the displacement and the velocity of AMD, the AC servo motor is changed from an original velocity controlled type into a displacement controlled type. The proposed method makes it possible to utilize the ability of AMD to the full, namely to realize control without stroke saturation in case of a large earthquake. Practical performance of the proposed method was verified experimentally as well as analytically.

概要

ACサーボモータは本来速度制御型であるため、装置変位を直接管理することが困難であった。本報告では、提案するマイナーループ回路を設けることによりACサーボモータを変位制御型に変換し、変位指令を行うコントローラの最終出力段に可変ゲインを設ける方法を提案している。この方法を用いることにより、大地震時にもストロークオーバーすることなく装置能力を最大限に活用した制御が可能となるが、その妥当性・有用性を解析的、実験的に検証している。

1. はじめに

筆者らは、ACサーボモータとボールねじで駆動するAMD装置 (Fig. 1参照) の開発・実用化を行ってきたが、従来の装置はACサーボモータをモータ本来の速度制御型ドライバとして用いるため、変位を直接的に管理することが困難であった^{1)~3)}。

本報告では、このAMD変位を直接的に管理する手法の構築を主目的として、ACサーボモータを変位制御型へ特性変換するマイナーループ回路の構成手法を提案し、且つ変位指令を行うコントローラの最終出力段に可変ゲインを設ける方法を提案している。さらに、最適制御則のスピルオーバー対策法として、新たに準最適フィルタを考案し⁴⁾、その紹介も行っている。

本提案制御方法を用いることにより、大地震時にもストロークオーバーすることなく、装置能力を最大限発揮する制御が可能となるが、その妥当性・有用性を解析的、および模型構造物を用いた振動台実験により検証している。

2. 提案手法構築と質点モデルによる解析的検討

2.1 特性変換の為のマイナーループゲイン

ACサーボモータは、速度制御ドライバとして構成されており、その特性は(1)式の形で表される。

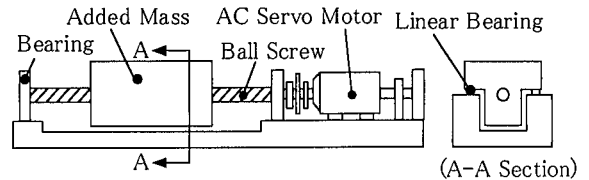


Fig. 1 AMD装置の概要
Schematic of Active Mass Driver

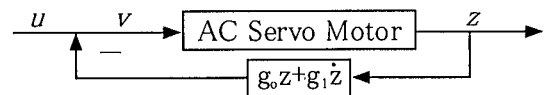


Fig. 2 マイナーループを用いたブロック線図
Block Diagram of Minor Loop

$$\frac{\dot{z}}{v} = \frac{\beta}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\alpha_1, \alpha_0, \beta$: ACサーボモータの動特性係数

v : ACサーボモータへの印加電圧

z : AMD装置付加マスのストローク変位

s : ラプラス演算子

装置の高次スピルオーバーを起こしやすい加速度のフィードバックを用いないとした制御構造制約の基で、速度制御型ドライバを変位制御型ドライバに変換するためのマイナーループゲインの誘導を行う。Fig. 2は速度制御型ACサーボモータに、変位と速度のマイナーループフィードバックを設けた場合のブロック線図の概念を示したものであり、 v から z への伝達特性は(1)式で示される。

ここでは、 u から z への伝達特性を変位制御型へ変換するためのマイナーループゲイン： $G (g_0, g_1)$ の誘導を行う。モータへの印加電圧： v は、操作電圧： u とマイナーループ電圧を用いて次の (2) 式で表現される。

$$v = u - (g_0 z + g_1 \dot{z}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

この (2) 式を (1) 式に代入して整理すると、

$$\frac{z}{u} = \frac{\beta}{s^3 + \alpha_1 s^2 + (\alpha_0 + \beta g_1) s + \beta g_0} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで (3) 式の伝達関数を (4) 式のバターワース型ローパスフィルタの伝達関数に一致させることを考える。

$$\frac{z}{u} = \frac{\beta}{(s^2 + 2h\omega_0 s + \omega_0^2)(s + \omega_0)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

