

Hoek & Brownの破壊規準を用いたクリープモデルの開発

中 岡 健 一 畑 浩 二

Development of Creep Model using Hoek–Brown Failure Criterion

Kenichi Nakaoka Koji Hata

Abstract

In this study, the Hoek–Brown failure criterion was applied to estimate the strength of jointed rocks in a creep model developed to evaluate the behavior of squeezing rocks in mountain tunnels. The creep model was also applied in the state after the tertiary creep. In this study, a creep model was formulated using the Hoek–Brown failure criterion. Subsequently, it was confirmed that the formulation was correct by verification analysis. Finally, a tunnel excavation analysis was performed to evaluate the behavior of the band-shaped high shear strain region extending upward from the tunnel and the long-term progressive displacement of the tunnel wall. It was determined that this method could estimate the long-term behavior of tunnels.

概 要

本研究では、膨張性地山の挙動を評価するために開発された、クリープとひずみ軟化を扱えるクリープモデルに、岩盤の強度を表すために開発されたHoek & Brownの破壊規準を適用した。また、破壊後の岩石にも応力がひずみ速度に依存することが報告されていることから、破壊後においてもクリープモデルを適用できるようにした。まず、Hoek & Brownの破壊規準を用いたクリープモデルを定式化し、有限差分法に組み込んだあと、一要素モデルの解析により、定式化が妥当であることを確認した。次に、仮定のトンネル掘削の解析を行い、ひずみ軟化する材料において特徴的に見られるせん断ひずみの高い領域がトンネルの肩部から上方へと帯状に伸びる挙動や、長期にわたって内空変位が生じる現象を評価することができた。以上から本方法はトンネルの長期におよぶ挙動予測が可能であると判断した。

1. はじめに

山岳トンネルの掘削中において、膨張性地山に遭遇すると、内空変位が大きくなり続けることがあり、鋼製支保工の座屈や、縫い返しと呼ばれる支保工の再設置が必要となることがしばしば報告されている²⁾。また、竣工後数年経過した後においても変位が増加し、覆工やインバートに変位が発生する場合もある³⁾。このような現象を予測するために、クリープモデルが開発されている⁴⁾。このモデルは、一次～三次クリープと、ひずみ軟化を評価できることが特徴となっている。ただし、クリープの進行速度を定めるために、Drucker-Pragerによる破壊規準（以下、DP破壊規準）を用いていた。また、三次クリープによる破壊の後においては、それ以上クリープは発生しないと仮定し、弾完全塑性モデルを適用していた。

一方、岩盤の強度特性を表すために、Hoek & Brownの破壊基準⁵⁾（以下、HB破壊規準）が提案されている。この破壊規準は、岩盤で認められる放物線に近似した破壊包絡線を用いており、直線状の包絡線を用いたDP破壊規準よりも適切に岩盤の強度特性を表わしていると言える。また、強度定数を設定するために、比較的容易に取得できる岩石コアの一軸圧縮強さと、岩盤壁面観察を用いた方法が体系化されており⁶⁾、実用性が高い。また、破壊後の岩石にも応力のひずみ速度依存性があること⁷⁾や、砂にもクリープが生じること⁸⁾から、破壊後の岩石にもク

リープが生じると考えた。

本研究ではトンネルの長期挙動の予測精度を向上させることを目的に、次のような流れで開発を行った。まず、HB破壊規準を表す降伏関数⁹⁾を用いたクリープモデルを定式化した。次に、破壊後のモデルにもクリープモデルを適用した。これにより、完成後のトンネルにしばしば見られる、少しずつ進む内空変位を解析できるようになると考えた。その後、一要素モデルの応力緩和解析を行い、応力が緩和する方向が妥当であることを確認した。最後に、仮想したトンネルの掘削解析により、長期的に大きくなる内空変位やせん断ひずみの高い領域がトンネルから伸長する挙動を評価した。

