

AIによるAMD制御システム開発

青山 優也 中塚 光一
(設計本部)鈴木 貴博
(設計本部)

Development of AMD Control System by AI

Yuya Aoyama Koichi Nakatsuka
Takahiro Suzuki

Abstract

In recent years, research and development to apply AI to the fields of structural design and building control has become more active. Reinforcement learning, which is a type of AI, is a framework for learning general control rules, including non-linear cases by trial and error, and has been successful in acquiring game strategies and controlling robots. In this paper, we report an attempt to learn the AMD control law for damping the walking vibration of an indoor bridge (crossing corridor) and wind vibration of a building by reinforcement learning. The simulation using the learned control law and the experiment applied to the actual system confirmed that the vibration control effect exceeded the control law by the conventional optimal control.

概要

近年、構造設計や建築制御の分野にAIを適用しようとする研究開発が活発化している。AIの一種である強化学習は非線形の場合を含む一般的な制御則を試行錯誤的に学習する枠組みであり、ゲーム戦略の獲得やロボットの制御で成功を取めている。本報においては、屋内ブリッジ（渡り廊下）の歩行振動および建物の風揺れを制振対象としたAMDの制御則を、強化学習により獲得する試みについて報告する。学習した制御則を用いたシミュレーション及び、実機システムに適用した実験により、従来の最適制御による制御則を上回る制振効果が得られることが明らかとなった。

1. はじめに

近年、AIの発展は目覚ましく、画像認識をはじめとして産業界での実用例も増えている。建築構造分野においても、構造設計や建築制御に適用しようとする研究開発が活発化している。AIの一種である強化学習¹⁾は非線形の場合を含む一般的な制御則を試行錯誤的に学習する枠組みであり、ゲーム戦略の獲得やロボットの制御で成功を取めている。囲碁や将棋などのゲームにおいては人間を上回る成績を出しているものも多く出てきているが、発展途上の分野であり、建設業界のみならず産業界における実用例はほとんどない。

一方、各種外乱に起因する建築物の水平振動や、床の上下振動を低減させる有効な手法として、Active Mass Damper (AMD) が知られている。AMDは、対象構造物に取り付けた重りを能動的に動かすことで対象構造物の振動を低減する技術である。AMDの制御則として理論的知見に基づいた多くの手法が提案されているが、中でも最適制御と呼ばれる線形手法が広く実装されてきた²⁾。

大林組は、業界に先駆けて、AMDを対象とした制御則を、強化学習により獲得する研究を進めてきた。強化学習を用いることで、シミュレーションの段階で装置の特

性や実際の環境などを加味して学習することができる。そのため、従来の理論に基づく方法を適用した場合よりも、より実際の環境に適応した制御則の獲得を期待できる。本報においては、ブリッジ（3.1節で詳述）の歩行振動および建物の風揺れを対象として、シミュレーションにおけるAMDの制御則の獲得および性能評価と、獲得した制御則の実機への適用結果について報告する。

2. 強化学習の概要

2.1 強化学習

強化学習とは、エージェント(AI)が環境(制御対象)との相互作用を通じて最適な行動規則を獲得するための枠組みである。強化学習の概要をFig. 1に示す。各時刻 $t=0,1,2,\dots$ において、エージェントは環境の状態 s_t を観測し、方策 $\pi(a_t | s_t)$ (AIの行動規範)に従って行動 a_t を選択す

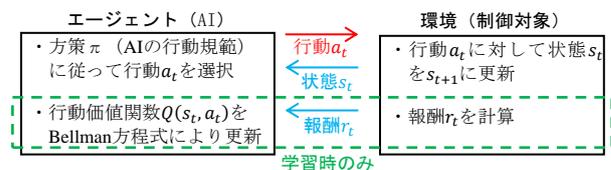


Fig. 1 強化学習の概要
Reinforcement Learning Overview

る。環境は現在の状態 s_t と行動 a_t に基づいて次の状態 s_{t+1} に遷移し、エージェントは報酬 $r_t = r(s_t, a_t, s_{t+1})$ を受け取る。エージェントの目標は、割引率 γ で割引いた将来に渡る累積報酬 $\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r(s_t, a_t, s_{t+1})$ の期待値を最大にする方策を獲得することである。

2.2 強化学習アルゴリズム

強化学習アルゴリズムは多数提案されているが、本報では2.2.1~2.2.3項に示すQ学習、Deep Q-network (DQN), Actor-Critic法 (AC) を用いた3つの検討について報告する。

2.2.1 Q学習 状態 s_t において行動 a_t を選択したときに将来に得られる累積報酬の期待値を、 $Q(s_t, a_t)$ で表す。これは行動価値関数と呼ばれる。行動価値関数を環境との相互作用から推定できれば、 $\operatorname{argmax}_{a_t} Q(s_t, a_t)$ によって最適な行動を選択できる。Q学習は行動価値関数をテーブルで表現する。行動価値関数 $Q(s_t, a_t)$ はBellman方程式に基づく(1)式の更新則によって推定される。

$$Q(s_t, a_t) = (1 - \alpha)Q(s_t, a_t) + \alpha \left\{ r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1}) \right\} \quad (1)$$

ここで、 α ($0 \leq \alpha \leq 1$)は学習率である。

2.2.2 Deep Q-network (DQN) 状態が離散かつ有限であれば行動価値関数をテーブルで表現できるが、状態が連続の場合は関数近似器が必要である。Deep Q-network (DQN)では行動価値関数をニューラルネットで近似し、ニューラルネットのパラメータ θ を(2)式で定義する損失関数 $L(\theta)$ の最小化によって推定する。

$$L(\theta) = E \left[\left\{ r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1}; \theta') - Q(s_t, a_t; \theta) \right\}^2 \right] \quad (2)$$