今 3 極のバターワース型とした場合、 $h = 1/2$ となる。(3) 式と (4) 式の恒等条件より、変位と速度のフィードバックゲイン： g_0, g_1 、およびその時達成される変位伝達特性のローパス・カットオフ振動数： ω_0 は、下式で誘導される。

$$g_0 = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\alpha_1}{1+2h} \right)^3, \quad g_1 = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\alpha_1^2}{1+2h} - \alpha_0 \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\omega_0 = \alpha_1 / (1+2h) \quad \dots\dots\dots (6)$$

2.2 装置伝達特性の比較

ここでの検討では、(1) 式で示される AC サーボモータの速度伝達特性のローパス・カットオフ振動数を 3Hz とした $\alpha_1 = 27.1, \alpha_0 = 355.3, \beta = 355.3$ を用いている。

2.2.1 周波数特性の比較 AC サーボモータを従来の速度制御型として用いた場合と、(5) 式から算出されるマイナーループゲインを用いて変位制御型に変換された場合の、各々の装置伝達特性の比較を Fig. 3 に示す。(a) 図中、(A) の縦軸は印加電圧に対する速度応答倍率： (\dot{z}/v) 、(B) の縦軸は操作電圧に対する変位応答倍率： (z/u) を表す。同図より、AC サーボモータを変位制御型ドライバへ変換できることが分かる。(b) 図は、縦軸を速度応答倍率とした同一座標上で両者の特性を比較したものである。

2.2.2 正弦波による時刻歴特性の比較 2.2.1 項の (A) 速度制御型と (B) 変位制御型に対し、正弦波信号を入力した場合の時刻歴応答変位 (付加重量変位) を比較した結果を Fig. 4 に示す。(a-1) 図は速度制御型の場合、(a-2) 図は (a-1) 図に現れる定常ドリフト成分を除去するため、軽い変位フィードバックのマイナーループを用いた場合を示している。(b) 図は変位制御型の場合を示す。これらの図には比較のため、入力信号を破線で併記している。これらより、変位制御型の場合、変位に定常的ドリフトや過渡的ドリフト成分が現れず、付加重量変位は入力信号に追従していることが分かる。

AMD のストローク管理法を考える場合、この変位制御型の特性は非常に有効となる。なぜなら、コンピュータ制御の場合、指令演算段階で指令値に修正を加えることによって、コンピュータ (コントローラ) で直接的なストローク管理が可能となるからである。

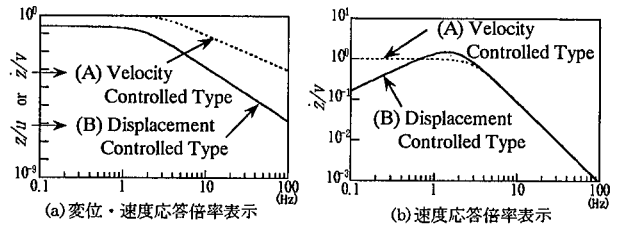


Fig. 3 AC サーボモータの伝達特性 Each Transfer Function of Disp. and Vel. Controlled Type

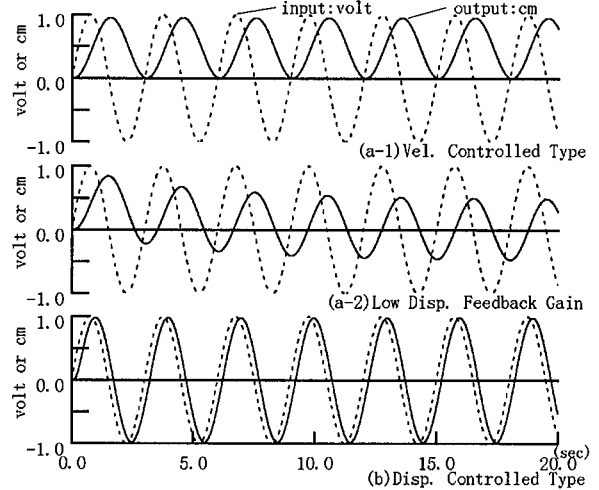


Fig. 4 入力信号に対する AMD の動き Comparison Outputs of Both Controlled Types

2.3 拡大系状態方程式の定式化

速度制御型モータに 2.1 節で示すマイナーループを用いた場合の状態方程式は (7) 式で表される。以下、式中の () は列ベクトルを、{ } は行ベクトルを表す。

$$\dot{Z} = A_D Z + B_Z u \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$Z^T = (z \dot{z} \ddot{z}), \quad A_D = A_V - B_Z G_0, \quad G_0^T = (g_0 \ g_1 \ 0), \quad B_Z^T = (0 \ 0 \ \beta)$$

