杭基礎の支持力および地盤ばねに与える載荷速度の影響

渡 邉 康 司 佐 原 守

Effect of Loading Rate on Bearing Capacity and Soil Spring of Pile Foundations

Koji Watanabe Mamoru Sahara

Abstract

The bearing capacity of piles is evaluated by using a static vertical loading test. However, the external forces that act on a pile are not only static loads but also dynamic loads such as earthquakes. In the case of a large earthquake, dynamic loads dominate the design considerations. Although the loading rate is known to depend on the soil behavior and the bearing capacity of a pile, there have been few studies, and quantitative evaluation methods on the bearing capacity of a pile that consider the loading rate have not yet been proposed. This study investigated the effects of the loading rate on sand behavior and the bearing capacity of a pile for pile seismic design. A series of triaxial compression tests and model loading tests under a centrifuse acceleration field where the loading rate was varied were conducted. The results suggest that the failure strength and deformation modulus of sand increase with increasing the loading rate. Moreover, the bearing capacity and coefficient of the sub-grade reaction were confirmed to have large values when the loading rate was high.

概 要

静的載荷試験に代表される杭の載荷試験は、一般的に、杭の支持力や地盤ばねを確認するために実施される。 さらに、地盤材料の変形強度特性は、静的な一軸圧縮試験や三軸圧縮試験により把握される。しかしながら、 杭に作用する外力は自重のような静的荷重のみではなく、地震のような動的荷重も作用することとなる。特に、 大地震時の場合には、設計上考慮すべき動的荷重の作用比率が大きくなる。地盤材料の変形強度特性や杭の支 持力および地盤ばねにおける載荷速度依存性は定性的に知られているものの、その研究事例は少なく、定量的 な評価手法は提案されていない現状にある。本研究では、砂の変形強度特性および杭の支持力や地盤ばねに与 える載荷速度の影響を検討することを目的として、載荷速度をパラメータとした一連の三軸圧縮試験および遠 心模型実験を実施した。その結果、載荷速度が大きい場合に、砂の破壊強度および変形係数が大きくなること がわかった。さらに、杭の支持力および地盤ばねに関しても、載荷速度が大きい場合に増加することが確認さ れた。したがって、載荷速度の影響を適切に評価することで、地震時における支持力や変形を合理的に評価で き、杭基礎設計を合理化できる可能性がある。

1. はじめに

杭基礎に代表される基礎構造物の支持力や地盤ばねは 静的な載荷試験や要素試験により求められる。しかしな がら、杭に作用する外力は自重のような静的荷重のみで はなく、地震のような動的荷重も作用することとなる。 特に、大地震時の場合には、設計上考慮すべき動的荷重 の作用比率が大きくなる。Fig.1に、杭の載荷試験および 要素試験に対する代表的な載荷速度の範囲を地震時にお ける最大鉛直速度とともに示す。地震時における実測の 鉛直方向における最大速度の範囲は, Table 1に示すよう に数十cm/sec程度である。一方で、地震時に上部構造物 がロッキングモーションを生じた場合を想定すると,基 礎に生じる最大速度は数十cm/sec程度と推測される。地 震時における最大速度と杭基礎の設計に用いる載荷試験 や要素試験の載荷速度を比較すると、対象とする載荷速 度に大きな差異があることがわかる。これは、載荷速度 を考慮した杭の支持力および地盤ばね、設計用の地盤定 数を算出する必要性があることを示唆している。

地盤材料の挙動に与える載荷速度効果の模式図を Fig.2に示す。Fig.2より、載荷速度の増加とともに、強度 および変形係数が増加することが分かる。地盤材料の変 形強度特性に与える載荷速度の影響に関する研究は、三 軸圧縮試験を用いて実施され数例の研究事例がある。 Casagurande and Shannon¹⁾は,低拘束圧下における密な 乾燥砂供試体に対して載荷速度を変化させた三軸圧縮試 験を実施し,載荷速度が大きい場合に,破壊時の最大主 応力比も大きくなることを示した。Seed and Ludgren²⁾ は、3種類の載荷速度を用いて、飽和砂に対する排水およ び非排水三軸圧縮試験を実施し、載荷速度が大きい場合 に破壊強度が大きくなることを示している。さらに, Lee et al.³⁾は,載荷速度および拘束圧の異なる三軸圧縮試験 を行ない、載荷速度効果に拘束圧の大きさが関連してい ることを指摘した。一方で、基礎の支持力や地盤ばねに 与える載荷速度の影響は、さらに研究事例が少なく、近 年までは安全代として無視されてきたのが現状である。