ここで、 θ' は更新前のパラメータであり、損失関数の計算においては固定する。また、 $E[x]$ は x の期待値である。

2.2.3 Actor-Critic法 (AC) DQNの行動選択は a_t に関する行動価値関数の最大化を必要とするが、行動が連続値を取る場合、この最適化計算は時間がかかる。この問題を避けるため、Actor-Critic法 (AC)では行動価値関数だけでなく方策 π もニューラルネットで表現され、そのパラメータは行動価値関数を最大化するように更新される。行動価値関数の推定は、Q学習およびDQNの場合と同様にBellman方程式に基づく方法によって行われる。Actor-Criticは行動選択時の最大化計算が不要であり、連続的な行動に適している。

3. ブリッジの振動制御シミュレーション

3.1 制御対象モデル

制御対象モデルは、大林組技術研究所本館テクノステーションの連絡通路であるブリッジ³⁾(以降、ブリッジ)とする。ブリッジのスパンは14mであり、中央部にリニアモータで駆動するAMDが設置されている。ブリッジおよび装置の概要をFig. 2に、諸元をTable 1にそれぞれ示す。ブリッジは1次モードが支配的であるため、AMDのマスを含め2質点の振動モデルに置き換える。シミュレーションは質点モデルの2階常微分方程式を解くこと

により行った。

3.2 学習方法

2章に示すQ学習・DQN・ACを用いて制御則の学習を行った。3.1節に示す制御対象モデルに対して、各種条件をTable 2のように設定した。Q学習の制御力は-100N, 0N, 100Nの3段階、DQNの制御力は-100N, -50N, 0N, 50N, 100Nの5段階とした。ここで、DQNについては学習を効率よく進めることを目的として、学習の進み具合に応じて報酬 r_t を第1~第3世代の3段階に設定した。第1, 第2世代の学習エピソード数は10,000とし、50エピソード毎に保存したモデルパラメータの中から累積報酬が最大であったものを選択して、次世代の学習はそこから開始した。一方で、第3世代の学習エピソード数は20,000とし、累積報酬が最大であったものを採用した。なお、エピソードは1回の学習のことを、エピソード数は学習回数のことをそれぞれ表している。

ACの制御力は、最大出力が100Nとなるように出力層に非線形関数を適用した。学習エピソード数は50,000とし、1,000エピソード毎に保存したモデルパラメータの中から累積報酬が最大であったものを採用した。

学習時の加振波は、インパルス波、実際の歩行時の計測データから逆算した歩行加振波⁴⁾、ブリッジの固有周波数と同じ周波数の正弦波の計3波とした。歩行加振波の時刻歴波形をFig. 3に示す。

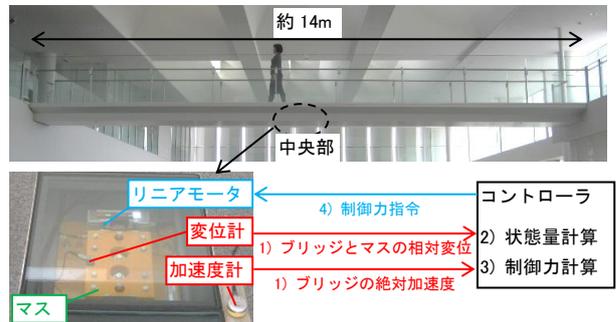


Fig. 2 ブリッジおよび装置の概要
Bridge and Equipment Overview

Table 1 モデル諸元

Model Specification	
ブリッジ	1次固有周波数 4.1 (Hz)
	減衰定数 2.4 (%)
	質量 9.0 (ton)
マス	1次固有周波数 3.0 (Hz)
	質量比(マス/ブリッジ) 0.92 (%)

Table 2 各種条件

Various Conditions	
エージェント	AMDのコントローラ
環境	3.1節に示す制御対象モデル
行動 a_t	時刻 t においてリニアモータに出力する制御力
状態 s_t	時刻 t におけるブリッジ・マスの状態量
報酬 r_t	応答低減効果に応じた値

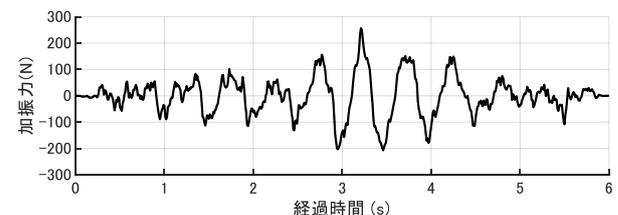


Fig. 3 歩行加振波の時刻歴波形
Time History Waveform of Walking Excitation Wave

3.3 学習結果

ACのインパルス波に対する学習曲線をFig. 4に示す。同図より、安定した学習を行えていることが確認できる。一例として、インパルス波・DQNによる学習モデルの50エピソード毎の評価値をFig. 5に示す。既に3.2節で述べたように第1, 第2世代は累積報酬が最大であったものを選択して、次世代の学習はそこから開始しており、第2, 第3世代はそれぞれ6500, 10150エピソードから開始となっている。同図中の上段は、居住性能評価指針⁵⁾の知覚確率(黒線)および、その20点移動平均(赤線)を示す。下段は、ブリッジ変位の絶対値について、0秒以降、0.12秒以降、0.24秒以降の最大値を示す。なお、ブリッジ固有周期の半周期が約0.12秒であり、0.12秒以降は2山目以降の、0.24秒以降は3山目以降の最大値を意図している。同図より、学習が進むに従って、知覚確率や変位応答を切り下げる良好な制御則を獲得できていることが分かる。次に、Fig. 5中にa~iで記載の特徴的なエピソードについて、各種応答波形をFig. 6に示す。同図中それぞれのグ