ここでは開発した数値モデルによる解析のために、連続体モデルによる有限差分法を用いており、崩壊のような大きな移動を伴う現象は扱えない。

2. クリープモデルの概要⁴⁾

従来のクリープモデルでは、クリープの進行を無次元の値で表すことができるものとし、その値を S とおいた。そして S は式(1)に則った速度 \dot{S} で増加するものとした。

$$\dot{S} = \frac{\alpha}{f(p) \cdot g(S)} \quad (1)$$

$$p = \sqrt{2}I_2 \quad (2)$$

ここで、 J_2 は偏差応力の第二不変量である。 α は時間に関するパラメータであり、 $f(p)$ と $g(S)$ は式(3)と式(4)のようにおいた。

$$f(p) = \exp\{q(c + \sigma_n \tan\phi - p)\} \quad (3)$$

$$g(S) = \exp\left\{-\left(\frac{S - a_v}{\sqrt{2}b_n}\right)^2\right\} \quad (4)$$

式(4)は平均を a_v 、分散を b_n とした正規分布を表わしており、 q とともに a_v 、 b_n は時間に関するパラメータとなる。また、 σ_n は平均応力であり、 c と ϕ は強度定数である。従来から用いているDP破壊規準は式(3)の指数部に用いられている。クリープ解析はFig. 1に示すように、各要素に蓄えられている式(2)の応力 p が応力緩和によって低下する計算を繰り返しながら進めるもので、応力の低下量 Δp は式(5)に則るものとしている。

$$\Delta p = \frac{kp^2 \dot{S} \Delta t}{\sigma_n} \quad (5)$$

ここに、 k は入力パラメータ、 Δt は時間刻みである。 S は単調増加であり、この値が十分大きくなれば、式(4)より $g(S)$ は0に近づき、式(1)と式(5)より Δp が指数的に大きくなる。この段階は三次クリープに相当し、 p が急速に0となり、等方等圧状態となる。式(1)の分母はクリープを遅らせる抵抗と考えることができ、 $f(p)$ は応力と岩盤の強度、 $g(S)$ はクリープの進行度合いがクリープの進行速度に及ぼす影響を表わしている。実際は、破壊後においても強度があり、応力が残留することから、 p の下限値として残留強度を設定している。残留強度はDP破壊規準に従い、時間に依存しないものとしている。

一方、 S が a_v に比べて十分小さい場合も同じように Δp が大きくなる。この状態は一次クリープを表わしている。この後、 S が大きくなり、 a_v と同じ値になったときに式(4)の $g(S)$ が最大となり、応力緩和量 Δp が最も小さくなる。この状態は二次クリープに対応する。

3. HB破壊規準に基づいた降伏関数⁹⁾

Hoek & Brownの破壊規準に基づいた降伏関数について、以下に述べる。HBの破壊規準は式(6)で表される。

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(\frac{m\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{\frac{1}{a}} \quad (6)$$

ここに、 σ_1 と σ_3 は最大主応力と最小主応力、 σ_c は岩石コアの一軸圧縮強さ、 a 、 m 、および、 s は材料パラメータである。主応力空間上におけるHB破壊規準に基づく降伏曲面はFig. 2のように表され、静水圧軸に垂直な平面(π 平面)上においてはFig. 3の赤色線のように表される。ここで、降伏曲面は式(6)を満たす σ_1 と σ_3 の関係を主応力空間上にプロットしたものである。HBの降伏曲面の特徴は、Fig. 2のように静水圧の増加とともに、その断面が曲線状に大きくなることである。

本研究では、HB破壊規準を用いた弾塑性モデルと同

じように、降伏曲面がHB破壊規準に外接する楕円を組み合わせることで定式化した。Fig. 3に降伏曲面と破壊規準の関係を示す。降伏関数 F は式(7)により表される。

$$F = \left(\frac{\sqrt{3}J_2}{\sigma_c} \right)^{\frac{1}{a}} + G(\theta)\sqrt{3}J_2 - P \quad (7)$$

$$P = \frac{mI_1}{3\sigma_c} + s \quad (8)$$

$$G(\theta) = \left[P - \left(\frac{q_P}{\sigma_c} \right)^{\frac{1}{a}} \right] \frac{1}{q_P} \quad (9)$$

$$q_P = \frac{\sqrt{6}}{2} r \quad (10)$$

$$r = \frac{r_2 [2q \cos\theta + (2-w)\sqrt{M}]}{4(w^2 - 1)\cos^2\theta + (2-w)^2} \quad (11)$$