を表し、 z は AMD の付加重量変位を示す。

A_V は AC サーボモータ本来の速度制御型の特性を表す。

$$A_V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_1 & -\alpha_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

建物に対する力の釣合いを表す状態方程式は、

$$\dot{X}_S = A_S X_S + B_S \ddot{z} + D_S \dot{y} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$A_S = \begin{bmatrix} 0_{n,n} & I_{n,n} \\ -M_S^{-1} K_S & -M_S^{-1} C_S \end{bmatrix}, \quad B_S = \begin{Bmatrix} 0_{n,1} \\ -M_S^{-1} \begin{Bmatrix} m_0 \\ 0_{n-1} \end{Bmatrix} \end{Bmatrix}, \quad D_S = \begin{Bmatrix} 0_n \\ -1_n \end{Bmatrix}, \quad X_S = \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix}$$

となる。ここで M_S, K_S, C_S は構造物の質量、剛性、減衰マトリックスを、 x は地盤に対する建物の相対変位ベクトル

ルを示す。 n は建物自由度を表す。ただし、 M_s は建物頂部の質量にAMDの付加質量： m_0 を加えた(10)式とする。

$$\text{diag}(M_s) = (m_0 + m_1 \ m_2 \cdots m_n) \cdots \cdots (10)$$

(7)式と(9)式を併合した拡大系の状態方程式を表すと、

$$\dot{X} = AX + BU_0 + D\ddot{y} \cdots \cdots (11)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} A_s & B_s(0 \ 0 \ 1) \\ 0 & A_D \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{2n} \\ B_z \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} D_s \\ 0_3 \end{bmatrix}, \quad X^T = (X_s^T \ Z^T)$$

となる。ここで(11)式の U_0 はフィルタを通した出力を用いるとし、そのフィルタ特性が(12)式で表されるとする。

$$\dot{X}_F = A_F X_F + B_F U, \quad U_0 = C_F X_F \cdots \cdots (12)$$

このフィルタの次数を nf とした場合の拡大系の状態方程式は、(11)式と(12)式を併合した(13)式で表される。

$$\dot{X}_G = A_G X_G + B_G U + D_G \ddot{y} \cdots \cdots (13)$$

ただし、

$$A_G = \begin{bmatrix} A & BC_F \\ 0_{nf, 2n+3} & A_F \end{bmatrix}, \quad B_G = \begin{bmatrix} 0_{2n+3} \\ B_F \end{bmatrix},$$

$$D_G = \begin{bmatrix} D \\ 0_{nf} \end{bmatrix}, \quad X_G^T = (X_s^T \ Z^T \ X_F^T)$$

(13)式が変位制御型に変換されたモータと、スピルオーバー対策用フィルタを包含した拡大系状態方程式となる。

2.4 準最適フィルタの導出

(13)式から地動外力項： $D_G \ddot{y}$ を除いた式と、線形2次形式の評価関数を用いて、最適レギュレータ理論から求まるフィードバックゲインベクトル： K が(14)式で表されるものとする。

$$K = (K_s \ K_z \ K_f) \cdots \cdots (14)$$

(13)式の操作量： U は、フィルタのフィードバックゲイン： K_F と他のゲインを分離して、次のように表される。

$$U = -(0_{2n} \ 0_3 \ K_f)X_G - (K_s \ K_z \ 0_{nf})X_G \cdots \cdots (15)$$

(15)式の第2項を U_R とし、第1項を(13)式の A_G 内部に移項すると、(13)式は(16)式として表される。

$$\dot{X}_G = A_R X_G + B_G U_R + D_G \ddot{y} \cdots \cdots (16)$$

ただし、

$$A_R = \begin{bmatrix} A & BC_F \\ 0_{nf, 2n+3} & A_F - B_F K_f \end{bmatrix},$$

$$U_R = -(K_s \ K_z \ 0_{nf})X_G = -(K_s \ K_z)X$$

(16)式は、(12)式で当初設定したフィルタの特性マトリックス： A_F から、最適フィードバックゲイン： K_F を考慮することによって(17)式の A_{Fopt} に修正されたものであり、最適フィルタ特性を表したものとなる。