Fig. 1 杭の載荷試験および要素試験の載荷速度 Loading Rates of Pile Loading Tests and Element Tests

Table 1 実測による地震波の最大速度 Maximum Velocities Observed in Recent Earthquakes

左	地震	観測点	最大速度 (cm/sec)	
平			鉛直方向	水平方向
1995	兵庫県南部 沖地震	神戸海洋気象台	51	110
1995	兵庫県南部 沖地震	JR鷹取	40	90
2004	新潟県中越 地震	小千谷	31	98

Vesic et al.⁴⁾, Senanavake ⁵⁾, Konagai et al.⁶⁾ \natural , \check{a} . 接基礎に対して載荷速度を変化させた模型鉛直載荷試験 を実施し、支持力や地盤反力係数に与える載荷速度の影 響を検証した。その結果, Vesic et al.およびKonagai et al. は、載荷速度の小さい範囲で極限支持力は徐々に減少す るが,載荷速度の大きい範囲では極限支持力が増加する と報告している。また, Senanayke⁵⁾は, 載荷速度の増 加とともに、極限支持力および地盤反力係数ともに増加 する傾向を得ている。次に, Huy et al.⁷⁾は,加圧式土槽 を用いて,載荷速度を変化させた模型鉛直載荷試験を杭 模型に対して実施した。その結果、先端支持力および周 面摩擦力ともに載荷速度の増加に伴い、増加すると報告 している。このように、地盤材料の変形強度特性や基礎 の支持力に与える載荷速度の影響について概観してきた が、既往の研究事例は、載荷速度の制御やデータ計測が 不十分なこと、詳細なメカニズムの解明がなされていな いことなどが指摘できる。

地盤材料の変形強度特性や杭の支持力および地盤反力 係数における載荷速度依存性は定性的には知られている ものの,その研究事例は少なく,定量的な評価手法は提 案されていない現状にある。

本報では,地盤材料の変形強度特性および杭の支持力 や地盤ばねに与える載荷速度の影響を確認するために実 施した,一連の要素試験および遠心模型実験の結果につ いて報告する。

2. 載荷速度を変化させた三軸圧縮試験





Fig. 2 地盤材料の載荷速度効果の模式図 General Trend of Loading Rate Effects on Soil Material

2.1 実験条件

本研究で最も重要なパラメータである載荷速度を正確 に制御するために、2種類の三軸試験装置を用いた。その 基本構成をFig.3に示す。載荷速度が小さい場合(0.0005, 0.005cm/sec)には電動ギア式の三軸試験装置を,載荷速度 が大きい場合(0.05, 0.5, 5, 25cm/sec)には油圧式の三軸 試験装置を用いた。測定は、荷重はロードセル、変位は 差動トランス式変位計(LVDT)、間隙水圧は間隙水圧計を 用いて実施した。排水は、供試体上下端で許し、間隙水 圧の測定は供試体の下端で行なった。計測機器からの全 ての信号は、アンプおよびフィルターを介して調整され、 パソコンへ記録される。

排水試験時には、供試体の体積変化を伴うため、体積 ひずみを測定する。標準的な載荷速度を用いた三軸圧縮 試験では、体積変化の測定に差圧計を用いるのが一般的 である。しかしながら、本研究で想定する地震時の挙動 のように載荷速度が大きい場合には、差圧計による体積 変化の測定は適切ではない。これは、載荷時間が非常に 短いため計測が追いつかないこと、データに大きな乱れ が生じることなどが理由として挙げられる。そこで、載 荷速度が大きい場合にも、正確な体積変化の測定が可能 な重量式体積変化計を用いた。これは、供試体から排出 された間隙水の重量を直接測定することにより、上記の 課題を解決した測定装置である。

三軸圧縮試験は、豊浦標準砂を用いて実施した。豊浦



Fig. 3 三軸試験装置の基本構成 Basic Components of Triaxial Apparatus

砂の物理特性をTable 2に示す。

供試体は、目標相対密度D,=80%として、空中落下法に より作成した。さらに、供試体は、背圧98kPaを作用させ た状態で、CO2法により飽和した。B値は、実験開始前の 低拘束圧下で確認し、その最小値が0.95を確保すること で、供試体の完全飽和とした。