$$M = 4(w^2 - 1)\cos^2\theta - 4w + 5 \quad (12)$$

$$w = \frac{r_2}{r_1}$$

ここで I_1 は応力の第一不変量であり、 θ はFig. 3に示す角度で式(13)から求められる。

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{\frac{3}{2}}} \quad (13)$$

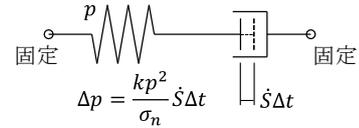


Fig. 1 リラクゼーションモデルの模式図
Schematic Diagram of Relaxation Model

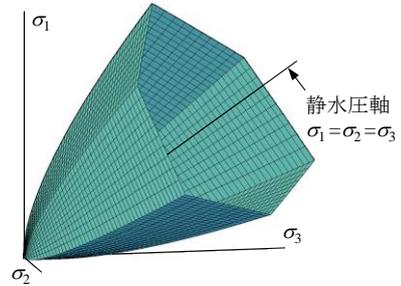


Fig. 2 HBの破壊規準による降伏曲面
Yield Surface Based on HB Failure Criterion

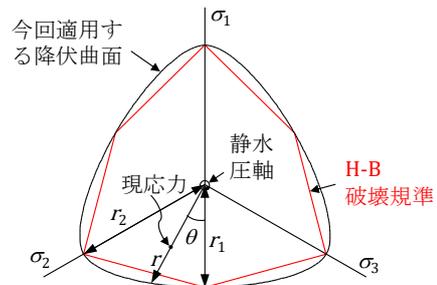


Fig. 3 π 平面上における降伏曲面
Yield Surface on π Plane

J_3 は偏差応力の第三不変量、 r_1 と r_2 はFig. 3に示すように、 π 平面上における降伏曲面と静水圧軸との最長距離と最短距離であり、式(14)と式(15)から Q_1 と Q_2 について解き、式(16)に代入すれば得られる。

$$Q_1^{\frac{1}{3}} + \frac{2m}{3}Q_1 - P = 0 \quad (14)$$

$$Q_2^{\frac{1}{3}} + \frac{m}{3}Q_2 - P = 0 \quad (15)$$

$$r_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}Q_1\sigma_c, \quad r_2 = \frac{\sqrt{6}}{3}Q_2\sigma_c \quad (16)$$

4. HB破壊規準を用いたクリープモデル

モデルのピーク強度は式(17)で表されるものとした。これは式(3)の指数部のDP破壊規準を、Fig. 3の r_1 と r によって表されるHB破壊規準に置き換えたものである。

$$f(p) = \exp\left\{qr_1\left(1 - \frac{\sqrt{2J_2}}{r}\right)\right\} \quad (17)$$

また、破壊後においてもクリープを考慮するため、クリープの進行速度を表わす式(1)の分母に、残留強度に起因する抵抗 $f'(p) \cdot g'(S)$ を加え、式(18)のようにおいた。ここで、 $f'(p)$ は応力と破壊後の岩盤の強度が破壊後の応力緩和の速さに及ぼす影響、 $g'(S)$ はクリープの進行度合いが応力緩和の速さに及ぼす影響を表わしている。

$$\dot{S} = \frac{\alpha}{f(p) \cdot g(S) + f'(p) \cdot g'(S)} \quad (18)$$

式(18)の S が大きくなれば前述のようにピーク強度に起因する抵抗 $f(p) \cdot g(S)$ は小さくなる一方、 $f'(p) \cdot g'(S)$ が大きくなり、破壊後の強度を支配するようになる。岩石の残留強度は0に近いものからピークの半分以上のものもあり、拘束圧によっても異なる。ここでは、 $f'(p)$ は簡単のために、残留強度は破壊前の強度（初期強度）の3分の1になると仮定して、式(19)を用いた。 $g'(S)$ は累積分布関数を用いて式(20)で表されると仮定した。

$$f'(p) = \exp\left\{qr_1\left(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2J_2}}{r}\right)\right\} \quad (19)$$

$$g'(S) = \frac{1}{2}\left\{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{S - a_v}{\sqrt{2}b_n}\right)\right\} \quad (20)$$