ラフにおいて、上段は2軸グラフであり、第1軸はブリッジ変位(mm)を、第2軸はマス変位(mm)を示す。ブリッジ変位に関しては、実線が制御した場合、点線がブリッジのみ(非制御)の場合の応答をそれぞれ示す。また下段は制御力(N)を示す。最初はマスがランダムに動きブリッジを励振しているが、学習が進むにつれて、マスがブリッジに対して遅れて動くことで応答低減するマスダンパーの挙動を獲得していることが確認できる。

3.4 シミュレーションによる検証

強化学習により学習したモデル(強化学習モデル)の制振性能を検証することを目的として、Table 3に示す8

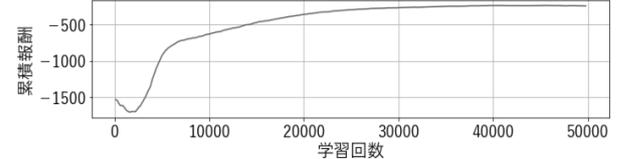


Fig. 4 学習曲線(AC)
Learning Curve (AC)

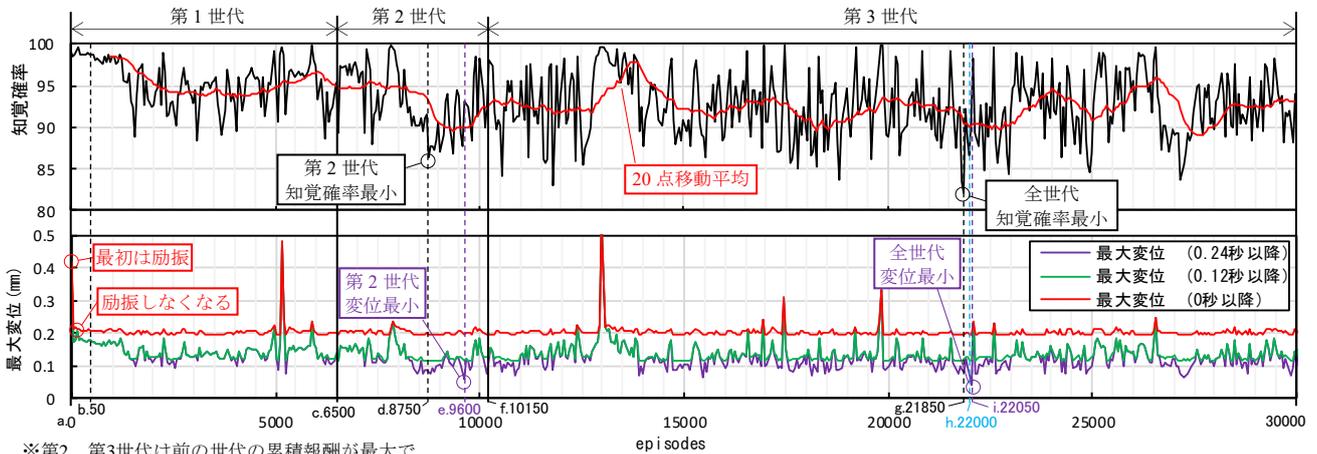


Fig. 5 50エピソード毎の評価値(DQN)
Evaluation Value Every 50 Episodes (DQN)

※第2, 第3世代は前の世代の累積報酬が最大であったエピソードを初期モデルとしている

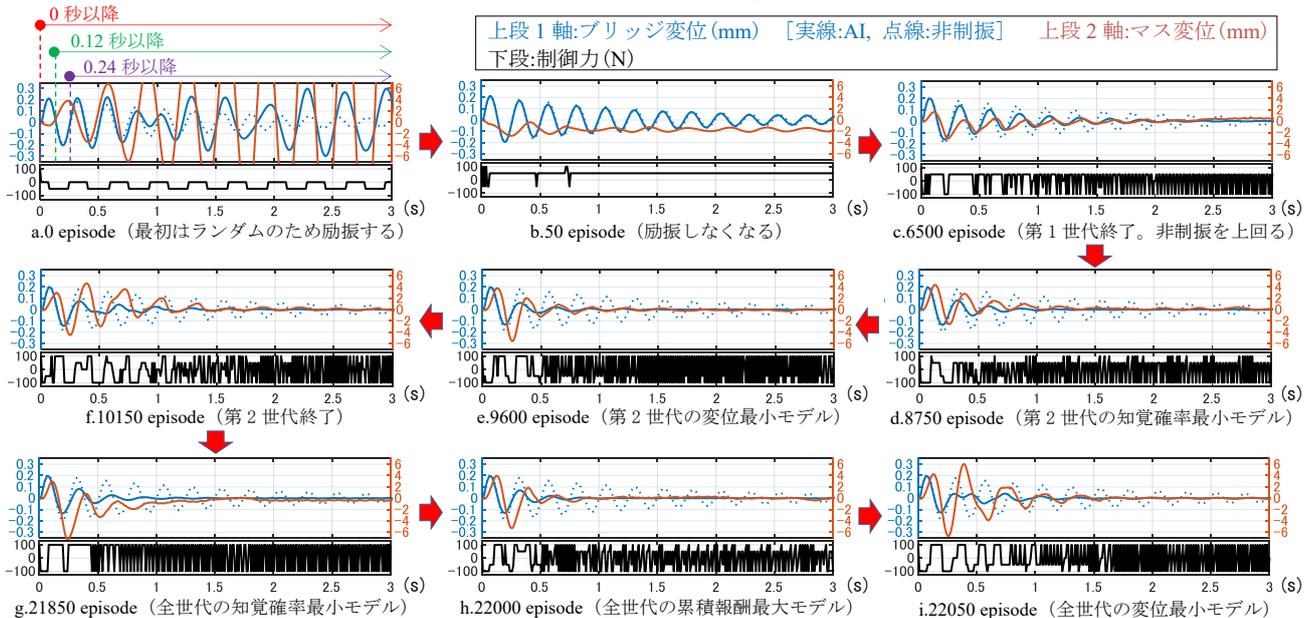


Fig. 6 代表的なエピソードの時刻歴波形(DQN)
Time History Waveforms of Typical Episodes (DQN)