三軸圧縮試験は、5シリーズ実施した。ここで、Series 1 ~Series 4は飽和砂供試体、Series 5は乾燥砂供試体に対す る実験である。実験プログラムをTable 3にまとめて示す。 三軸圧縮試験は、全てのシリーズで密な砂を対象として 実施した。これは、杭先端の挙動を想定した場合、杭先 端地盤はN値の大きい地盤となるためである。飽和砂に 対する実験は、排水および非排水の両者に対して、拘束 圧100および500 k Paの条件下で実施した。実地盤との対 応を考えると、地下水位以深は飽和の排水・非排水条件 に、地下水位以浅は乾燥の排気条件に対応することにな る。ここで、 '排水'は実験中に排水ラインを開いた状 態を保持することを意味しており、載荷速度によっては 間隙水圧が発生するケースもある。したがって、この状 態は、 '部分排水'を意味することとなる。

2.2 実験結果

Fig.4(a), (b), (c)は, Series 1で実施した飽和砂に対する 排水条件における実験結果で,それぞれ,軸差応力-軸ひ ずみ関係,体積ひずみ-軸ひずみ関係,過剰間隙水圧-軸 ひずみ関係を示す。Fig.4 (a)によれば,載荷速度が大きく なるにつれて,変形係数および破壊強度ともに,大きく なる傾向を示す。ここで,破壊強度は,軸差応力-軸ひず み関係における最大強度として定義した。さらに, Fig.4(a)に示す軸差応力-軸ひずみ関係によれば,その軸 差応力-軸ひずみ関係の傾向は,載荷速度5~25cm/secか ら得られた曲線群と載荷速度0.0005~0.05cm/secから得

Table 2 豊浦砂の物理特性 Physical Properties of Toyoura Sand

土粒子密度:Gs	2.645
平均粒径:D50(mm)	0.19
30%粒径:D30(mm)	0.16
有効径:D10 (mm)	0.14
均等係数:Uc	1.56
曲率係数: Uc'	0.95
最大間隙比: emax	0.99
最小間隙比: e _{min}	0.62

Table 3 実験プログラム Experiment Program

Series	飽和/乾燥	排水条件	拘束圧 (kPa)	載荷速度 (cm/sec)	目標相対 密度(%)
1		排水	100	0.0005,0.005	
2	飽和		500		
3		民世不日 100	0.05,5	80	
4		并排水	500	15,25	
5	乾燥	排気	100		









られた曲線群の2つに大別され,載荷速度0.5cm/secから 得られた曲線は両グループの間に存在する。Fig.4(b), (c) から,載荷速度が大きいグループは,排水条件での実験 でありながら,載荷中にほとんど体積ひずみを生じてお らず,過剰間隙水圧が生じており,非排水に近い挙動と なっていたと判断される。一方で,載荷速度の小さいグ ループは,載荷中に体積ひずみを生じ,過剰間隙水圧の 発生は確認されなかった。変形特性に与える載荷速度の 影響は,Fig.4(b)に示すように,載荷速度が小さい場合に, 大きな体積ひずみを生じる。逆に,載荷速度が大きい場 合には体積ひずみは小さい。すなわち,載荷速度が大き い場合は,負の間隙水圧が発生して強度および変形係数 が増大する。

破壊強度と載荷速度の関係をFig.5(a),(b)に示す。ここ で、Fig.5(a)は拘束圧100kPaに対するシリーズを、Fig.5(b) は拘束圧500kPaに対するシリーズをまとめている。 Fig.5(a)より、排水条件下における飽和砂(Series 1)の破壊 強度は、載荷速度0.05cm/secから急激に増加し、載荷速 度15cm/secにおいて非排水条件における破壊強度とほぼ 等しくなる。同様の傾向は、拘束圧の異なるSeries 2にお いても、観察された。砂の排水・非排水強度に影響を与 える要因として、間隙水圧の消散、粘性の影響、慣性力 の影響があげられる。本研究では、載荷速度一定の条件 下で三軸圧縮試験を実施しているため慣性力の影響は無



Fig. 6 正規化内部摩擦角-載荷速度関係 Relationships between Normalized Internal Friction Angle and Loading Rate