ここで erf は誤差関数を表わす。このモデルは弾塑性モデルとは異なり、応力が降伏曲面の内側にある場合、外側にある場合に関わりなく応力緩和が生じる。そのため、解析過程の現応力は降伏曲面から離れており、その離れた曲面を用いて応力緩和の方向を計算する方法を考える。

Fig. 4に示すように、降伏曲面 F_b の π 平面上の断面を L_b とする。この曲線はFig. 3の黒色線と同じである。現応力 σ_{ij}^A （点A）から静水圧軸に下した垂線と、静水圧軸との交点を点Eとする。点EとAを通る直線と、 L_b との交点をBとし、その点の応力を σ_{ij}^B とする。また点Aを通り、静水圧軸を中心として L_b に相似な曲線を L_A （図中の赤色線）

とする。 σ_{ij}^B は、 σ_{ij}^A から図中の θ を求め、 σ_{ij}^A の平均応力（ $= \sigma_{ij}^B$ の平均応力）、線分BEの長さを表わす式(11)から後述の β を計算することにより求められる。式(17)の指数部の q にかかる項は L_A と L_b との最短距離を表わしている。

応力緩和による応力変化の方向の π 平面上への投影 v_{AP} は、点Bにおける降伏曲面の法線 v_B の π 平面上への投影 v_{BP} に一致すると仮定した。図中 V_D で表したダイレタンシー角に相当する応力変化の静水圧軸方向の成分についてはプログラムの入力値とした。 v_B の π 平面上への投影 v_{BP} は幾何学的に、 L_b に垂直となる。また、点E、A、Bが直線上にあり、点Eを中心にして L_A と L_b が相似形であるので v_{BP} は L_A に対しても垂直となる（ $v_{AP}=v_{BP}$ ）。この場合の σ_{ij}^A と σ_{ij}^B の関係について、それぞれの偏差応力を s_{ij}^A と s_{ij}^B とすると、簡単な計算から式(21)の関係が得られる。

$$\sigma_{ij}^A = \beta s_{ij}^B + \frac{\delta_{ij}\sigma_{kk}^B}{3} \quad (21)$$

β は線分EAと線分EBの長さの比であり、 s_{ij}^A と s_{ij}^B の第二不変量 J_{2A} と J_{2B} を用いて式(22)で表される。ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

$$\beta = \sqrt{\frac{J_{2A}}{J_{2B}}} \quad (22)$$

J_{2B} はBEの長さ r と式(23)から得られる。

$$r = \sqrt{2J_{2B}} \quad (23)$$

降伏曲面に垂直な応力の変化は、式(7)に示す降伏関数 F と未知数 λ を用いて式(24)によって求められる。

$$\lambda d\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}^B} \quad (24)$$

主応力空間における σ_{ij}^B から $\sigma_{ij}^B + \lambda d\sigma_{ij}$ までのベクトルは v_B に相当する。ここで、リラクゼーションによる応力の変化が式(24)で求められる $\lambda d\sigma_{ij}$ に一致すると仮定すると、点Aから $\sigma_{ij}^A + \lambda d\sigma_{ij}$ までのベクトル V_A が、点Bから $\sigma_{ij}^B + \lambda d\sigma_{ij}$ までのベクトル V_B に一致する必要がある。 π 平面上の断面形状が降伏曲面と同じとなる関数（弾塑性モデルのポテンシャル関数に相当する）を想定する。 V_B が

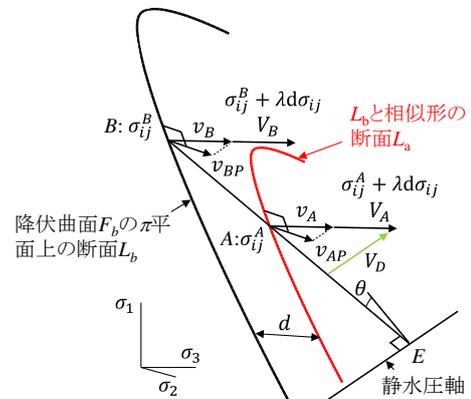


Fig. 4 主応力空間上の応力と π 平面上の降伏曲面
Stresses in Principal Stress Space and Yield Surface