つのモデルをシミュレーションにより比較した。強化学習モデルの比較対象として、1.非制振、2.TMD、3.最適制御（最適変位フィードバック制御則²⁾）を用いた。ここで、最適制御については、強化学習モデルと条件を揃えるために制御力を100Nで頭打ちにする処理を行った。各種パラメータは事前試験により100Nを超えて不安定現象が生じない程度とした。

3.4.1項においては、学習アルゴリズムの違いによる影響を確認するために、学習波をインパルス波に固定し、学習アルゴリズムをQ学習・DQN・ACとしたモデルを比較した。一方、3.4.2項においては、学習波の違いによる影響を確認するために、学習アルゴリズムをACに固定し、学習波をインパルス波・歩行加振波・正弦波としたモデルを比較した。制振効果の評価には、1/3オクターブ分析⁵⁾を用いた。

3.4.1 強化学習手法の比較 学習波をインパルス波に固定し、学習アルゴリズムをQ学習・DQN・ACとしたモデル (Table 3の4~6) および、比較用モデル (Table 3の1~3) を比較した。インパルス波・歩行加振波入力時の各種時刻歴応答波形をFig. 7に示す。ここで、最も特徴をとらえた部分として、インパルス波応答は0~1秒、歩行加振波応答は1~4秒を拡大して示している。また、ブリッジ加速度の1/3オクターブ分析結果をFig. 8に示す。ここで、同図中のV-○○は知覚確率を表している。

いずれの加振波に対しても、ブリッジの固有周波数である4Hz付近のピークは強化学習モデルが最適制御よりも小さくなっており、最適制御を上回る制振性能が確認できる。また、3種類の強化学習モデルの中ではDQNが最もピークが小さい。他方で、Q学習・DQNでは制御力が離散であることから、制御力の切り替わりに伴う加速度波形の乱れが見られる。これにより、1/3オクターブ分析の歩行加振波入力における高周波領域で増幅が見られる。一方、最適制御・ACは制御力が連続であることからこのような増幅は見られず、より安定した制御となっている。

3.4.2 学習波の影響 学習アルゴリズムを3.4.1項において高周波領域で増幅が見られなかったACに固定し、学習波をインパルス波・歩行加振波・正弦波としたモデル

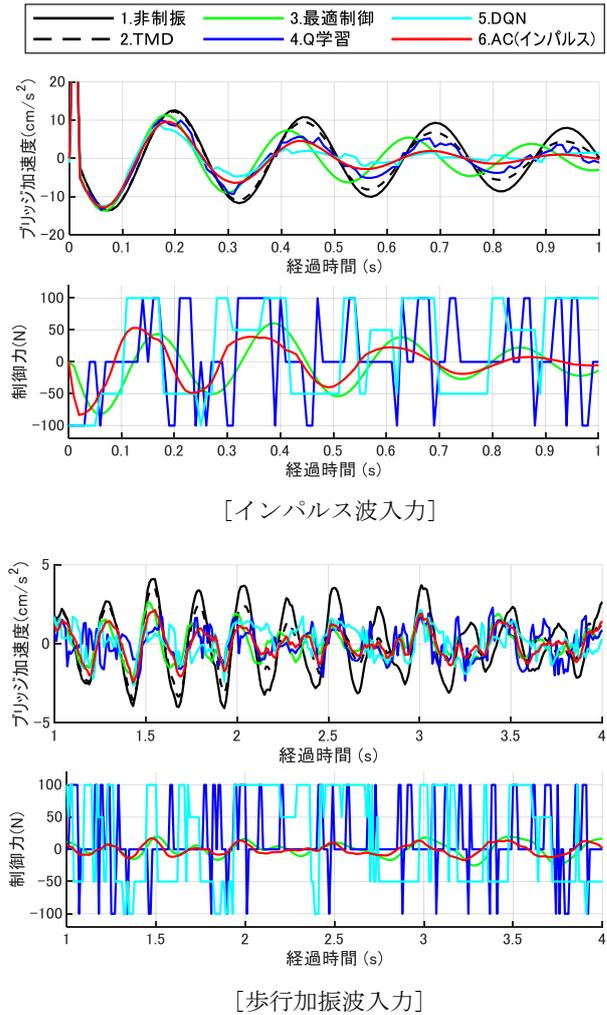


Fig. 7 シミュレーション結果の時刻歴波形 (学習アルゴリズムを変化させた場合)
Time History Waveform of Simulation Result (When the Learning Algorithm is Changed)