Relationships between Normalized Deformation Modulus and Loading Rate

視できる。排水試験において載荷速度が大きい場合には, 間隙水圧の消散の他に粘性の影響が加わるため,強度増 加が大きくなる。一方で,非排水試験の場合は,粘性の 影響のみとなり,排水強度より強度増加は小さくなる。 さらに,乾燥砂においては間隙水が存在しないことから 強度増加は飽和砂に比べて小さなものとなる。また,拘 束圧の影響に着目すると,拘束圧が大きい場合に,載荷 速度効果が小さくなる傾向が認められた。このように急 激な破壊強度の増加は,主に,間隙水圧の発生・消散に 起因すると考えられる。

最大応力比における内部摩擦角øは, (1)式により算出 される。

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{\sigma_a - \sigma_r}{\sigma_a + \sigma_r} \right)_{\max}$$
(1)

ここで, *o_a*, *o_r*:最大・最小主応力

最大応力比における内部摩擦角 Øを最小の載荷速度で得られた内部摩擦角 Øで正規化し,載荷速度との関係を Fig.6に示した。Fig.6より,最小の載荷速度に対して,載 荷速度25cm/secで得られた内部摩擦角 Øは,1.25倍程度大 きな値となることがわかった。乾燥砂においても,5%程 度の内部摩擦角の増加が確認された。

Fig.7は、内部摩擦角と同様に、各実験より得られた変 形係数*E*50を最小の載荷速度で得られた変形係数*E*50によ り正規化し,載荷速度との関係を示した。ここで,変形 係数*E*₅₀は,下式により算出される。

$$E_{50} = \frac{(\sigma_a - \sigma_r)_{\text{max}}}{2\varepsilon}$$
(2)
ここで、 $(\sigma_a - \sigma_r)_{\text{max}}$:最大主応力差
 $\varepsilon: (\sigma_r - \sigma_r)_{\text{max}}/2$ に対応するひずみ

Fig.7から、変形係数 E_{50} も、Series 5の乾燥砂条件での実験を除いて、載荷速度が大きくなるとともに、大きくなる傾向が認められた。

2.3 三軸圧縮試験のまとめ

本章では,砂の挙動に与える載荷速度の影響を把握す るために,載荷速度を0.0005~25cm/secの範囲で変化さ せた三軸圧縮試験を実施し,その結果を報告した。以下 に,主要な知見を示す。

- 載荷速度が大きい場合に、破壊強度および変形係 数ともに大きくなる傾向を示す。
- 2) 排水条件における軸差応力-軸ひずみ関係から、その挙動は大きく2つのグループに分けられる。載荷速度が5cm/secより大きい場合には非排水挙動を示す。 一方で、載荷速度が0.05cm/secより小さい場合には、完全な排水挙動となる。
- 3) 非排水条件における強度増加は排水条件に比べて 小さい。これは、非排水条件では、強度増加に影響 を与える要因が粘性の影響のみとなるためである。 さらに、乾燥砂では、間隙水が存在しないため強度 増加は小さくなる。
- 4) 内部摩擦角および変形係数は、載荷速度の増加と ともに大きくなる。載荷速度25cm/secにおける内部 摩擦角および変形係数は、最小の載荷速度で得られ た値に対して、それぞれ10~50%、30~150%増加す る。

3. 遠心模型実験

3.1 実験装置および実験条件

杭の支持力や地盤反力係数に与える載荷速度の影響を 遠心模型実験により検討した。用いた遠心模型実験装置 をFig.8に示す。遠心模型実験装置は、ビーム式であり、 両端に模型搭載用とカウンターウェイト搭載用の2つの プラットホームを有する。回転軸からプラットホームベ ースまでの距離である回転半径は2.45mである。遠心模 型実験装置の仕様をTable 4にまとめて示す。

データの収録には、2つのタイプの信号伝達が用いられ る。一つはスリップリングを介した手法であり、計測装 置はジャンクションボックスを通してスリップリングに 接続され、信号はアンプに伝達される。もう一方は、光 学式のロータリージョイントを介した手法である。計測 データは増幅され、A/D変換器によりデジタル信号に変 換される。

Fig.9には、遠心模型実験概要を示す。鋼製土槽の寸法



Fig. 8 遠心模型実験装置 Centrifuge Model Test Apparatus

Table 4 遠心模型実験装置の仕様 Specifications of Centrifuge Model Test Apparatus

有効半径		2.45	m
バケット寸法	幅	0.9	m
	奥行き	0.9	m
	高さ	0.97	m
能力	最大容量	50	Gton
	最大回転数	300	rpm













Fig. 11 正規化極限支持力-載荷速度関係 Relationships between Normalized Ultimate Bearing Capacity and Loading Rate