$$A_{Fopt} = A_F - B_F K_f \cdots \cdots (17)$$

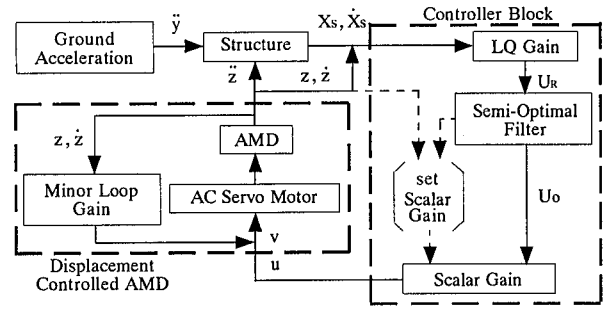


Fig. 5 制御ブロックの概要
Block Diagram of Saturation Control Method

実際の制御の場合、式(13)の操作量は、吉田等の提唱する最小ノルム法の考え方^{1)~2)}によって、非観測位置での状態量のフィードバックゲインをゼロとして用いる。その際に生じる高次のスピルオーバー防止法として、当初設定したフィルタがスピルオーバーに対し、最適であるという保証はない。その意味で、ここでは(17)式を準最適フィルタと呼ぶことにする。

この制御法をコントローラに組込む場合、(12)式の A_F を(17)式の A_{Fopt} に置き換えた伝達関数： (u_0/U) をARモデルによるデジタルフィルタの形で実現する。この方法を用いた場合には、(13)式でフィルタの状態量を逐次計算してフィードバックに用いた場合と同じ制御効果がフィルタの状態量を用いないで得られ、短い演算時間で実現が可能となる。

2.5 ストロークサチュレーション制御の考え方

変位制御型に変換されたACサーボモータを用いることにより、コントローラからサーボモータへ出力される操作信号と、AMDの変位指令値は比例することになる。よって、Fig. 5で示すように、コントローラの最終出力段にスカラーの可変ゲインを設けることによって、AMD変位を限度内振幅に抑制し、また変位振幅に余裕のある場合は、制御の安定限度一杯まで制御を強める等のストローク管理を可変ゲインで行うことが容易となる。

可変ゲインを用いたストローク管理は、次の規範に従って行うこととしている。

2.5.1 ストロークに余裕があり、ゲインを上げる場合

1) 装置速度がゼロとなった時点の変位(変位の極大値)と時刻を記憶する。

2) 現在の極大変位が過去半周期前($T_0/2$)に立ち戻って最大であれば、修正ゲイン比率を(限界変位/現在変位)とし、1/4周期($T_0/4$)の時間で指数的になめらかに可変ゲインを変更する。

3) その時修正される可変ゲインの上限を1とする。

2.5.2 ゲインを下げる場合

4) Fig. 5の操作信号(u)が限界変位を超えた場合、直ちに可変ゲインを(限界変位/ u)に変更する。

5) 限界速度を、建物1次周期(T_0)と変位限界値： d_{max} から換算($2\pi d_{max}/T_0$)し、限界速度を超えた場合は、修正ゲイン比率を(限界速度/現在速度)とし、1/4周期($T_0/4$)の時間で指数的になめらかに可変ゲインを変更する。

2.6 解析モデルとその特性

解析モデルとして、建物頂部にAMDが設置された周期:3.0secの超高層建物を考える。ここでは、建物モデルとして、低次元化された5質点要素モデルを対象とする。AMDの付加重量は建物全重量の0.2%とし、制振対象は3次モードまでとする。なお、制御に用いるセンシング・ポイントは、Fig. 6に示す3点としている。

非制振時の建物モデルの各次減衰定数は、1次:0.5%, 2次:1.0%, 3次:2.0%, 4次と5次:3.0%とした。また最大制振時の減衰定数(可変ゲイン=1の場合)は、1次:14.0%, 2次:10.0%, 3次:11.0%, 4次と5次:3.0%に設定している。

最適制御ゲインを求める際の評価関数として、ここでは建物の1次から3次のモード座標速度に対してのみに重みを与える方法を用いている。

Fig. 7に非制振時と最大制振時の地動: y に対する建物頂部の加速度伝達関数: $(\ddot{x} + \ddot{y}) / \ddot{y}$ を示す。可変ゲインを用いた場合の伝達関数は、この2つ特性(非制振時と最大制振時)の間を移動することになる。