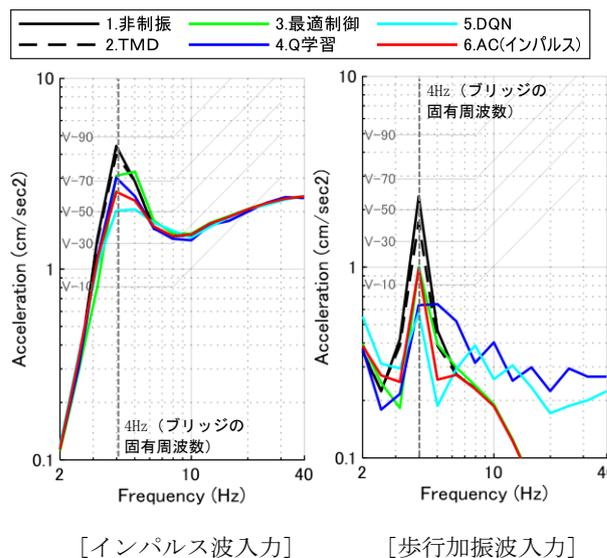


Fig. 8 シミュレーション結果の1/3オクターブ分析 (学習アルゴリズムを変化させた場合)
1/3 Octave Analysis of Simulation Result (When the Learning Algorithm is Changed)

Table 3 比較モデル一覧
List of Comparison Models

モデル	学習アルゴリズム	学習波	概要
1.非制振	—	—	マスを固定した場合
2.TMD			同質量のマスで、最適同調式による最適剛性・減衰を与えたパッシブモデル
3.最適制御			最適制御フィードバック制御則の変位にかかる重み係数を調整したモデル
4.Q学習	Q学習	インパルス波	Q学習により学習した、7350ステップにおけるモデル
5.DQN	DQN	インパルス波	DQNにより学習した、22000ステップにおけるモデル
6.AC(インパルス)	AC	インパルス波	AC法により学習した、12000ステップにおけるモデル
7.AC(歩行加振波)		歩行加振波	AC法により学習した、49000ステップにおけるモデル
8.AC(正弦波)		正弦波	AC法により学習した、41000ステップにおけるモデル

ル (Table 3の6~8) および、比較用モデル (Table 3の1~3) を比較した。3.4.1項と同様に、インパルス波・歩行加振波入力時の各種時刻歴応答波形をFig. 9に、ブリッジ加速度の1/3オクターブ分析結果をFig. 10にそれぞれ示す。Fig. 10に示す1/3オクターブ分析より、正弦波で学習したモデルが最もピークを抑えられており、前節のDQNよりも小さく抑えられていることが確認できる。

3.4.3 強化学習モデルの考察 Fig. 7およびFig. 9に示す制御力より、強化学習モデルは最適制御よりも早いタイミングで制御力を発揮していることが多く、結果として振動を素早く抑えていることが確認できる。これは、最適制御は線形かつ装置特性を考慮しない条件で制御力を求めているのに対して、強化学習モデルは制御力の非線形性や装置特性等の実際の環境を加味して学習したため、これらに起因する各種制約の中で最大制限制御効果を発揮するように学習できたものと考えられる。

4. 実機による実験 (ブリッジ)

4.1 実験の概要

3章で得られた強化学習モデルおよび比較用モデルを実機に適用し、人力で加振することにより制振効果を確認した。強化学習モデルは、Q学習・DQNおよび、ACの中で最も制振性能が優れていた正弦波により学習したモデルを用いた (Table 3の4・5・8)。実験システムの構成をFig. 11に示す。実験は、以下の1)~5)をリアルタイムに0.01秒刻みで繰り返し実行することにより行った。

- 1) 変位計によりマスとブリッジの相対変位を、加速度計によりブリッジの絶対加速度を計測し、コントローラに入力する。
- 2) 微積分等の演算により状態量 (状態 s_t) を計算する。
- 3) 状態量を基に、コントローラが制御力 (行動 a_t) を計算する。
- 4) 計算した制御力をリニアモータに指令する。
- 5) リニアモータが制御力を発揮し、環境が変化する。

4.2 加力方法

比較のために、4.1節で述べた6つのモデルそれぞれについて、以下の1), 2)による2ケースの加振を実施した。

- 1) 踵加振 ブリッジの中央部において、踵で加振する。数秒おきに5回加振し、これを1セットとする。
- 2) 歩行加振 ブリッジの端から端まで約14mを一人で歩行する。1往復を1セットとする。