その曲面に対して垂直で、 λ に関わらず方向が変化しないとすると、 σ_{ij}^B の主応力を σ^B とすれば、 $\sigma_{ij}^B + \lambda d\sigma_{ij}$ の主応力は $\sigma^B + nv^B$ と表され、主応力、応力、主応力軸 (n_1, n_2, n_3) の関係から、式(25)が得られる。

$$(\sigma^B + nv^B) \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} = \{\sigma_{ij}^B + \lambda d\sigma_{ij}\} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Q と R_{ij} を式(26)のようにおくと、式(25)から式(27)が得られる。

$$\begin{aligned} Q &= \sigma^B + nv^B \\ R_{ij} &= \sigma_{ij}^B + \lambda d\sigma_{ij} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} R_{11} - Q & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} - Q & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} - Q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (27)$$

$(n_1, n_2, n_3) \neq 0$ であるため、

$$\begin{vmatrix} R_{11} - Q & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} - Q & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} - Q \end{vmatrix} = 0 \quad (28)$$

が成り立つ。また、式(26)から式(29)も成り立つ。

$$(\sigma_1^B + nv_1^B - Q)(\sigma_2^B + nv_2^B - Q)(\sigma_3^B + nv_3^B - Q) = 0 \quad (29)$$

ここで、 $\sigma_1^B, \sigma_2^B, \sigma_3^B$ は σ_{ij}^B の3つの主応力、 v_1^B, v_2^B, v_3^B は、主応力空間におけるベクトル v_B の3成分である。式(28)と式(29)を展開し、 Q^3, Q^2, Q 、および Q がかかっている項を比較することにより、任意の λ において式(25)を満たすためには、 $n = \lambda$ となること、 v_B は $d\sigma_{ij}$ の主応力に等しいこと、 σ_{ij}^B と $d\sigma_{ij}$ の主応力の方向は一致することが得られる。この計算の過程は付録に記した。次に、式(21)から簡単な計算により、 σ_{ij}^A と σ_{ij}^B の主応力の方向は一致することが分かる。以上から σ_{ij}^B 、および、 $d\sigma_{ij}$ の主応力の方向は一致し、 $V_A = V_B$ となる。

5. 1要素モデルの解析

本研究で構築したクリープモデルを用いて、1要素モデルの解析を行う。用いるパラメータをTable 1に示す。このうち式(3)に用いられている q は、大久保らが用いた式(30)¹⁰と整合するように設定した。式(30)は変位制御の載荷速度を C_1 とした時のピーク強度が σ_0 の場合、載荷速度を C_2 にすれば、強度は σ_m となることを表わしている。 n は軟岩の一軸圧縮試験による報告値 $n=23$ ¹¹とした。

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_0} = \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (30)$$

Fig. 5に式(30)と本クリープモデルによるひずみ速度と一軸圧縮強さの関係を示す通り、両者は整合している。応力緩和による応力変化の解析結果をFig. 6に示す。ここでは初期応力を9通り設定し、全ての節点の変位を固定して時間を進める解析を行った。本解析ではダイレタンシーを考慮していないため、応力は π 平面上を移動する。この図はFig. 3の左上の部分を表わしている。図中、黒色

の曲線は降伏曲面の断面で、Fig. 4の L_b に対応する。

赤色線は L_b を、静水圧軸を中心として3通りのスケールに縮小、拡大したもので、本モデルの前提によれば、これらの曲線と応力経路は直交する。経過時間を示す○や△などのプロットが施された9つの線が、リラクゼーションによって変化する応力の経路である。これらの経路の、静水圧軸である降伏曲面の中心から離れた方の端部が初期応力で、いずれも時間とともに、せん断力が小さくなり、静水圧軸に近づいている。図から、各応力経路は降伏曲面の断面や、それを縮小、拡大した曲線に垂直であり、定式化は妥当に行われていると考える。

