

岩盤を対象としたHoek-Brownの破壊規準に基づく弾塑性モデルの開発

中岡 健一 畑 浩二

Elasto-Plastic Model Based on the Hoek-Brown Failure Criterion for Rock Mass

Kenichi Nakaoka Koji Hata

Abstract

The Hoek-Brown criterion is one of the failure criteria specialized for rock masses. This criterion was proposed in 1980, and has been repeatedly modified. In this study, we formulated an elasto-plastic model by extending the failure criterion proposed by Hoek-Brown to three dimensions. We calculated the direction of plastic strain and incremental stress on the yield surface based on the present formulation, and confirmed that the elasto-plastic model was correctly formulated. We then performed a tunnel excavation analysis. The approximate displacement of the measurement result was obtained with the application of an appropriate set of parameters. Results prove that the elasto-plastic model presented in this study is appropriate and applicable to the design of tunnel supports.

概要

岩盤を扱う破壊規準の一つとして、Hoek-Brownの破壊規準が挙げられる。この破壊規準は1980年に提案された後、修正が重ねられている。また、原位置試験を必要としない簡易な強度定数の設定方法も併せて提案されており、実用性が高い。本研究ではこの破壊規準を三次元に拡張し、弾塑性モデルを定式化した。定式化に基づく降伏面について塑性ひずみと増分応力の方向の計算を行い、定式化が正しくなされていることを確認した。仮想トンネルの掘削解析を行い、地山の要素の応力が降伏曲面に到達した後、解析のステップの進行とともに、降伏曲面に沿って移動することを確認した。実際のトンネルの掘削解析においても、強度定数を適切に設定することにより、計測された変位と近似的な結果が得られることを確認した。以上により、本研究で開発した弾塑性モデルの妥当性と、支保工の設計への適用性があると判断した。

1. はじめに

従来から、有限要素法や有限差分法によるトンネル掘削解析において、岩盤に材料非線形性を考慮する場合は、Mohr-CoulombやDrucker-Pragerの破壊規準に基づいた弾塑性モデルが用いられている。これらの弾塑性モデルは、拘束圧に対してせん断強度が直線的に高まる破壊包絡線を用いており、土質材料を評価するために提案されたものである。これらの方法が岩盤分野にも広く用いられている理由としては、解析に必要な強度定数について岩盤等級に対応した目安値¹⁾が示されており、簡易に設定できることなどが考えられる。

しかしながら、岩盤等級に対応した目安値では精度が不足すると考えられる場合には原位置試験が必要となる。原位置試験は、試験用の空間を確保する必要があるため、試験中は掘削を停止する必要がある。そのため、弾塑性モデルに基づいた精度の高い解析を行うには工期への影響が生じる場合がある。

また、岩石、岩盤の破壊包絡線は、拘束圧が高くなるにつれて勾配が小さくなることが試験によって示されている^{2,3)}。そのため、特に土被りが大きい場合、前述の弾塑性モデルでは、壁面近くの低拘束圧状態からそれ以遠の高拘束圧状態までの岩盤の強度を、同じ強度定数で表すことができない。

一方、HoekとBrown³⁾は放物線形状の破壊包絡線を持ち、必要な強度定数を岩盤の観察とコアの一軸圧縮強さから設定できる実用的な破壊規準を提案している。この破壊規準は30年以上前に提案された後も修正^{4,5,6)}が重ねられており、強度定数の設定方法も含めて体系的に開発されたものである。ただし、この破壊規準には中間主応力が考慮されていないことから、三次元の弾塑性モデルには適用できない。そのため、この破壊規準を三次元化する研究^{7,8)}が進められている。その中には破壊規準の三次元化から弾塑性モデルの構築、トンネル掘削解析への適用まで進められた例^{9,10)}も見られるが、それらは弾塑性構成式を直接定式化しておらず、構成式を解くためには収束計算を必要とする。このような計算上の問題と、既に目安値を用いた弾塑性解析が広く用いられている、ということが、Hoek-Brownの破壊規準が汎用的に用いられるようにならない理由と考える。

本研究では、この破壊規準に基づく弾塑性モデルの実用性を向上させるために弾塑性構成式の定式化を行い、このような収束計算を不要にした。そして、降伏曲面上での応力増分と塑性ひずみが正しく計算されたことを確認した。開発した弾塑性モデルを三次元の有限差分法プログラムに組み込み、トンネルの掘削解析を行うことにより、トンネルに発生する変形挙動の再現と予測を行うことができたので報告する。

2. 一般化Hoek-Brownの破壊規準の三次元化

2.1 Hoek-Brownの破壊規準の概要

一般化されたHoek-Brown(以下、HBと称す)の破壊規準¹¹⁾は式(1)で表される。

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(\frac{m\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (1)$$

ここで、 σ_1 と σ_3 は最大主応力と最小主応力、 σ_c はコアの一軸圧縮強さである。また、 m 、 s 、 a はHBの強度定数であり、設定にあたっては岩盤の亀裂の多さや風化の度合いから推定されるGSI (Geological Strength Index)¹¹⁾に、Hoek^{6,11)}らによる式(2)と(3)、および、(4)を用いて求める方法が提案されている。Table 1に、提案されたGSIと観察結果に基づく岩盤の性状との対応¹¹⁾について示す。

$$m = m_1 \exp\left(\frac{GSI-100}{28}\right) \quad (2)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI-100}{9}\right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \left[\exp\left(-\frac{GSI}{15}\right) - \exp\left(-\frac{20}{3}\right) \right] \quad (4)$$

ここで、 m_1 は岩石の種類に応じた値であり、例えば粘板岩では9、砂岩では19、花崗岩では33、凝灰岩では15など¹¹⁾が示されている。

2.2 降伏関数

HoekとBrown³⁾は、岩盤の破壊におよぼす中間主応力の影響は小さいとし、破壊規準には σ_2 は考慮されていない。そのため、この破壊基準を三次元化する必要がある。ここではWan¹⁰⁾と同じように、 $\sigma_2 = \sigma_1$ の場合、 $\sigma_2 = \sigma_3$ の場合においてHBの破壊規準を満たし、静水圧軸($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$)に垂直な面である π 平面上の形状が楕円の一部で構成される降伏曲面を用いる。この方法により、滑らかで計算上特異点となる角を持たない降伏曲面が得られる。Fig. 1に π 平面上における破壊規準と降伏曲面の概略を示す。図中、 $\sigma_2 = \sigma_1$ となる点Aにおける応力の第一不変量 I_1 と偏差応力の第二不変量 J_2 は式(5)と式(6)で表され、Misesの応力 q は式(7)で表される。