なお、TMDに関しては、最適剛性・最適減衰時の荷重をリニアモータに指令することで模擬した。

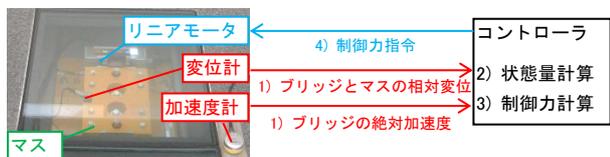


Fig. 11 実験システムの構成
Experimental System Configuration

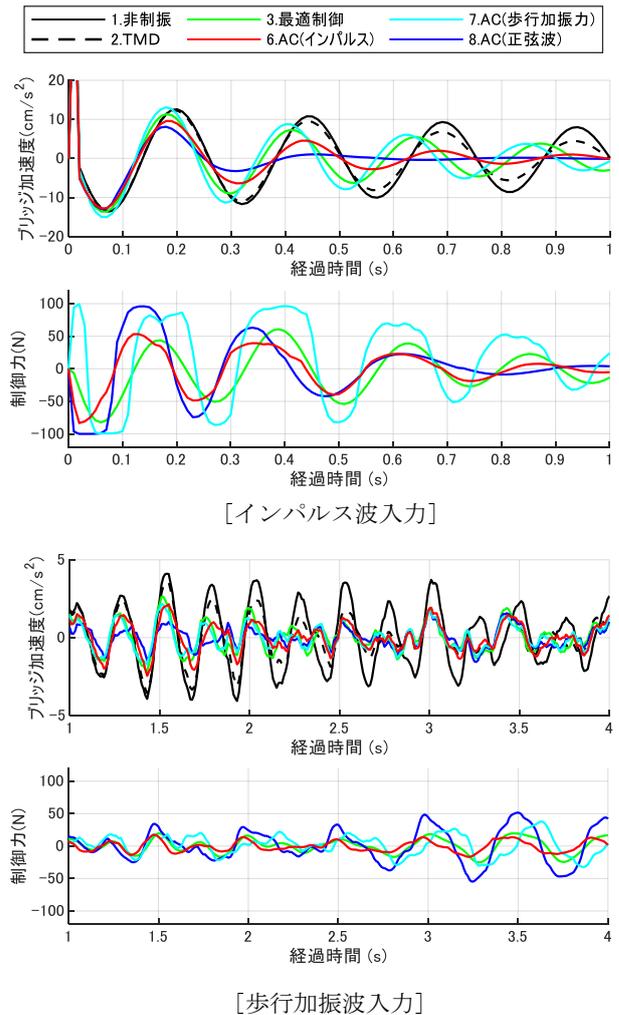


Fig. 9 シミュレーション結果の時刻歴波形
(学習波を変化させた場合)
Time History Waveform of Simulation Result
(When the Learning Wave is Changed)

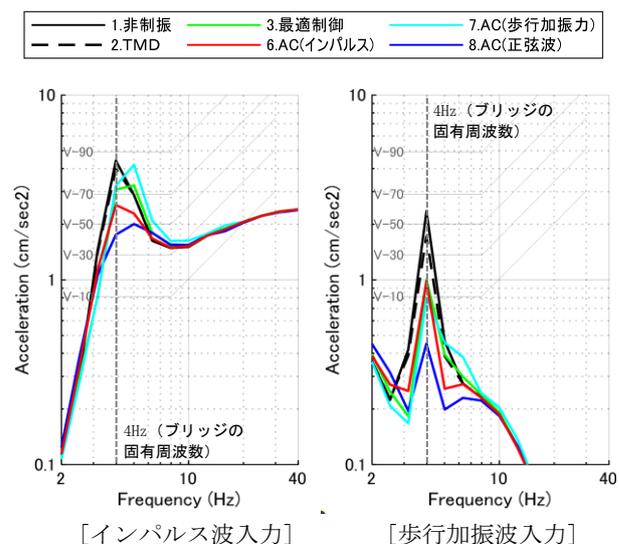


Fig. 10 シミュレーション結果の1/3オクターブ分析
(学習波を変化させた場合)
1/3 Octave Analysis of Simulation Result
(When the Learning Wave is Changed)

試験においては、バラつきを低減するために、各ケース10セットずつ実施し、平均値を採用した。ここで、ACは別日に追加試験を行った都合上、その他の5つのモデルとは異なる人間による加振であり、5セットの平均である。

4.3 実験結果

計測したブリッジの加速度波形について、1/3オクターブ分析を行った。ケース毎の平均値をプロットした結果をFig. 12に示す。

踵加振に対しては、Q学習・DQN・ACともに最適制御を上回る結果であり、シミュレーションによる分析と同様の傾向であった。一方、歩行加振に対しては、DQN、ACはシミュレーションによる分析と同様の傾向であったが、Q学習は最適制御よりも劣る結果であった。これは、Q学習の制御力の切り替わりが多く、リニアモータの制御力出力における時間遅れの影響や、積分時のノイズ処理における時間遅れの影響を受けたものと考えられる。また、Q学習・DQNは高周波の増幅が見られるのに対して、ACは増幅が少ないことも、シミュレーションによる分析と同様の傾向である。

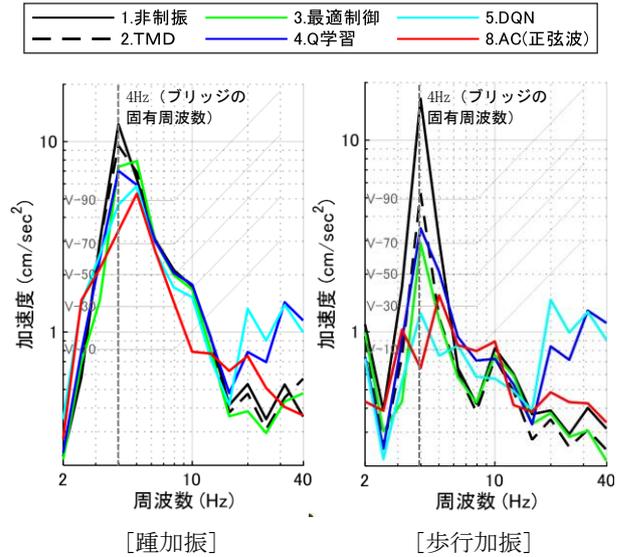


Fig. 12 実験結果の1/3オクターブ分析
1/3 Octave Analysis of Experimental Result

5. シミュレーションによる学習 (建物)

5.1 制御対象モデル

制御対象モデルは、27階建ての建物頂部にAMDを設置したモデルを想定する。振動解析にあたり、Fig. 13に示すとおり各層の質量・剛性を27質点、AMDのマス1質点、合計28質点の串団子モデルに置換する。また、学習の安定性向上を目的として、建物部分を等価な1質点に縮約し、AMDのマスを含め2質点の振動モデルに置換したモデルの学習も行う。1質点系に縮約した際の建物およびAMDの諸元をTable 4に示す。シミュレーションは、建物部分の各質点に時刻歴の風圧力を作用させ2階常微分方程式を数値解析で解くことにより行った。