6. トンネルを模擬したモデルの解析

ここではトンネルを模擬したモデルを対象に、掘削に伴うクリープ解析を行い、長時間かけて徐々に内空変位が大きくなる挙動を評価できるかについて確認する。使用するパラメータはTable 1と同じとし、その他の解析条件をTable 2に示すように仮定した。山岳トンネルは、先端の切羽と呼ばれる岩盤を掘削した後、トンネル壁面に吹付けコンクリート、鋼製支保工、ロックボルトが施されることが多い。その後掘削が進むと、切羽が地山を支える効果が減少し、支保工に荷重が作用する。このよう

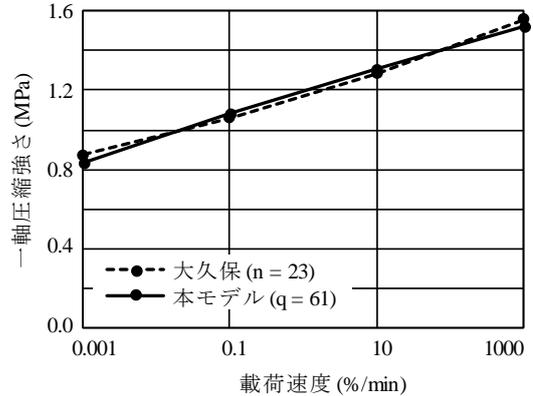


Fig. 5 ひずみ速度と一軸圧縮強さの関係
Relation between Strain Rate and Unconfined Compression Strength

Table 1 入力パラメータ

Input Parameters			
パラメータ	値	根拠	
変形係数 (MPa)	500	脆弱な地山	
ポアソン比	0.35		
クリープモデル	α (min)	10^{-3}	文献 ⁴⁾
	q	61	式(30)へのフィッティング [*]
	a_v	300	文献 ⁴⁾
	b_n	40	文献 ⁴⁾
	k	0.006	文献 ⁴⁾
H.Bモデル	α_c (MPa)	4	仮定
	a	2	一般的な値
	m	1	亀裂の少ない岩盤
	s	0.01	
残留強度	式(19)	仮定	

な現象を二次元で解析するために、以下のような解析が行われている。本研究においてもこの方法を用いた。

- トンネル部の要素を消去するとともに、壁面に切羽の効果として内圧を作用させる。初期地圧の40%の内圧が良く用いられている(この割合を解放率とよぶ)¹²⁾。
- 支保工要素を発生させた後、内圧を除荷する。

吹付けコンクリートのヤング率は、トンネルの掘削解析によく用いられる4 GMPa¹²⁾とし、それに鋼製支保工のヤング率200 GPaを合成したソリッド要素とした。

6.1 要素試験の解析

Table 1に示したクリープパラメータとHBパラメータからは強度を把握しにくいことから、1要素モデルにより変位制御の圧縮試験の解析を行った。解析結果をFig. 7に示す。拘束圧(図では σ_c とした)を0.2MPaとしたケース(細線)は、他のケースよりも強度が大きく、また、破壊後の残留応力も、ピーク強度とともに载荷速度の影響を受けている(太実線と太破線の比較)。破壊後の特性としてクリープを考慮せず、DP破壊規準を適用したケースの結果も示した(細い赤色破線)。この物性は、後述するトンネルを模擬した解析において、参考として用いている。ここで、ピーク強度がTable 1の σ_c よりも小さいのは、本計算の载荷速度であれば、载荷による応力の増加よりも応力緩和による応力の低下が早いためである。

Fig. 8にクリープ試験の解析結果を示す。 $\dot{\epsilon}=0.1\%/min$ の载荷速度のピーク応力である1.08MPa (Fig. 7)を用いたクリープ解析による最小ひずみ速度は $\dot{\epsilon}=0.1\%/min$ (Fig. 8)で、変位制御による一軸圧縮強さがこの軸方向応力と同じになるときのひずみ速度に一致する。同様に、0.83MPaの時の最小ひずみ速度はFig. 8から $10^{-3}\%/min$ で、Fig. 5の $10^{-3}\%/min$ における一軸圧縮強さと一致している。