Fig. 13 地盤内加速度の時刻歴曲線 Time History Curves of Acceleration in Model Ground

は,幅B=500mm,高さh=600mm,奥行きl=200mmである。 模型杭は、杭径20mm、杭長200mm、肉厚5mmの中空の ステンレス製パイプである。模型杭表面は、滑らかであ る。模型杭内部には、載荷中の杭に生じるひずみを測定 するためにひずみゲージを設置した。さらに、模型杭先 端には杭先端に作用する抵抗力を直接測定するために, 小型の土圧計を設置した。模型地盤内には、杭先端付近 の土圧および加速度を確認するために、小型土圧計およ び小型加速度計を2深度に埋設した。鉛直載荷は、油圧式 ジャッキで行ない、ジャッキと模型杭は剛接されている。 用いた載荷速度は、0.0005cm/sec~5cm/secである。載荷 速度の制御には、ファンクションジェネレーターを用い ている。模型地盤は、豊浦砂を用いて空中落下法により 作成し、目標相対密度D,=80%に調整した。ここで、豊浦 砂の物理特性は、Table 2に示した通りである。全ての実 験は、遠心加速度50G場で乾燥砂地盤にて実施した。

3.2 実験結果

Fig.10に,杭頭部における荷重-変位関係を示す。ここで,杭頭変位は,実測による変位を杭径で正規化した値 を示している。杭頭における最大荷重および剛性は,載 荷速度の増加とともに増加する傾向が得られた。

杭頭部において得られた極限支持力を最小の載荷速度 で得られた極限支持力で正規化した値と載荷速度の関係 をFig.11に示す。ここで、極限支持力は、Fig.10に示した 杭頭部における荷重-変位関係の変位量0.1Dにおける荷 重として定義した。Fig.11によると、極限支持力は、載







Comparison of Calculated Value and Experimental Value on Ultimate Bearing Capacity

荷速度が大きくなるにつれて大きな値を示すことがわか る。最小の載荷速度における値と最大の載荷速度におけ る値を比較すると、極限支持力の増分は、80%程度であ る。 Fig.12には、各実験における地盤ばねを算出し、最 小の載荷速度における地盤ばねで正規化し、載荷速度と の関係を示した。ここで、地盤ばねは、荷重-変位関係の 初期勾配(変位レベル0.1D)として算出している。地盤ば ねも、載荷速度が大きい場合に大きな値を示しており、 最小の載荷速度における値と最大の載荷速度における値 を比較すると、その増分は80%程度である。

載荷中の杭先端地盤における加速度の時刻歴変化を, Fig.13に示す。ここでは、載荷速度0.0005および5cm/sec の場合を示す。これらの図より、載荷中において杭先端 地盤で加速度はほとんど発生していないことが分かる。 したがって、模型地盤に慣性力は生じておらず、支持力 の増加した要因が慣性力の影響ではないと判断される。

Fig.14は、模型杭先端で直接測定した土圧と杭頭変位の関係である。Fig.14より、載荷速度が大きい場合に、 杭先端に作用する土圧も大きくなり、その値は載荷速度 5cm/secの場合で約5000kN/m²である。さらに、Fig.15には、



Fig. 15 杭先端における土圧増分-杭頭変位関係 Relationships between Increment of Earth Pressure in Model Ground and Displacement at Pile Head

加速度計と同一深度に設置した土圧計の計測値から算出 した杭先端地盤の土圧増分と杭頭変位の関係を示す。 No.1およびNo.2で,載荷速度の増加とともに,土圧増分 も大きくなる傾向を示す。これは,載荷速度が大きい場 合に杭先端地盤の応力の影響範囲が大きくなること,す なわち支持力機構が変化していることを示唆している。 以上のことから,極限支持力の増加は,先端支持力に対 する載荷速度の効果が大きいものと推察される。その要 因として,3章の三軸圧縮試験で示したように,杭先端地 盤の破壊強度の増加に関係しているものと考えられる。 また,杭先端地盤の土圧の増加にみられるように,杭先 端地盤の応力の影響範囲の変化も支持力増加の要因とし て考えられる。

杭の支持力は,(3)~(5)式に示す支持力理論に基づき算 出される。

$Q=Q_s+Q_b$	(3)
$Q_b = A_b \left(cN_cS_c + \gamma DN_qS_q + \gamma BN_\gamma S_g \right)$	(4)
$Q_s = A_s (K_0 \gamma z \tan \phi)$	(5)
ここで,	
N_{c}, N_{q}, N_{γ} : 支持力係数	
$N_{c} = (N_{a} - 1)$	