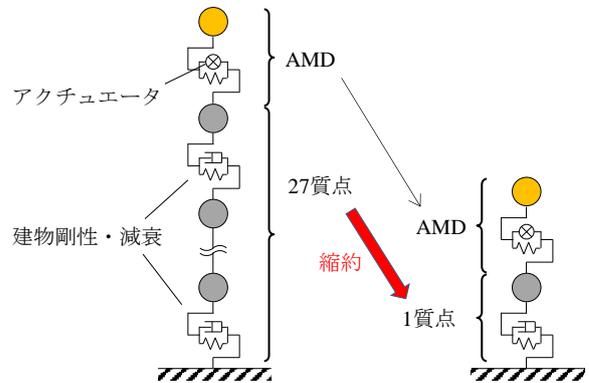


Fig. 13 制御対象モデル
Controlled Model

5.2 学習方法

2.3節に示すACを用いて学習を行った。5.1節に示す制御対象に対してTable 5のように各種条件を設定した。

ここで、装置の最大出力の制約を想定して、最大出力100kNとなるように制御力の出力層に非線形関数を適用した。学習ステップ数は100,000とし、1,000ステップ毎に保存したモデルパラメータの中から累積報酬が最大であったものを採用した。

学習に用いる時刻歴の風圧力は、3章において対象モデルの1次固有周期と一致する正弦波とすると最も制振性能が優れていたことから、周期4秒の正弦波とした。

学習に用いた正弦波の時刻歴波形をFig. 14に示す。

また、学習曲線をFig. 15に示す。同図より、学習が安定していることが確認できる。

Table 4 モデル諸元
Model Specification

建物	1次固有周期	4.02 (s)
	1次有効質量	12.2 (kton)
	減衰定数	1.0 (%)
マス質量		100 (ton)
質量比(マス/ブリッジ)		0.82 (%)

Table 5 各種条件
Various Conditions

エージェント	AMDのコントローラ
環境	6.1節に示す制御対象モデル
行動 a_t	時刻 t においてアクチュエータに出力する制御力
状態 s_t	時刻 t における建物・マスの状態量
報酬 r_t	応答低減効果に応じた値

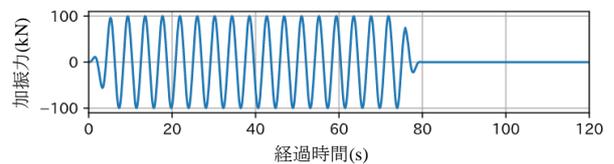


Fig. 14 正弦波の時刻歴波形
Time History Waveform of Sine Wave

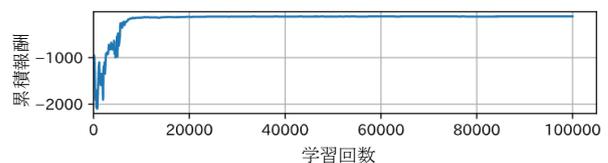


Fig. 15 学習曲線
Learning Curve

6. シミュレーションによる検証（建物）

5.2節で得られた学習済みモデルの検証を行う。学習は2質点・28質点モデルで行ったが、検証には28質点モデルを使用した。検証波は、学習に用いた正弦波に加えて、本建物模型を用いた風洞実験により作成した風力時刻歴波形を入力とする検証も行った。また、比較対象として最適制御に検証波を入力するシミュレーションも併せて行った。ここで、制御力は±100kNで頭打ちにすることで5.2節と同じ条件とした。建物頂部の最大加速度を横軸に、建物頂部とマスの最大相対変位を縦軸にプロットしたグラフをFig. 16に示す。ここで、最適制御については建物の変位にかかる重み係数 q を $q=10^{11.5} \sim 10^{15}$ まで、指数を0.5刻みで変化させた。同図中の緑色の点が0.5刻みの点を、数値が指数を表す。同図より、2質点学習モデルの方が28質点学習モデルよりも最大加速度を抑えられていることが分かる。これは、2質点学習モデルの方が28質点学習モデルよりも評価モデルが単純であり、学習の安定性が高かったためと考えられる。さらに、2質点学習モデルは最適制御と同程度のマス変位で、 q を変化させることで実現できない加速度を実現できていることが分かる。

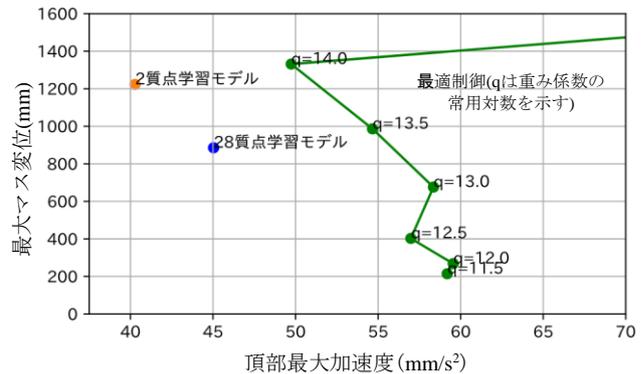
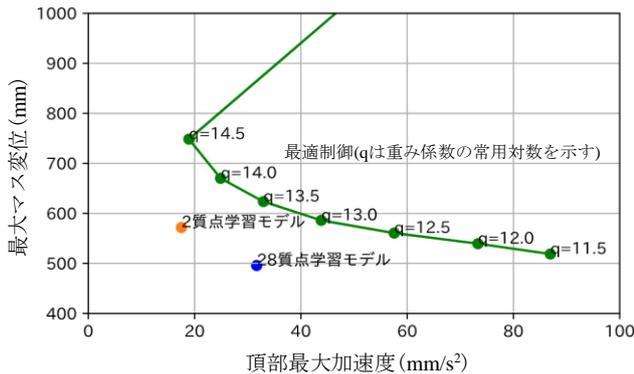


Fig. 16 最大加速度—最大マス変位 (左：正弦波入力 右：風洞実験波入力)

Maximum Acceleration-Mass Displacement (Left: Sine Wave Input, Right: Wind Tunnel Experimental Wave Input)