6.2 トンネルの掘削解析

トンネル高さHは8.2mで、トンネル幅Dは10.4 m、トンネル天端の土被りは4.3Hとした。モデル化範囲は、トンネル上方は地表まで、トンネル下方は4.3H、側方は9.4Dとし、半断面の平面ひずみモデルとした。解析ステップ

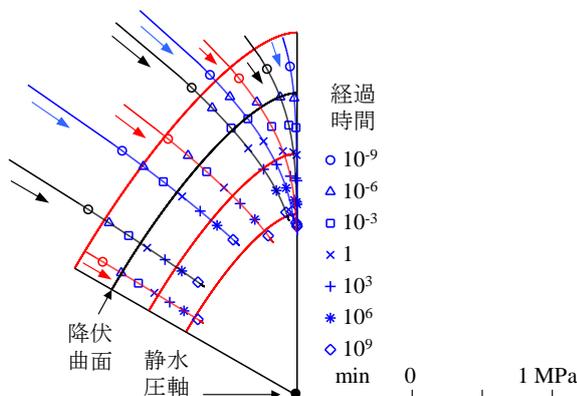


Fig. 6 π 平面上的リラクゼーションによる応力の変化
Variation of Stress by Relaxation

を以下に示す。計算stepは、各段階で不釣り合い力を収束させるために行った繰り返し計算回数である。

- 初期地山応力の設定のため、土被りに比例させた応力を各要素に割り当て、不釣り合い力が十分収束するまで計算を行う。外力は自重のみ。(50,000 step)。
- トンネル全断面の要素を削除し、掘削解放力に相当する荷重を壁面に作用させる。(30,000 step)。
- 40%の解放率を考慮するため、壁面の荷重を60%に低減させる。(10,000 step)
- 支保工要素を発生させる。(20,000 step)
- 壁面の荷重を0にする。(20,000 step)
- 時間を進める。 $(\Delta t_{max}/step = 10 \text{ min})$

Fig. 9に底盤の隆起量、天端沈下量、側壁(スプリング

Table 2 解析条件
Input Parameters

項目	値	備考	
側圧係数	1		
土被り(天端)	35 m		
単位体積重量	22 kN/m ³	DIクラス	
吹付け厚さ	15 cm		
支保工	鋼製支保工の仕様	150×150×7×10	支保工が破壊しない程度の仕様
		長さ 3 m	
	ロックボルト	太さ 22mm 本数 14本	

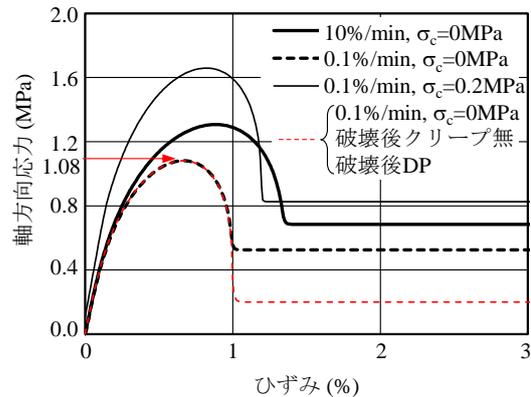


Fig. 7 定ひずみ速度の一軸圧縮試験の解析結果
Calculation of Constant Strain Rate Uniaxial Test

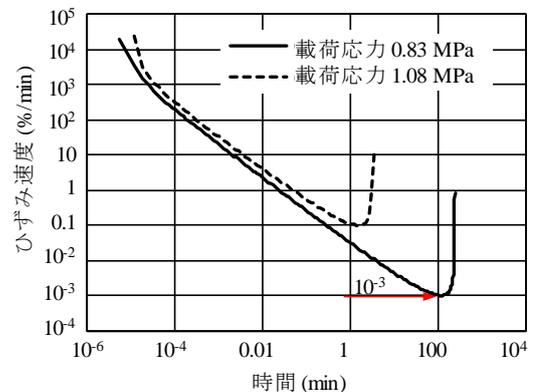


Fig. 8 クリープ試験の解析結果
Calculation of Creep Test

ライン)の水平方向変位を示す。参考のため、破壊後の残留強度にクリープを考慮しないケースも細線で示す。このケースのように破壊後にクリープを考慮しない場合は、時間とともに変位速度が小さくなり、供用後に問題となるような盤膨れを解析できないことが課題となっていた。両ケースとも、支保工が施されていない底盤の変位が大きく、天端と側壁の変位が近い結果となっている。この傾向は現場計測においてもしばしば見られる。また、残留強度にクリープを考慮することにより、経過年数とともに少しずつ内空変位や路盤隆起が大きくなる現象¹³⁾を再現できることが確認できた。