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 2\sigma_1 + \sigma_3 \quad (5)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1}{3} (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \quad (6)$$

$$q = \sqrt{3J_2} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (7)$$

α と P を式(8)のようにおき、式(5)と式(7)を用いて式(1)から σ_1 と σ_2 を消去すると、式(9)が得られる。

$$P = \frac{mI_1}{3\sigma_c} + s, \quad \alpha = \frac{1}{a} \quad (8)$$

$$\left(\frac{q}{\sigma_c}\right)^a + \frac{2mq}{3\sigma_c} - P = 0 \quad (9)$$

点Bは $\sigma_2 = \sigma_3$ であり、式(9)と同じように式(10)を得る。

$$\left(\frac{q}{\sigma_c}\right)^a + \frac{mq}{3\sigma_c} - P = 0 \quad (10)$$

式(9)と式(10)の違いが第2項のみであることに着目し、降伏関数 f を式(11)のようにおく。 θ はLode角と呼ばれており、式(12)を満たす。 J_3 は偏差応力の第三不変量である。

$$f = \left(\frac{q}{\sigma_c}\right)^a + G(\theta)q - P \quad (11)$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \quad (12)$$

以下に、 $G(\theta)$ を導く。Fig. 1に示すように、静水圧軸から降伏曲面までの距離を r とし、 r に対応するMisesの応力を q_p とする。 r と q_p の関係は式(13)によって表される。

$$q_p = \frac{\sqrt{6}r}{2} \quad (13)$$

式(11)は降伏関数であることから、Fig. 1の降伏曲面上の応力を用いて求めた f は0となる。この時、 $q = q_p$ を満たすため、式(11)の q に q_p を代入し、 $f = 0$ となるように $G(\theta)$ について解くと式(14)を得る。 q_p を θ と応力の不変量で表すことができれば式(14)と式(11)から f が求められる。

Table 1 地質条件に基づくGSIの推定¹¹⁾(加筆)
Estimate of GSI Based on Geological Descriptions

GSI (Geological strength index)	岩盤表面の風化状態	構造				
		Very Good	Good	Fair	Poor	Very Poor
		新鮮、風化されていない。	わずかに風化されている。	やや風化されている。	強く風化され、岩砕などの表面。	強く風化され、粘土などの表面。
		高	表面の品質	低		
構造		高		低		
	Blocky 立方体形状から成り連続性がよい。	80				
	Very Blocky 4つ以上の不連続面からなり、部分的に乱れている。	70				
	Blocky/Disturbed 多くの不連続面からなる褶曲や断層など。	60				
	Disintegrated 粉碎岩盤。	50				
			40			
				30		
					20	
						10

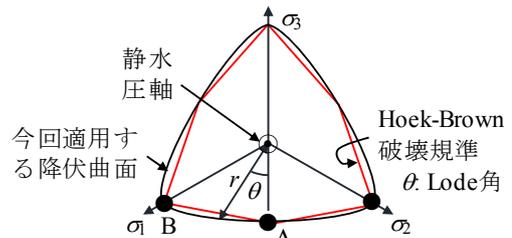


Fig. 1 π 平面上における降伏曲面
Yield Surface on pi Plane

$$G(\theta) = \left[P - \left(\frac{q_p}{\sigma_c} \right)^a \right] \frac{1}{q_p} \quad (14)$$

Fig. 2に π 平面上における降伏曲面の楕円近似を示す。ここで、図中の点Dを座標の原点とした。 m_d と n_d をそれぞれ楕円の長径、短径の半分とし、 $\theta=0$ と $\theta=\pi/3$ における静水圧軸から降伏曲面までの距離 r を r_1 と r_2 とする。

2.3 塑性ポテンシャル

非関連流れ則の場合の塑性ポテンシャル g は、式(11)の右辺第1項を省いた式(15)を用いる。この関数によるポテンシャル面の形状は π 平面上においては降伏曲面と同じになり、拘束圧に対しては直線状に広がる。そのため、拘束圧が変化してもダイレタンシー角は変化しない。 m_g はダイレタンシーパラメータで、 $m_g=0$ の時は塑性体積ひずみ ε_{vp} は0であり、 $m_g>0$ の時は、 $\varepsilon_{vp}>0$ である。

$$g = G(\theta)q - P_g \quad (15)$$

ただし、 P_g は以下のようにおいた。

$$P_g = \frac{m_g I_1}{3\sigma_c} \quad (16)$$

2.4 収束計算の不要な r_1 と r_2 の計算法

q_p を求めるために必要な r_1 と r_2 は、それぞれ式(9)と式(10)の q の解 q_{p1} と q_{p2} を式(13)の q_p に代入して求められる r の値であり、 $a=1$ や 0.5 以外の時は、両式を解くためには収束計算が必要となる。式(9)と式(10)で、解析の過程で変化するパラメータは P のみであることから、 P と r_1 、および、 r_2 の関係を前もって求めておき、 P が与えられた時に線形補間することにより、収束計算を避ける。

P を0から等間隔に分割して P_i ($i=1 \sim \text{imax}$)を設け、それぞれの P_i に対する r_1^i 、 r_2^i を前もって求めておく。 P_i と P_{i+1} の間隔を ΔP とし、 P_i を式(17)のようにおく。計算過程で P に対応した r_1 または r_2 を求める場合、式(18)と式(19)によって線形補間する。

$$P_i = (i-1)\Delta P \quad (17)$$

$$j = \text{int} \left(\frac{P}{\Delta P} \right) + 1 \quad (18)$$

$$r_k = r_k^j + \frac{(P - P_j)(r_k^{j+1} - r_k^j)}{\Delta P}, \quad k = 1 \text{ or } 2 \quad (19)$$

2.5 $G(\theta)$ の計算

楕円形を表す式(20)を用いて降伏関数を定式化する。

$$\frac{x^2}{m_d^2} + \frac{y^2}{n_d^2} = 1 \quad (20)$$

Fig. 2の点Bにおいて楕円の勾配は $-\sqrt{3}$ であり、式(20)の勾配は式(21)で表されるため、この式の右辺に、図中に示した点Bの座標を代入すると式(22)が得られる。また、式(20)に点Bの座標を代入すれば式(23)が得られ、式(22)と式(23)を連立させれば m_d と n_d について式(24)と式(25)のように求められる。

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2}{m_d^2} + \frac{y^2}{n_d^2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x^2}{m_d^2} + \frac{y^2}{n_d^2} \right) \right]^{-1} = -\frac{n_d^2 x}{m_d^2 y} \quad (21)$$

$$\frac{\sqrt{3}n_d r_2}{m_d^2(2r_1 - r_2 - 2n_d)} = -\sqrt{3} \quad (22)$$

$$\frac{3r_2^2}{4m_d^2} + \frac{(2r_1 - r_2 - 2n_d)^2}{4n_d^2} = 1 \quad (23)$$

$$m_d = (2r_2 - r_1) \sqrt{\frac{r_2}{5r_2 - 4r_1}} \quad (24)$$

$$n_d = \frac{(2r_2 - r_1)(2r_1 - r_2)}{5r_2 - 4r_1} \quad (25)$$

式(20)に、図中に示した点Cの座標を代入し、二次方程式の解から、 r は式(26)によって表される。

$$r = \frac{B + \sqrt{B^2 - AC}}{A} \quad (26)$$

$$A = m_d^2 c_s^2 + n_d^2 s_n^2 \quad (27)$$

$$B = m_d^2 (r_1 - n_d) c_s \quad (28)$$

$$C = m_d^2 (r_1 - n_d)^2 - m_d^2 n_d^2 \quad (29)$$

ただし、 $\cos\theta = c_s$ 、 $\sin\theta = s_n$ とおいた。さらに、式(26)に式(24)と式(25)を代入すると、 r は式(30)のように表される。