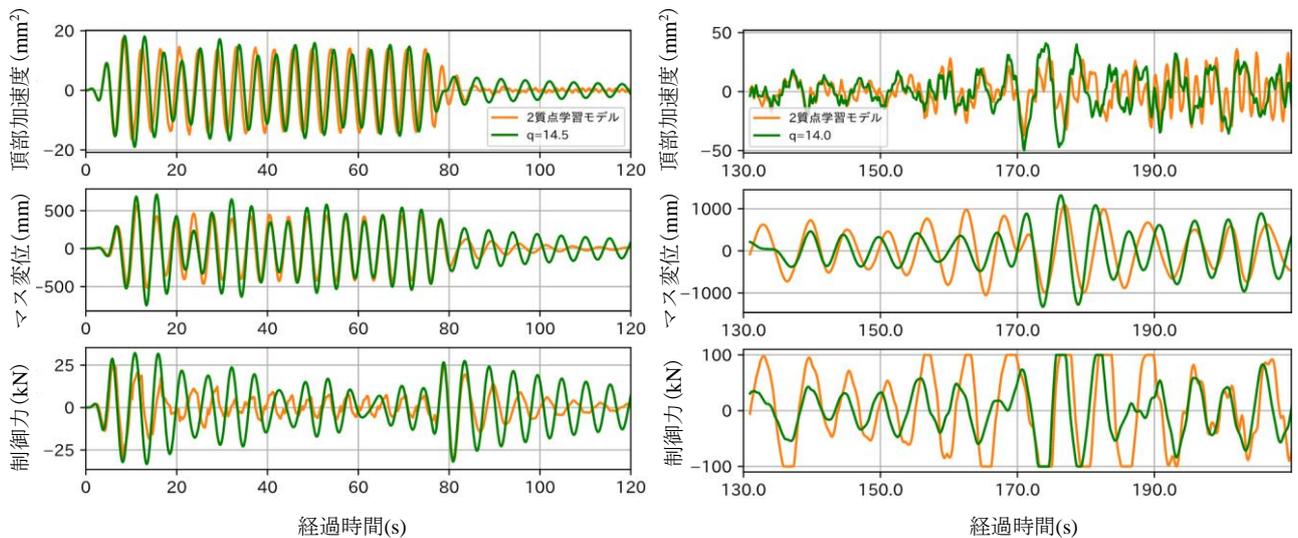


Fig. 17 各種時刻歴応答波 (左：正弦波入力 右：風洞実験波入力)

Various Time History Response Waves (Left: Sine Wave Input, Right: Wind Tunnel Experimental Wave Input)

また、各種時刻歴波形のグラフをFig. 17に示す。時刻歴波形については、学習済みモデルで性能の良い2質点学習モデルと、Fig. 16でそれぞれの入力波において最も加速度を抑えることができている最適制御のモデルの結果を代表して示す。風洞実験波については、制御力が2質点学習モデルの方が大きな制御力を出すことでマス変位も大きくなり、頂部加速度のピークが抑えられた。

7. まとめ

ブリッジの歩行振動および建物の風揺れを制振対象としたAMDの制御則を、強化学習アルゴリズムであるQ学習・DQN・ACにより学習した。また、学習した制御則の有効性を、シミュレーションにより確認した。更に、ブリッジについては実機に実装する実験を行い、制振性能を確認した。得られた知見を以下に示す。

- 1) Q学習・DQN・ACいずれにおいても学習が可能であり、概ね最適制御の制振効果を上回る結果が得られることを確認した。これは、強化学習モデルが制御力の非線形性や装置特性等の実際の環境を加味して学習したためであると考えられる。

- 2) Q学習・DQNは制御力が離散であることに起因して高周波領域で増幅が見られるのに対して, ACは制御力が連続であることから, このような増幅は見られず, より安定した制御が可能であることを確認した。
- 3) 外乱が歩行振動や風圧力のようなランダムな波形であったとしても, 対象モデルの1次固有周期と一致する正弦波を学習波としたモデルの制振性能が最適制御よりも優れていることを確認した。
- 4) 建物の場合において, 対象モデルが28質点であっても, 2質点モデルに縮約して学習した方が最大加速度を抑えることができ, 同程度のマス変位でありながら最適制御では実現できない加速度を実現できることを確認した。

AIの一種である強化学習の研究および振動制御への適用は黎明期にあり, 既往制御の性能を大きく上回る全く新しい制御を生み出す可能性を秘めている。一方で, AIについては思考プロセスがブラックボックスである問題が指摘されており, 高い安全性が求められる建築物への恒久的な実適用にあたっては, 詳細に安定性を検証していく必要があると考える。今後も, AIをAMDの制御

に活用することに留まらず, 構造設計分野や建築制御の分野への継続的な研究と検証に取り組みたい。

謝辞

本研究の実施にあたり, Laboro.AIの椎橋徹夫CEOおよび, 吉岡琢氏, 中野達之氏より貴重なご意見・ご協力を賜りました。ここに御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 森村哲郎：強化学習, 講談社, 305p., 2019.5
- 2) 日本建築学会：建築構造物の振動制御入門, 349p., 2010.12
- 3) 武田篤史, 他：常温硬化型高じん性高強度モルタル「スリムクリート®」の屋内ブリッジへの適用, 大林組技術研究所報, No.74, 10p., 2010.12
- 4) 石川理都子, 他：実測データに基づく歩行加振力評価手法の提案, 日本建築学会学術講演梗概集(関東), pp. 391-392, 2011.9
- 5) 日本建築学会：建築物の振動に関する居住性能評価指針・同解説, 132p., 2004.5