Fig. 8は、当初設定したフィルタと最適ゲインを考慮して修正した準最適フィルタとの関係を示したものである。当初設定フィルタとして、風静圧に起因する建物1次振動数より低い振動数成分でのAMDのドリフト防止を目的としたハイパスフィルタと、高次モードにおけるスピルオーバー対策を目的としたローパスフィルタ機能を併せ持つパワース型10極のバンドパスフィルタを設定した。同図には参考のため、建物各次の固有振動数を併記している。当初設定したフィルタでは、建物3次までを制振対象とするためには通過帯域の幅が狭いが、準最適フィルタでは、通過帯域の幅が適性に修正されていることが分かる。

2.7 地震応答のサチュレーション解析結果

ここでは、2.6節で示した解析モデルに、地震外力が作用した場合のサチュレーション制御についての解析的検討を行う。入力地震波は、EL Centro (NS)を最大加速度:200Galに基準化した波形を用いている。

Fig. 9は可変ゲインを用いない場合(最大制振時)の、建物頂部の応答加速度とAMD変位を示したものである。比較のため、建物頂部の応答加速度の解析結果には、非制振時の結果を破線で併記している。この場合、制御効果は大きいAMD変位が最大値で約1,200cmという実現不可能な大きさになっていることが分かる。

Fig. 10には可変ゲイン操作による目標最大変位の上限を100cmとした場合の結果を示して。同図のAMD変位の解析結果を見ると、目標変位上限値:100cmに対して100.03cmであり、概ね良好なストロークサチュレーション制御が行われていることが分かる。

なお、建物頂部の応答加速度、および応答変位の結果には、比較のため、非制振時の解析結果を破線で併記している。図より、この様な大きな地震に対しても、AMD能力を最大限に発揮し、地震の終了から時間をおかず、建物の揺れを抑制していることが分かる。

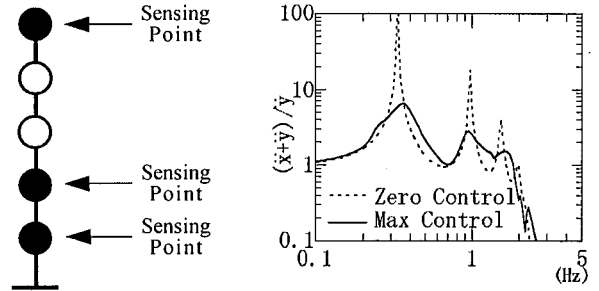


Fig. 6 状態観測位置
Observed Points for
Feed Back Control

Fig. 7 伝達関数
Transfer Function at
High and Low Gain Control

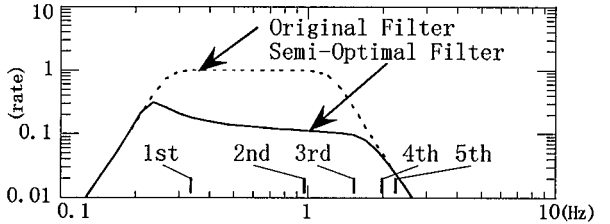


Fig. 8 当初設定フィルタと準最適フィルタの比較
Comparison between Original and Semi-Optimal Filter

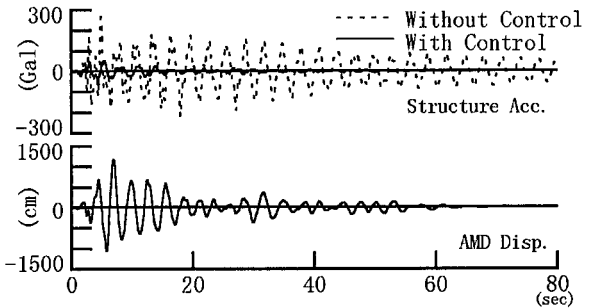


Fig. 9 時刻歴応答解析結果 (固定ゲイン)
Resp. Waves at El Centro Earthquake (Constant Gain)