$$r = \frac{wr_1(2qc_s + p\sqrt{M})}{K} \quad (30)$$

$$w = \frac{r_2}{r_1} \quad (31)$$

$$p = 2 - w, \quad h = w^2 - 1 \quad (32)$$

$$M = 4(w^2 - 1)c_s^2 - 4w + 5 \quad (33)$$

$$K = 4(w^2 - 1)c_s^2 + (2 - w)^2 \quad (34)$$

式(30)~式(34)は応力から計算でき、式(30)から得られた r を式(13)と式(14)に用いれば、 $G(\theta)$ を計算できる。

3. 弾塑性モデルの構築

3.1 弾塑性構成式

以下、塑性ひずみ増分を $\{d\varepsilon^p\} = (d\varepsilon_x^p, d\varepsilon_y^p, d\varepsilon_z^p, d\varepsilon_{xy}^p, d\varepsilon_{yz}^p, d\varepsilon_{zx}^p)^T$ 、弾性ひずみ増分を $\{d\varepsilon^e\} = (d\varepsilon_x^e, d\varepsilon_y^e, d\varepsilon_z^e, d\varepsilon_{xy}^e, d\varepsilon_{yz}^e, d\varepsilon_{zx}^e)^T$ 、関数 f の応力による偏微分を式(35)のようにおく。

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial f}{\partial \tau_{zx}} \right)^T \quad (35)$$

塑性ポテンシャル面に対して $d\varepsilon_{ij}^p$ の方向が垂直となる

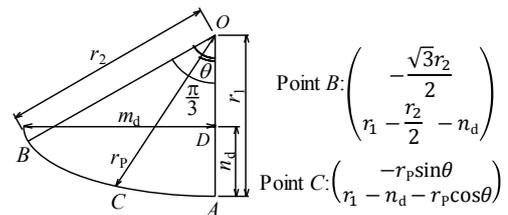


Fig. 2 降伏曲面の楕円近似
Approximation to an Ellipse of Yield Surface

条件は未知のスカラー量 $d\lambda$ を用いて、式(36)で表される。

$$\{d\epsilon^p\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \quad (36)$$

また、全ひずみ $\{d\epsilon\}$ は $\{d\epsilon^e\}$ と $\{d\epsilon^p\}$ の和であること、応力増分 $\{d\sigma\}$ は弾性応力-ひずみ関係行列 $[D]$ と $\{d\epsilon^e\}$ の積であることなどから、式(37)に示される弾塑性応力-ひずみ関係式が得られる¹²⁾。式(36)の $d\lambda$ については式(37)を導く過程で式(38)が得られる。

$$\{d\sigma\} = \left[[D] - \frac{1}{u} [D] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \right] \{d\epsilon\} \quad (37)$$

$$d\lambda = \frac{1}{u} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \{d\epsilon\} \quad (38)$$

ただし、

$$u = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \quad (39)$$

式(37)に含まれる降伏関数と塑性ポテンシャルの応力による偏微分 $\{\partial f/\partial \sigma\}$ と $\{\partial g/\partial \sigma\}$ は付録を参照。

3.2 ひずみ軟化を考慮する方法

軟岩はひずみ軟化挙動を示す性質を有しており¹³⁾、トンネルの変形を正確に評価するためには、ひずみ軟化を考慮する必要がある。開発した弾塑性モデルのひずみ軟化は、降伏曲面と静水圧軸との距離(Fig. 1の r)に係数 r_d を乗じ、弾性域を狭めることにより考慮する。 r_d の初期値は1であり、塑性せん断ひずみの累積に応じて減少させる。

3.3 塑性ひずみ増分と応力増分の検証解析

構成モデルが正しく定式化されていることを確認するため、三次元の有限差分プログラムに構成モデルを組み込み、検証解析を行った。主応力空間における降伏曲面上に、塑性ひずみ増分と応力増分のベクトルを計算して描画し、Fig. 3に示す。ここでは関連流れ則を適用した。Table 2に使用するパラメータを示す。

図にはHBの破壊規準の式(1)を満たす主応力 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (22.4, 5), (34.6, 10)$ について、 σ_2 が中間・最小主応力である場合の $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (22.4, 5, 5)$ 、および、 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (34.6, 10, 10)$ 、 σ_2 が中間・最大主応力である場合の $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (22.4, 22.4, 5)$ 、および、 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (34.6, 34.6, 10)$ をそれぞれ①~④の緑●で示した。式(1)に基づく降伏曲面がこれらの応力成分の座標を通っていることが分かる。

Fig. 3の青色と赤色の線分は、降伏曲面上のランダムに選んだ位置で計算した式(36)による塑性ひずみ増分と、式(37)による応力増分のベクトルを示している。ここで、各位置で、ランダムな10通りのひずみ増分を仮定した。

応力増分のベクトルの方向は降伏曲面に接していることが確認できる。また、塑性ひずみベクトルは選定した位置ごとに10本描画したものの、いずれも降伏曲面に垂直で、重なって1本に見える。以上から式(37)の弾塑性構成式は正しく計算できていると判断できる。

4. Drucker-Pragerモデルとの比較

ここではDrucker-Prager(以下、DPと称す)の破壊規準に基づく弾塑性モデルと今回構築したモデルにより、新幹線断面を想定したトンネル掘削解析を行い、両者の特徴を考察する。

4.1 解析の概要

三次元の有限差分法プログラムを用い、平面ひずみ状態とするために、トンネル軸方向に1mの厚みを持つ解析モデルを用いる。トンネルは単純に無支保で全断面掘削とし、壁面に作用させる内圧を徐々に低下させる非線形解析とした。解析モデルの範囲はトンネル天端から上方に約 $4d$ 、下方に約 $3d$ 、側方は約 $4d$ とした。ここに d はトンネル幅である。地山の測圧係数は1とした。