 $N_q = \exp(\pi \tan \phi) \tan^2 (45 + \phi/2)$ $N_y = 2(N_q + 1) \tan \phi$

 S_c, S_q, S_{γ} :形状係数, c:粘着力(kN/m²)

 γ : 単位体積重量(kN/m^3), D: 杭の根入れ長(m)

 $B: 杭径(m), K_0: 静止土圧係数 K_0=1-\sin \phi$

 A_b, A_s : 杭先端および杭周面の面積(m²)

φ: 地盤の内部摩擦角(deg.)

内部摩擦角の増加は, 先端支持力および周面摩擦力の 増加に反映される。支持力計算に際して,模型実験と同 様の条件で得られた内部摩擦角の値を用いた。具体的に, Series 5の乾燥砂に対する三軸圧縮試験結果を用いた。前 述のFig.6で示したように、Series 5において5%程度の内 部摩擦角の増加が確認された。静的な載荷速度で得られ た内部摩擦角に対して, 増加率を考慮することで各載荷 速度における内部摩擦角を算出した。極限支持力の計算 値を正規化した値と載荷速度の関係をFig.16に示す。こ こでは、模型実験結果も合わせて示している。Fig.16中 の凡例 'Exp.'および 'Cal.'は, それぞれ実験値および計 算値を示している。Fig.16から,正規化した極限支持力 の計算値は、実験値を若干、下回っている。しかしなが ら,載荷速度の影響を考慮した要素試験を実施し,地盤 の力学定数を推定することで、極限支持力に対する載荷 速度の影響を反映することが可能となる。

3.3 遠心模型実験のまとめ

杭の支持力および地盤ばねに与える載荷速度の影響を 把握するために,遠心場における杭の模型鉛直載荷試験 により検討した。以下に,主要な結論を述べる。

- 1) 載荷速度が大きい場合に,極限支持力および地盤ば ねが大きくなる傾向を示した。
- 極限支持力および地盤ばねの増分は、両者ともに、 80%程度である。
- 3) 載荷速度の影響を考慮した要素試験を実施し,地盤 定数を評価することで,極限支持力の算定に載荷速 度の影響を反映することが可能となる。

4. まとめ

本研究は、地盤材料の変形強度特性および杭の支持力 および地盤ばねに与える載荷速度の影響を把握するため に、一連の三軸圧縮試験および遠心場における模型実験 を実施した。その結果、地盤材料の破壊強度および変形 係数、杭の支持力および地盤ばねともに、載荷速度が大 きい場合に大きくなることがわかった。さらに、想定す る条件で実施した要素試験結果を用いて極限支持力算定 することで、極限支持力に載荷速度の影響を反映するこ とが可能となる。したがって、地盤材料のパラメータを 適切に評価することで、地震時における支持力や変形を 合理的に評価でき、杭基礎設計を合理化できる可能性が あると考えられる。

謝辞

4章の遠心模型実験に関しては,東京工業大学に委託した研究成果の一部を取りまとめたものである。実験の遂行にあたり,東京工業大学の関栄氏には多大な協力を賜った。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- Casagrande, A. et al.: Stress-Deformation and Strength Characteristics of Soils under Dynamic Loads, Proceedings of the 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 29-34, (1948)
- Seed, H.B. et al.: Investigation of the Effect of Transient Loading on the Strength and Deformation Characteristics of Saturated Sand, Proceedings of American Society for Testing and Materials, 1288-1306, (1954)
- Lee, K.L. et al.: Effect of Transient Loading on the Strength of Sand, Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 239-247, (1969)
- Vesic, A.S. et al.: An Experimental Study of Dynamic Bearing Capacity of Footing on Sand, Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 209-213, (1969)
- Senanayake, K.S.: Effect of Loading Velocity on the Bearing Capacity and Stress Distribution in a Sandy Soil, Master Thesis, Tokyo Institute of Technology, (1973)
- Konagai, K. et al.: An Experimental Study on the Loading Rate Effect on Bearing Capacity of Footing on Saturated Sand, Proceedings of the 9th Japan Earthquake Symposium, 307-312, (1994)
- Huy, N.Q. et al.: Influence of Loading Rate on the Bearing Capacity of Piles in Sand, Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2125-2128, (2005)