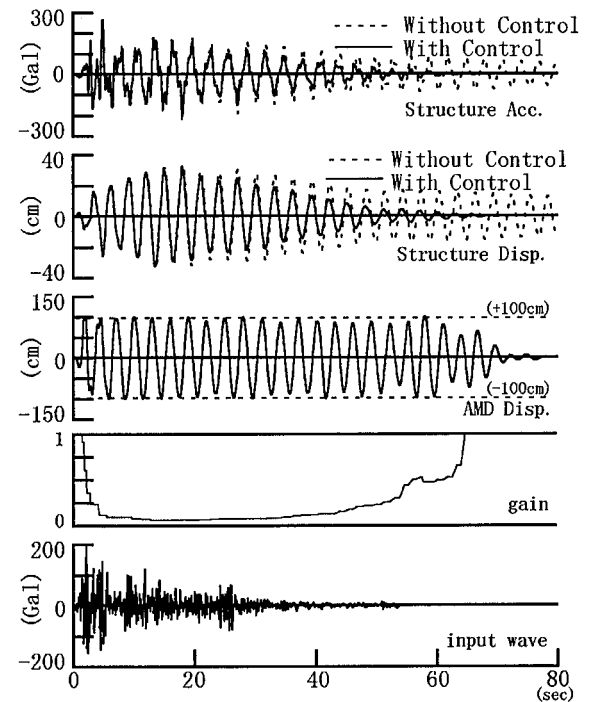


Fig. 10 時刻歴応答解析結果 (可変ゲイン)
Resp. Waves at El Centro Earthquake (Variable Gain)

3. 模型構造物による提案手法検証実験

3.1 実験概要

本章では、前章で示した制御手法の妥当性・有用性を検証する目的で行った振動台実験について報告する。

水平1方向に駆動可能なAMDを最上部に搭載した4層鉄骨建物とAMD諸元、および振動台加振により実測された建物特性をFig. 11に一括して示す。なお、建物総重量に対するAMD付加重量の比率は0.4%である。

Fig. 12に制振システム構成を示す。今回の実験では、より実際的な制御を意図して構造物奇数層の状態量は得ないとした構造制約を設け、制御対象モードは水平2次までに設定している。なお、その際の構造物の低次元化にはMooreの手法⁵⁾を採用している。以下に実験項目を示す。

- 1) ACサーボモータにおける変位制御型特性への変換方法の検証、およびAMD特性の把握
- 2) 可変ゲイン(スカラーゲイン)を用いたストロークサチュレーション制御手法の検証
- 3) 非正常地震外力による制振性能の確認

3.2 実験結果

3.2.1 ACサーボモータ特性変換検証実験

Fig. 13にAMDの伝達特性を一括して示す。本実験ではまず印加電圧: v に対する速度応答を実測(図中●)し、対応する伝達特性(図中破線)を算出する。次に得られた解析上の速度制御型特性を基に、最終的に得られる操作電圧: u に対する変位制御型特性(3極のバターワース型ローパスフィルタを設定)を達成するためのマイナーループゲイン: g_0, g_1 (Fig. 12参照)を決定し、対応する解析上の変位制御型特性(図中実線)を算出する。図中、○は操作電圧に対する変位応答の実験値を示している。図より解析値と実験値は良く一致していることから、提案するモータ特性変換方法とAMD特性モデルの妥当性が確認できる。

3.2.2 ストロークサチュレーション制御手法検証実験

3.2.1項で検証した変位制御型へのモータ特性変換が可能となることにより、可変ゲイン(スカラーゲイン)を用いたAMDのストローク管理が容易となる。ここでは最適制御ゲイン(LQゲイン)算出時の評価関数として、4層と2層の速度応答(構造制約を受ける状態量をすべて取り除いた形で構成される低次元化モデルの出力)に重みを与える方法を用いている。この方法(2章では最小ノルム法を使用)により、制振対象次数に対する完全な最適化が可能となる。なお、ここでの最大制振時の目標減衰は1次:20.2%, 2次:12.7%に設定している。

Fig. 14に非制振時と最大制振時の振動台に対する建物頂部の絶対加速度伝達関数を示す。図より両特性共、実験値(図中ポイント部)と解析値(図中ライン部)は良く一致しており、AMDを含めた制振解析モデルの妥当性が確認できる。また制振対象外である3次以降には悪影響を及ぼしていないことも分かる。