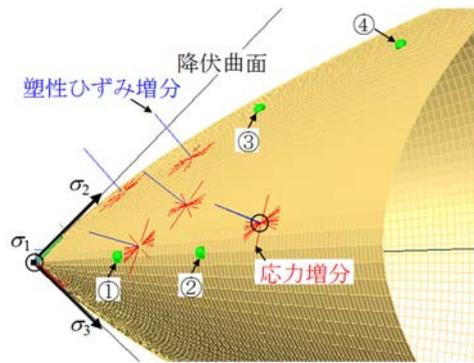
4.2 材料パラメータの設定

HBの強度定数はTable 2と同じとする。DPの破壊規準を式(40)に、設定した材料パラメータをTable 3に示す。

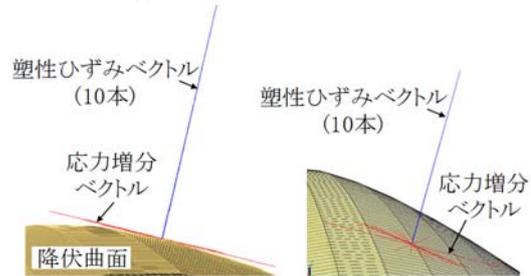
DPの材料パラメータは、解析に用いる土被り圧の範囲

Table 2 HBパラメータ
Hoek-Brown Parameters

σ_c (MPa)	m	s	a
20	3	0.01	0.5



(a) 発生させた応力の一部



(b) 上図(a)の○で示した応力の拡大

Fig. 3 降伏曲面上の応力増分ベクトルと塑性ひずみベクトル

Stress Increment Vector and Plastic Strain Vector

Table 3 DPとその他のパラメータ
Drucker-Prager and the Another Parameters

変形係数 MPa	ポアソン ン比	密度 t/m ³	ω	κ MPa	ダイレタ ンシー角
1000	0.3	1.9	0.27	0.3	0

に対応した拘束圧下における三軸圧縮試験の再現解析結果が今回構築したモデルの結果に近くなるよう設定した。

$$f = -\alpha_D I_1 + \sqrt{J_2} + \kappa \quad (40)$$

平面ひずみ状態下におけるDPパラメータは、粘着力 c と内部摩擦角 ϕ を用いて式(41)のように表される¹⁴⁾。

$$\alpha_D = \frac{\tan \phi}{\sqrt{9+12 \tan^2 \phi}}, \quad \kappa = \frac{3c}{\sqrt{9+12 \tan^2 \phi}} \quad (41)$$

Fig. 4に設定した強度定数による三軸圧縮試験の再現解析の結果と降伏曲面を示す。右側の図は等方等圧軸から見た降伏曲面で、○と△の位置は、左側のグラフ中の○と△に対応している。 α_D と κ から内部摩擦角 ϕ と粘着力 c を換算すると $\phi=35^\circ$ 、 $c=0.98$ MPaとなる。図の拘束圧は三軸圧縮試験の側圧($\sigma_3=\sigma_2$)で、強度は軸応力(σ_1)である。

4.3 解析結果

Fig. 5に、土被りを変化させて得られた天端、側壁、および、底盤の変位を示す。Fig. 6に降伏領域(土被り300mの場合)を示す。壁面変位は、DPモデルによる結果の方が、HBモデルよりも小さい。また、降伏した範囲については、天端付近では、DPモデルとHBモデルで壁面から0.6mと1mの厚さ、底盤部では最大値で1mと3mの厚さであった。降伏領域の範囲全体の面積では、HBモデルの方がDPモデルの3倍以上と大きくなった。

Fig. 7に、Fig. 6において■印で示した着目要素の各荷重ステップにおける応力経路を示す。青線は天端、緑線は側壁、赤線は底盤部の要素についてプロットしており、各部位のうち、太線が壁面に接している要素の結果である。座標軸である σ_1 と σ_3 はトンネルの壁面接線方向、法線方向に対応し、 σ_2 はトンネル軸方向に対応している。各経路の始点は初期地圧で等方等圧軸上にあり、赤○で示した。解析終了時の最終的な応力は■で示した。両モデルともに、天端の応力は、解放が進むにつれて始点から同じ π 平面上にある赤●で示した応力の方向へ移動しており、円孔の弾性理論解と同じである。側壁は π 平面よりもやや原点寄りを移動しており、応力解放とともに平均応力が低下することを示している。底盤はさらにその傾向が強い。トンネル側壁下部から底盤は壁面形状が矩形に近いので、アーチ効果が小さく、壁面接線方向の応力が、円孔の場合よりも小さくなったことが平均応力が低下する原因となっている。HBモデルの応力は降伏曲面に到達後、曲面上を原点方向に移動する。壁面では壁面法線方向の応力 σ_3 が0に近く、HBモデルの降伏曲面では $\sigma_3=0$ を許容する σ_1 と σ_2 の範囲(図中の σ_1 、 σ_2 平面の扇型、あるいは、楕円の黒塗り部)が狭いことから、壁面付近では σ_1 と σ_2 も小さくなる。これは、引張を許容する範囲が狭いことを表しており、引張には弱いと考えられる亀裂性岩盤の性状に合っている。一方、DPモデルの降伏曲面では、 $\sigma_3=0$ を許容する範囲が広く、 σ_3 が0であっても σ_1 、 σ_2 に比較的大きな値が許される。そのことは、DPモデルでは、壁面付近においてもある程度、壁面接線方向の応

力 σ_1 により、リング効果を発揮することを示唆している。これらのことからHBモデルの壁面変位や降伏範囲がDPモデルよりも大きくなった理由と考える。

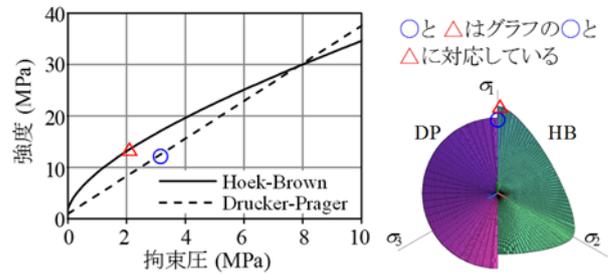


Fig. 4 三軸試験の計算結果と降伏曲面
Simulation of Tri-axial Compression Test and Yield Surface

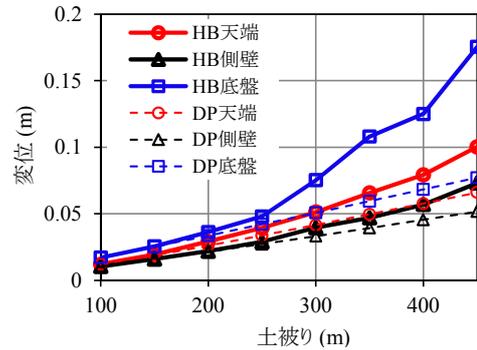


Fig. 5 土被りと変位の関係
Relationship Between Tunnel Depth and Displacement

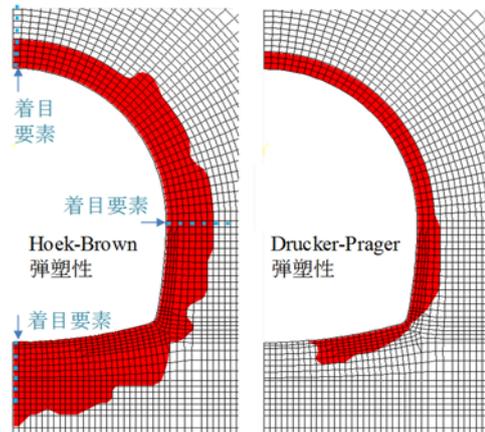
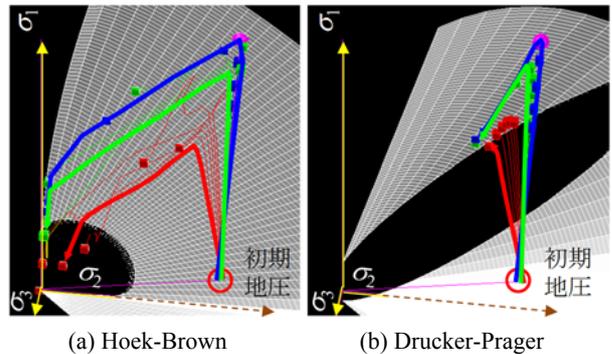


Fig. 6 降伏範囲(土被り300m)
Yield Region (tunnel depth=300m)



(a) Hoek-Brown (b) Drucker-Prager
Fig. 7 着目要素の応力履歴(青:天端, 緑:側壁, 赤:底盤)
Stress Path (blue line: crown, green: side wall, red: floor)

5. 現場計測の事例についての検証解析

本節ではAトンネル、Bトンネル、および、Cトンネルを対象に掘削解析を行い、計測データを比較する。ここでは、ひずみ軟化を考慮しないケースとひずみ軟化を考慮するケースの弾塑性解析を行う。解析方法としては前節のトンネル掘削と同じように、三次元有限差分法プログラムを用いて平面ひずみ状態の解析を行う。

5.1 対象としたトンネルの概要

Fig. 8に各トンネルの断面形状を、有限差分法による解析に用いたメッシュを用いて示す。また、各トンネルの土盛りと支保工の仕様についてTable 4とTable 5に示す。

5.2 Hoek-Brownの強度定数

HBの強度定数は岩石コアの一軸圧縮強さと、切羽観察によって設定されたGSIから求められる。

一軸圧縮試験を行った結果をTable 6に示す。岩石コアは対象とした断面付近から発生したズリから採取、整形した。Bトンネルでは、切羽観察結果から比較的強度の低い風化凝灰岩が切羽に含まれており、また、試料を採取する際、強度の高そうな岩塊を選んだことから、一軸圧縮試験の結果を75%(30MPa)に減じた値を解析用のパラメータとした。

GSIについてはTable 1とPhoto 1~3に示す切羽写真からTable 7に示すように設定した。

- ・ Aトンネル: 1m以下の間隔で亀裂が入っている。
- ・ Bトンネル: 切羽は比較的平滑で、亀裂が目立たない。左側の変色部は比較的強度の低い風化凝灰岩で、中央付近の硬質な風化凝灰岩に対する強度は半分以上。

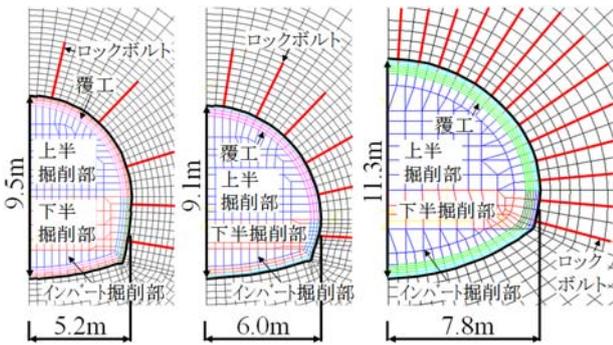


Fig. 8 各トンネルの断面形状
Cross Section of Each Tunnels.

Table 4 各トンネルの支保工(吹付け, 鋼製支保工)
Support of Tunnel (shotcrete, steel support)

トンネル	土被 (m)	吹付厚		鋼製支保工
		アーチ	インバート	
A	414	125	なし	H125
B	198	70	なし	H100
C	68	250	250	H200

- ・ Cトンネル: 全体に細かく亀裂が入っている。一部土砂化しているように見え、岩石には鏡肌が潜在している。なお、鏡肌とは断層運動に伴う摩擦によって生じた光沢のある滑らかな面のことである。

Table 5 各トンネルの支保工(ロックボルト)
Support of Tunnel (Rock bolt)

トンネル	長さ (m)	打設間隔 (m)	呼称	降伏点 (kN)
A	3	2.7	D22	130
B	3	1.8	D25	170
C	6	1.0	D25	170

Table 6 岩石コアの一軸圧縮強さの平均(供試体数)
Unconfined Compression Strength of Rock Cores

トンネル	A (5本)	B (3本)	C (5本)
強度 (MPa)	223	39.9	26.7



Photo 1 Aトンネルの切羽写真(砂岩, 頁岩)
The Face of A Tunnel (sandstone, shale).



Photo 2 Bトンネルの切羽写真(凝灰岩)
The Face of B Tunnel (tuff).



Photo 3 Cトンネルの切羽写真(頁岩, 粘板岩)
The Face of C Tunnel (shale, slate).

各トンネルの岩種(Aトンネル: 砂岩, 頁岩, Bトンネル: 凝灰岩, Cトンネル: 頁岩, 粘板岩)からそれぞれ m_i を9, 19, 15¹¹⁾とし, 式(2)と(3)から求めた m と s をTable 8に示す。 a は式(4)から $a=0.5$ とした。参考のため, 表には, 式(1)の拘束圧 σ_3 を0とした各トンネルの亀裂を含む岩盤の一軸圧縮強さ σ_1 と土被りから求めた地山強度比を示した。

5.3 その他の岩盤のパラメータ

変形係数 D について, GSI との関係を表す式(42)¹¹⁾が提案されており, ここではその式を用いる。

$$D(\text{GPa}) = \sqrt{\frac{\sigma_c}{100}} 10^{\left(\frac{GSI-10}{40}\right)} \quad (42)$$

ポアソン比 ν については D が2000MPa以上の岩盤に対して示されている0.25¹⁶⁾を用いる。

ダイレタンシー角 ψ について, Table 8の地山強度比からCL級以下と考えれば岩盤の内部摩擦角 ϕ の範囲(15~38°)¹¹⁾の平均値は約26°である。ここではDPモデルによる関連流れ則を仮定して $\psi=26^\circ$ とした。

地山の密度 ρ は岩石コアの密度から設定した。

ひずみ軟化パラメータ r_d を設定するために, Bトンネルの岩石コアの一軸圧縮試験(変位制御)を行った。その結果, 破壊時から軸ひずみが0.1%増加する間に, 軸応力がピーク値から半減した。この結果を参考に, Table 8とTable 9のBトンネルの物性を用いてパラメータスタディを行い, 以下のように r_d を設定した。A, Cトンネルも軟化特性は同じと仮定し, Bトンネルで設定した r_d を用いる。

- ・ r_d の最小値: 0.8
- ・ r_d が最小となる時の累積塑性せん断ひずみ: 0.3%
- ・ 累積塑性せん断ひずみと r_d の関係: 直線

側圧係数は1とする。Table 9に, 以上から設定したパラメータを示す。

5.4 支保工の物性

支保工の物性をTable 10に示す。鋼製支保工と吹付けコンクリートは, それぞれのヤング率と断面積を考慮して合成されたヤング率を持つ材料とした。また, 合成要素の一軸圧縮強度は鋼製支保工と吹付けコンクリートの断面積と強度から25MPaとした。この強度はトンネルごとにある程度異なるが, 大きな違いはないため統一した。ロックボルトの引張強度はTable 5に示す降伏点を用いた非線形材料とした。いずれもひずみ軟化は考慮せず弾完全塑性のバイリニアモデルとした。

5.5 解析モデル

解析モデルはトンネル軸(面外)方向に1mの厚さを持ち, 平面ひずみ状態となるように, 全節点の面外方向の変位を固定した。

地山, 支保工合成要素はソリッド, ロックボルトはトラス要素でモデル化する。モデル化範囲は, 一般的に用いられている範囲¹⁵⁾と同じように, 側方と上方を4D以上, 下方を2D以上とした。例としてAトンネルの要素分割を

Fig. 9に示す。

境界条件はモデル上辺と下辺, 右辺を水平, 上下固定とし, 左辺を水平方向固定とし, 上下方向を自由とする。

Table 7 各トンネルのGSI
GSI of each Tunnel.