Fig. 15は最大制振時を100%ゲインとした場合の50%, 25%, 10%ゲイン時の減衰性能を表している。50%ゲ

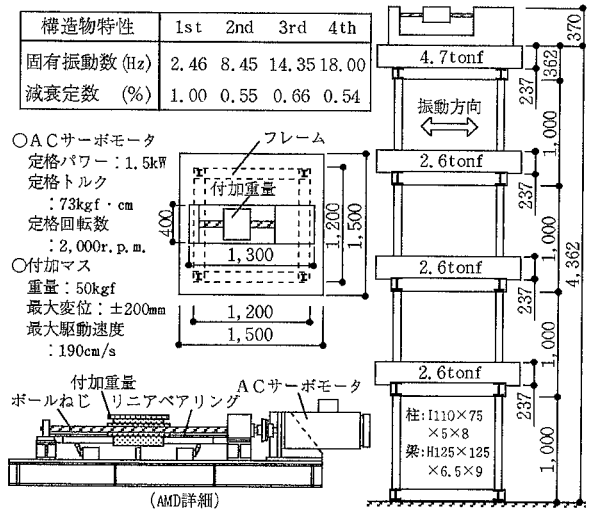
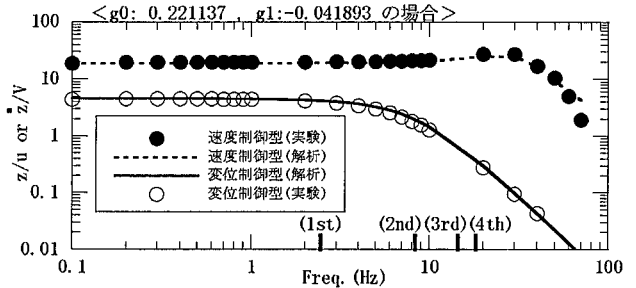
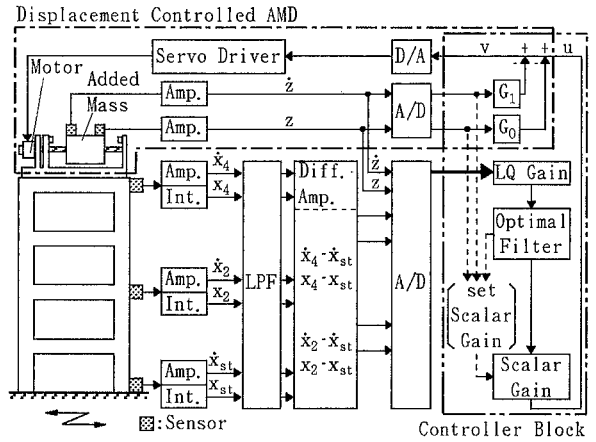


Fig. 11 模型構造物特性とAMD諸元 Parameters of Model Structure and AMD



ンは最大制振で算出されたLQゲインの各値を、単純に1/2した値に相当する。速度に比例した制御力を与えていることから、比較的小さなゲイン領域でも減衰性能が劣化していないことが分かる。

Fig. 16にAMDにより加振(振動数:2.43Hz)し、その後制振動作に切り換えた場合の自由振動波形(建物頂部加速度)を、非制振時の場合(図中細線)と併記して上段に、その時のAMD変位とゲイン変化を一括して下段に示す。

なお、下段図中の内、AMD変位は左側の軸、ゲイン変化は最大値を1として右側の軸で示されている。

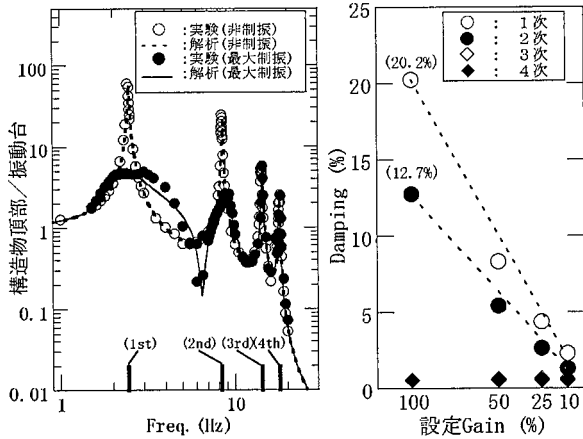


Fig. 14 加速度伝達関数
Transfer Function of
Abs. Acceleration

Fig. 15 減衰性能
Damping
Characteristics

比較のために示した(c)15%固定ゲイン時の建物応答が指数的に収束しているのに対し、ストローク制約を1.5cmに設定した(b)の結果では建物応答が直線的に収束し、より効率的な制振性能が達成されていることが確認できる。またストロークオーバーすることなく、良好なストロークサチュレーション制御が行われていることも確認できる。

3.2.3 非定常外力による制振性能確認実験 Fig. 17はTAFT(NS)波の最大値を80Galに基準化し、時間刻みを5.6msに調整した波形を入力波とした場合の実験結果(ストローク制約:2種類設定)である。(a),(b)図共、上段から建物頂部加速度(非制振時併記)、AMD変位、およびゲイン変化の順で示している。図より3.2.2項と同様に、ストロークオーバーすることのない良好なストロークサチュレーション制御が行われていることが確認できる。