トンネル	A	B	C
GSI	40	50	30

Table 8 Hoek-Brownの強度定数
Hoek-Brwon Parameters

トンネル	m_i	m	s	a	地山強度比
A	19	2.229	0.001273	0.5	0.81
B	15	2.515	0.003866	0.5	0.46
C	9	0.739	0.000419	0.5	0.34

Table 9 DPとその他のパラメータ
Other Necessary Parameters

	変形係数 (MPa)	ポアソン比	ダイレタンシー角(°)	密度 (kg/m ³)	側圧係数
A	8400	0.25	26°	2400	1.0
B	5500	0.25	26°	2100	1.0
C	1600	0.25	26°	2400	1.0

Table 10 支保工の物性
Material Property of Support.

	ヤング率 (MPa)	ポアソン比
吹付けコンクリート	4000	0.2
鋼製支保工, ロックボルト	200000	0.2

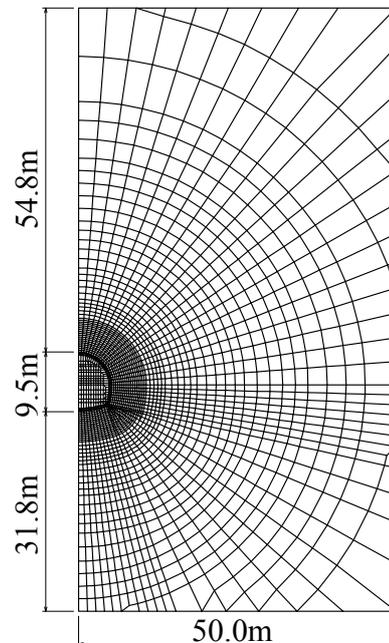


Fig. 9 要素分割(Aトンネル)
FDM Mesh of A Tunnel

5.6 解析ステップ

掘削は上半と下半に分けて行う。支保工設置時の掘削解放率は30~50%とされることが多い¹⁵⁾ため、30%と50%の2通りとする。以下に解析ステップを示す。

- ・ 初期応力解析: 各要素に、深度に応じた応力を入力し、重力を作用させる。
- ・ 上半掘削解析: 上半要素を削除し、トンネル壁面に、解放率を考慮した内圧を作用させる。
- ・ 支保工構築解析: 上半支保工とロックボルト要素を発生させ、上半掘削ステップで作用させた内圧を除荷する。
- ・ 下半掘削, および, 支保工構築解析: 上述と同じように掘削, 内圧を作用させ, 支保工構築を行う。

5.7 解析結果

Fig. 10に、例としてAトンネル(支保構築時の解放率30%, ひずみ軟化あり)の降伏領域と最大せん断ひずみの分布を示す。降伏領域は側壁部で0.6m, アーチ部と底盤部で0.3m程度である。この結果から、降伏領域とせん断ひずみの高い領域は壁面近傍に限られ、安定していると判断できる。Bトンネル, Cトンネルも同様に降伏領域は1m程度であり, Aトンネルに近い傾向となっている。

Fig. 11に支保工設置後からの増分変位について、解析結果と計測変位の比較を示す。黄色と青系の色が解析結果で、柱群右端の緑色が計測値である。①は天端沈下量, ②は天端と側壁の相対変位で、計測値は左右2通りあるが、ここではその平均を示した。③は左右側壁の相対変位を示した。解析は弾性、弾塑性(ひずみ軟化あり, なし)の3通りを行った。解析結果のグラフの棒が上下に色分けされているのは、Fig. 11(b)の右側に示したように、色境が支保工構築時の掘削解放率を30%とした結果で、棒の頂部が50%とした結果を表している。以下にそれぞれのトンネルについての解析結果をまとめる。

Aトンネル

- ・ ①~③とも解析結果は計測値によく一致した。弾性解析とひずみ軟化なしの弾塑性解析で大きな差は生じず、弾性変形が支配的であるため、式(42)による変形係数の評価が妥当であったといえる。
- ・ ひずみ軟化ありの弾塑性解析の変位は弾性解析よりもやや大きめであるが、大きな違いではなく、計測値に近い結果となっている。
- ・ 解析結果および計測値ともに③の側壁の変位が①の天端の沈下量よりも大きい。これはFig. 8に示すようにAトンネルの形状が比較的縦長であるため、側壁は側圧によって水平方向に変位しやすく、そのため、岩盤に働くアーチを押し上げる力が大きくなったためと考える。

Bトンネル

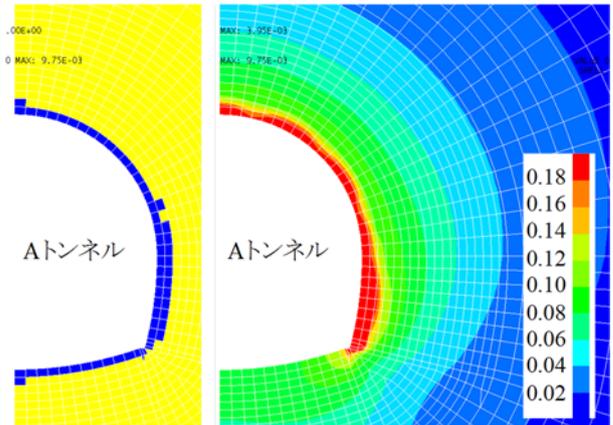
- ・ ①と②の弾性解析の結果は計測値の半分程度と小さく、ひずみ軟化ありによる塑性変形を考慮することによって計測値に近い値となっており、トン

ネルの変形予測へのHB弾塑性モデルの有効性が示されている。

- ・ ③についても解析結果は計測値によく一致しており、Aトンネルと同じように弾性変形が支配的である。①と②に比べて③の計測値が小さくなっているのは、トンネルが比較的扁平であるため、ひずみ軟化解析にもその傾向が現れている。

Cトンネル

- ・ 計測点の都合上、①のみの比較となる。解析結果は計測値の約7分の1と両者に大きな違いが生じた。



(a) 降伏領域 (b) 最大せん断ひずみ
Fig. 10 降伏領域と最大せん断ひずみ(%)
Yield Region and Maximum Shear Strain.

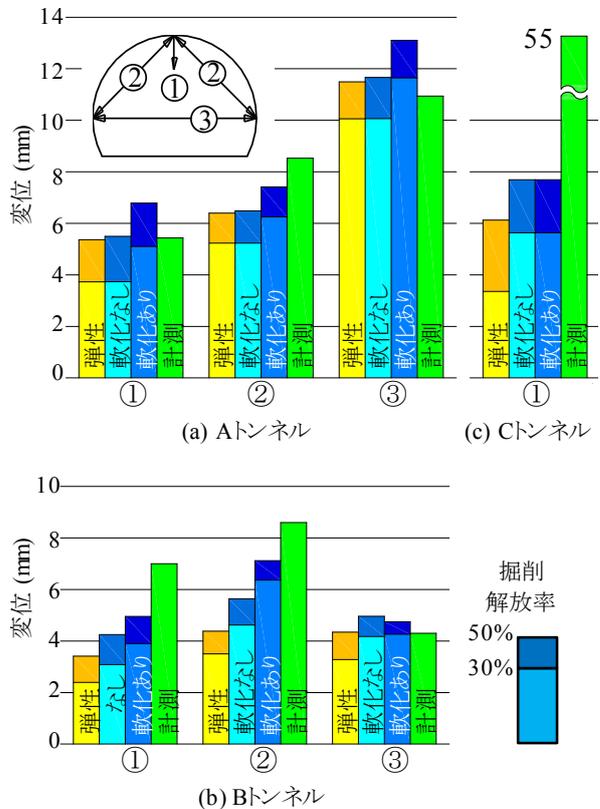


Fig. 11 解析結果と計測変位の比較
Comparison of Analysis Results and Measurement Displacement.

以上から、AトンネルとBトンネルの解析結果は計測値と良く一致したものの、Cトンネルの結果には違いが生じた。この差異の原因は岩石コアの一軸圧縮強さやGSIを大きく評価したためと考える。Cトンネルの岩塊からコアを採取した時は鏡肌などにより分離、廃棄することが多く、5本のうち3本はφ30×H60(所定のコアはφ50×H100)と、不連続面を避けるために小さくせざるを得なかった。このようにして得られた一軸圧縮強さは、岩盤を構成する岩石の強度を代表しているとは言い難い。また、この鏡肌は亀裂が密着しており、切羽観察では確認できないため、GSIには考慮していない。このような岩盤での一軸圧縮強さやGSIを設定するための知見を蓄積する必要がある。

上述したように課題が残る岩盤もあるものの、それ以外の岩盤については、ここで開発したHBの破壊規準に基づく弾塑性モデルはトンネルの変形予測に適用できると判断した。

6. まとめ

Hoek-Brownの破壊規準は、放物線形状の破壊包絡線を適用しており、Mohr-CoulombやDrucker-Pragerの破壊規準よりも、試験によって得られている岩盤の破壊規準に則している。本研究ではHoek-Brownの破壊規準を三次元に拡張し、弾塑性モデルを開発した。モデルの構築に用いた理論の定式化の妥当性を確認した後、トンネルの掘削解析を行ってDrucker-Pragerモデルとの比較、並びに現場計測変位との比較を行った。得られた結果を以下に示す。

- Hoek-Brownの破壊規準を三次元化し、弾塑性構成モデルを導いた。降伏曲面上において計算された応力増分と塑性ひずみを確認し、弾塑性構成モデルは妥当に定式化されていると判断した。
- 仮想のトンネル掘削解析に適用し、トンネル壁面付近の要素の応力は、非線形の解析過程において降伏曲面上を移動することを確認した。それにより、Hoek-Brownモデルは妥当に有限差分法に組み込まれていると判断した。
- 実際のトンネルの掘削解析に適用し、計測変位と比較した。その結果、GSIを設定する時に、鏡肌のように、岩盤の強度に影響をおよぼし、かつ、切羽観察では把握できない要因がなければ、計測変位に近い解析結果が得られ、実トンネルに適用できるものと判断した。

また、切羽観察では把握できないような鏡肌など、微小な亀裂が密にある場合にはパラメータ設定上の課題が生じた。亀裂を避け、コアを整形できる地山の良好な部分から得られたコアの強度やGSIの低減方法について、今後、検討する必要がある。

付録 fとgのσによる偏微分

式(11)で表される降伏関数fの第1, 2項をそれぞれ式(A1)のようにおくと、fのσによる偏微分は式(A2)によって表される。

$$f_a = \left(\frac{q}{\sigma_c}\right)^\alpha, f_b = G(\theta)q \quad (A1)$$

$$\left\{\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right\} = \left\{\frac{\partial f_a}{\partial \sigma}\right\} + \left\{\frac{\partial f_b}{\partial \sigma}\right\} \cdot \left\{\frac{\partial P}{\partial \sigma}\right\} \quad (A2)$$

f_aの応力による偏微分は以下のように計算できる。qとJ₂の関係は式(7)参照。J₂とJ₃のσによる偏微分は後述する。

$$\left\{\frac{\partial f_a}{\partial \sigma}\right\} = \left\{\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{q}{\sigma_c}\right)^\alpha\right\} = \alpha \sigma_c^{-\alpha} q^{\alpha-1} \left\{\frac{\partial q}{\partial \sigma}\right\} \quad (A3)$$

$$\left\{\frac{\partial q}{\partial \sigma}\right\} = \frac{\sqrt{3} \partial J_2^2}{2 \partial \sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} J_2^{\frac{1}{2}} \left\{\frac{\partial J_2}{\partial \sigma}\right\} \quad (A4)$$

次に、f_bのσによる偏微分は式(A5)により計算される。

$$\left\{\frac{\partial f_b}{\partial \sigma}\right\} = \frac{\partial}{\partial \sigma} [G(\theta)q] = q \frac{\partial G(\theta)}{\partial \sigma} + G(\theta) \left\{\frac{\partial q}{\partial \sigma}\right\} \quad (A5)$$

この偏微分の右辺第2項は式(A4)より求めることができる。第1項のG(θ)の応力による偏微分について、Hを式(A6)のようにおき、G(θ)のσによる偏微分を式(A7)によって計算する。

$$H = \cos 3\theta \quad (A6)$$

$$\frac{\partial G(\theta)}{\partial \sigma} = \frac{\partial H}{\partial \sigma} \frac{\partial \theta}{\partial H} \frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} \quad (A7)$$

Hのσによる偏微分は、式(12)の右辺のσによる偏微分であり、式(A8)によって表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \sigma} &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{\partial J_3 J_2^2}{\partial \sigma} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left[J_2^2 \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} + J_3 \frac{\partial J_2^2}{\partial \sigma} \right] \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \left[J_2^2 \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} + \frac{3}{2} J_3 J_2^{\frac{5}{2}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} \right] \end{aligned} \quad (A8)$$

次に、θのHによる偏微分は式(A9)のようになる。ただし、c_s=cosθ, s_n=sinθとおいた。

$$\frac{\partial \theta}{\partial H} = \frac{\partial \cos^{-1} H}{\partial H} = \frac{1}{3s_n(4c_s^2-1)} \quad (A9)$$

また、G(θ)のθによる偏微分は式(A10)のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \left[P_- \left(\frac{q_p}{\sigma_c}\right)^\alpha \right] q_p^1 \right\} \\ &= -q_p^1 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{q_p}{\sigma_c}\right)^\alpha + \left[P_- \left(\frac{q_p}{\sigma_c}\right)^\alpha \right] \frac{\partial q_p^1}{\partial \theta} \\ &= -\alpha q_p^1 \frac{q_p^{\alpha-1}}{\sigma_c^\alpha} \frac{\partial q_p}{\partial \theta} - q_p^2 \left[P_- \left(\frac{q_p}{\sigma_c}\right)^\alpha \right] \frac{\partial q_p}{\partial \theta} \\ &= -q_p^2 \left[P_+ (\alpha-1) \left(\frac{q_p}{\sigma_c}\right)^\alpha \right] \frac{\partial q_p}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (A10)$$