4. まとめ

- 1) 速度制御型モータを変位制御型に特性変換する方法を提案した。
- 2) ACサーボモータを速度制御型として用いた場合、定常的または過渡的なドリフト変位は避けられないが、変位制御型の場合のAMD変位は指令値に追従し、ドリフト成分が発生しないことを示した。
- 3) この特性がAMDのストローク管理に有効であることを解析的・実験的に示した。
- 4) 従来の速度制御型モータでは指令値の結果としてのみ現れるAMD変位を、変位制御型に特性変換することによって指令値の段階で直接的に指令・管理することが可能となることを解析的・実験的に示した。
- 5) この管理方法として、変位指令を行うコントローラの最終出力段に可変ゲインを設けることにより、大地震時にもストロークオーバーすることのないサチュレーション制御が可能となることを解析的・実験的に示した。

参考文献

- 1) 吉田, 鈴木, 蔭山, 他:サーボモータ駆動型動吸振器を用い

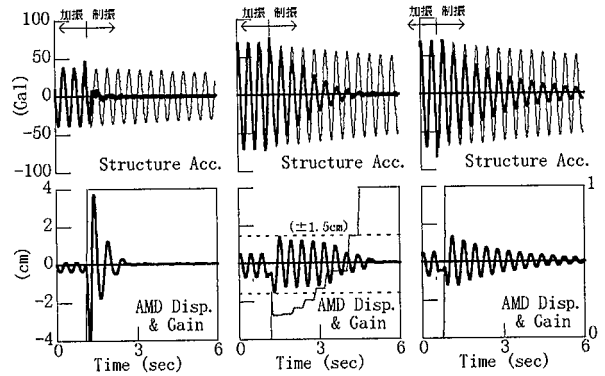
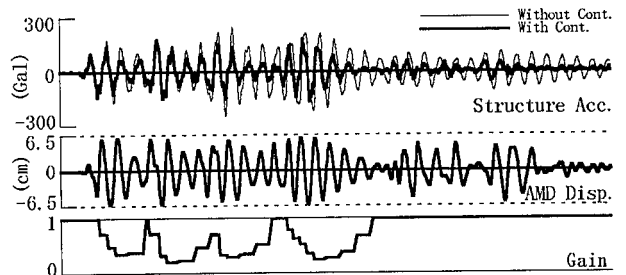
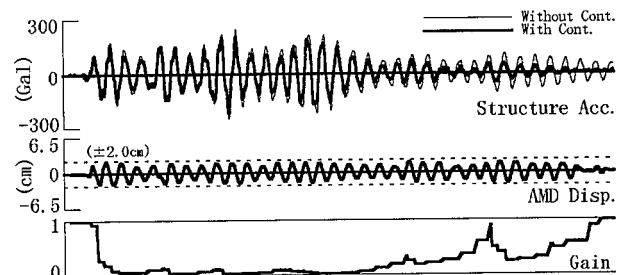


Fig. 16 ストロークサチュレーション制御実験結果
Verification of Stroke Saturation Control Method



(a) AMDストローク制約: 6.5cmの場合



(b) AMDストローク制約: 2.0cmの場合

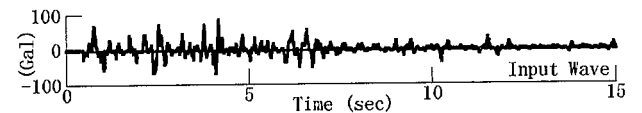


Fig. 17 時刻歴応答実験結果
Response Waves at Taft Earthquake

- たアクティブ制御, 土木学会主催振動制御コロキウム, PART. B, 講演論文集, p. 299~308, (1991)
- 2) 渡辺, 吉田, 下郷, 鈴木, 蔭山, 他:中高層建物に対する低次元化アクティブ制振の研究, 日本機械学会論文集(C編)58巻546号, p. 66~73, (1992)
- 3) T. Suzuki, M. Kageyama, et. al: Active Vibration Control System Installed in a High-rise Building, Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 19, (1996)
- 4) 蔭山, 奥田, 他:可変ゲインを用いたストロークサチュレーション制御に関する研究, 日本機械学会, 第5回運動と振動の制御シンポジウム講演論文集, p. 46~49, (1997)
- 5) BRUCE C. MOORE: Principal Component Analysis in Linear Systems, Controllability, Observability, and Model Reduction, IEEE, Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, No. 1 p. 17~32, (1981)