この式に現れるq_pのθによる偏微分は式(13)のrとq_pの関係と、式(30)を用いることにより、式(A11)によって表される。

$$\frac{\partial q_p}{\partial \theta} = \frac{\sqrt{6}}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{wr_1(2hc_s + p\sqrt{M})}{K} \right] \quad (A11)$$

ただし, w, h, p, M, K については式(30)~式(34)参照。
式(A11)の右辺を θ により偏微分すれば, 式(A12)が得られる。

$$\frac{\partial q_p}{\partial \theta} = \frac{\sqrt{6}wr_1hs_n}{K^2} \left[\frac{2p(2M-K)c_s}{\sqrt{M}} + 8hc_s^2 - K \right] \quad (A12)$$

G_2 を式(A13)のようにおけば, 式(A9), (A10), (A12)より $G(\theta)$ の応力による偏微分は式(A14)によって表される。

$$G_2 = -q_p^2 \left[p + (\alpha-1) \left(\frac{q_p}{\sigma_c} \right)^\alpha \right] \frac{\partial H}{\partial \sigma} \quad (A13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\theta)}{\partial \sigma} &= \frac{\partial H}{\partial \sigma} \frac{\partial \theta}{\partial H} \frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} \\ &= \frac{\sqrt{6}wr_1hG_2}{3K^2(4c_s^2-1)} \left[\frac{2p(2M-K)c_s}{\sqrt{M}} + 8qc_s^2 - K \right] \\ &= -\frac{\sqrt{6}wr_1qG_2}{3K^2} \left[q \left(\frac{2pc_s}{\sqrt{M}} + 1 \right) + \frac{4p-3}{4c_s^2-1} \left(\frac{2pc_s}{\sqrt{M}} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (A14)$$

ここで, 式(A14)の c_s が $1/2$ ($\theta = \pi/3$) のとき, []内の第2項の分母と分子が0となり, 0除算が生じる。これを避けるためにロピタルの定理を適用し, 分母と分子を微分した後 c_s に $1/2$ を代入した結果を式(A15)に示す。

$$\frac{\partial G(\theta)}{\partial \sigma} = -\frac{\sqrt{6}wr_1hG_2}{3K^2} \left[2h + \frac{1}{2} \left(\frac{4p-3}{p} \right)^2 \right] \quad (A15)$$

式(A14), または, 式(A15)を式(A5)に代入すれば式(A2)の第2項 f_a の σ による偏微分が求められる。式(A2)の第3項は式(A16)のようになる。

$$\left\{ \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right\} = \frac{m}{3\sigma_c} \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T \quad (A16)$$

式(15)の塑性ポテンシャルの σ による偏微分について, 第1項は式(A5)以下の計算と同様である。第2項は式(A16)の m を m_g に置き換えたものとなる。 J_2 と J_3 の σ による偏微分を式(A17)と式(A18)に示す。

$$\left\{ \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} \right\} = \{s_x, s_y, s_z, 2\tau_{xy}, 2\tau_{yz}, 2\tau_{zx}\}^T \quad (A17)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \right\} &= \left\{ \frac{J_2}{3} + s_y s_z - \tau_{yz}^2, \frac{J_2}{3} + s_z s_x - \tau_{zx}^2, \frac{J_2}{3} + s_x s_y - \tau_{xy}^2, \right. \\ &\quad \left. 2\tau_{yz} \tau_{zx} - 2s_z \tau_{xy}, 2\tau_{zx} \tau_{xy} - 2s_x \tau_{yz}, 2\tau_{xy} \tau_{yz} - 2s_y \tau_{zx} \right\}^T \end{aligned} \quad (A18)$$

ただし, s_x, s_y, s_z は以下の偏差応力である。

$$s_x = \sigma_x - \frac{I_1}{3}, \quad s_y = \sigma_y - \frac{I_1}{3}, \quad s_z = \sigma_z - \frac{I_1}{3} \quad (A19)$$

以上から求められる f , および, g の σ による偏微分を式(37)に代入すれば弾塑性応力-ひずみ関係行列を求めることができる。

参考文献

- 1) 吉中龍之進, 櫻井春輔, 菊地宏吉: 岩盤分類とその適用, p.51. 1989. 7
- 2) 林正夫, 日比野敏: 地下の開削にともなう周辺地盤の緩みの進展に関する解析, 電中研報告No. 67095. 1968. 3
- 3) Hoek, E. and Brown, E. T.: Underground excavations in rock. 1980
- 4) Hoek, E. and Brown, E. T.: The Hoek-Brown criterion – a 1988 update. Proc. 15th Can. Rock Mech. Symp., University of Toronto. Canada, pp. 31-38, 1988
- 5) Hoek, E., Wood, D. and Shah, S.: A modified Hoek-Brown failure criterion for jointed rock masses. Proc. of the Int. ISRM Symp. on Rock Characterization, UK, 1992. 9
- 6) Hoek, E., Carranza-Torres, C. and Corkum, B.: Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition. Proc. NARMS - TAC Conf., Toronto, 2002
- 7) Zhang, L. and Zhu, H.: Three-dimensional Hoek-Brown strength criterion for rocks, J. Geotech. and Geoenvironl. Eng., Vol. 133, 9, pp. 1128-1135, 2007. 9
- 8) Jaiswal, A. and Shrivastva, B. K.: A generalized three-dimensional failure criterion for rock masses, J. Rock Mech. Geotech. Eng., Vol. 4, 4, pp. 333-343, 2012
- 9) Clausen, J. and Damkilde, L.: An excack implementation of the Hoek-Brown criterion for elasto-plastic finite element calculations, Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 45, 6, pp. 831-847, 2008. 9
- 10) Wan, R. G.: Implicit integration algorithm for Hoek-Brown elastic-plastic model, Computers and Geotechnics, 14, pp. 149-177, 1992
- 11) Hoek, E. and Brown, E. T.: Practical Estimates of Rock Mass Strength, Int. J. of Rock Mech. Min. Sci., Vol. 34, No.8, pp. 1165~1186. 1997
- 12) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 培風館, p.75, 1972. 5
- 13) 足立紀尚, 岡二三生, 古池章紀, 小池真史: 軟岩のひずみ軟化型弾塑性構成式の改良, 土木学会論文集No. 589/III-42, pp.31-40, 1998. 3
- 14) Chen, W.F. and Mizuno, E.: Nonlinear Analysis in Soil Mechanics, Elsevier, p. 150, 1990
- 15) 土木学会: 山岳トンネルにおける模型実験と数値解析の実務, トンネルライブラリー16, p. 159, 162, 2006. 2
- 16) 鉄道建設・運輸施設整備支援機構1996: 山岳トンネル設計施工指針・同解説, p. 310, 2008. 7