Fig. 10に無支保のケース、Fig. 11に支保工を入れたケースの最大せん断ひずみの分布を示す。図には天端と底盤の変位も示した。無支保のケースにおいては、帯状のせん断ひずみの大きい領域が、側壁下端付近を起点として上方に(右側の図の赤色の矢印)、底盤の側壁近傍を起点として下方(青矢印)に伸長している。この挙動は、ひずみ軟化解析でよく見られる¹⁴⁾ものである。

支保工を入れたケースにおいても、底盤の隅角部から上方(Fig. 11の左下側の図の赤矢印)と下方(青矢印)に帯状のせん断ひずみの大きい領域が伸長する傾向が見られる。そのうち、上方に伸びる領域が無支保のケースに比べて小さいのは、ロックボルトの効果によるものと考えられる。一方、その下方のせん断ひずみが大きい領域は、トンネルの外側を回り込むように伸長している(黒矢印)。この領域はロックボルトの外側であることから、ロックボルトを長くすれば、この挙動が抑制され、底盤の変位を小さくする可能性がある。

7. まとめ

本報告では、膨張性地山のクリープ挙動の再現精度を向上させるために、既発表のクリープモデルの破壊規準にHoek & Brownの破壊規準を適用するとともに、破壊後においてもクリープが生じるように機能追加を行った。

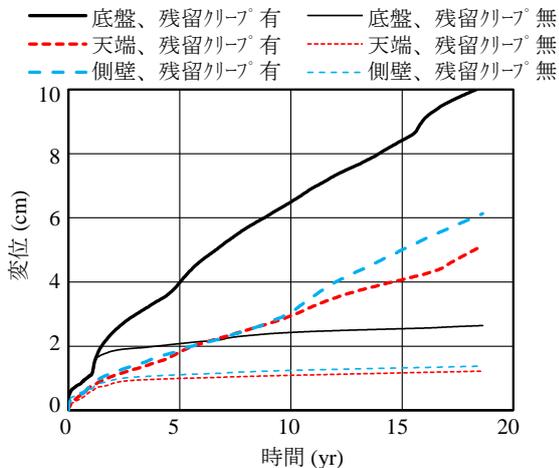


Fig. 9 トンネルの各着目点の変位
Displacement of Tunnel

以下に、その内容をまとめる。

- 1) HB破壊規準に則ってリラクゼーションによる応力緩和の方向を定めるため、そして、破壊後にもクリープが生じるようにするために定式化し、有限差分コードに組み込んだ。
- 2) 1要素モデルのリラクゼーション解析では、複数の初期応力条件によって得られた応力経路の方向は、全て降伏曲面の断面に相似した曲線に垂直となっていることを確認した。
- 3) トンネルを模擬したモデルの掘削解析を行い、時間

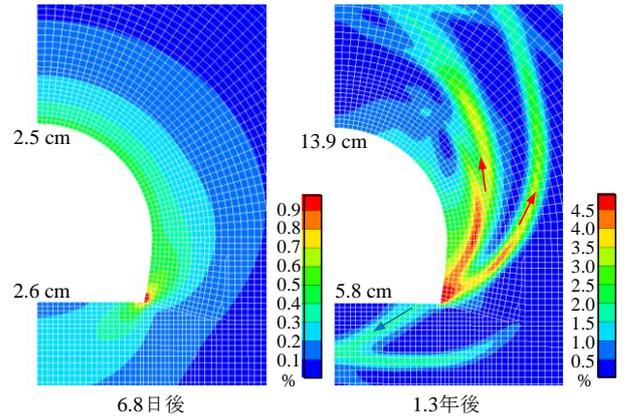


Fig. 10 最大せん断ひずみの分布 (支保なし)
Distribution of Maximum Shear Strain (Unsupported)

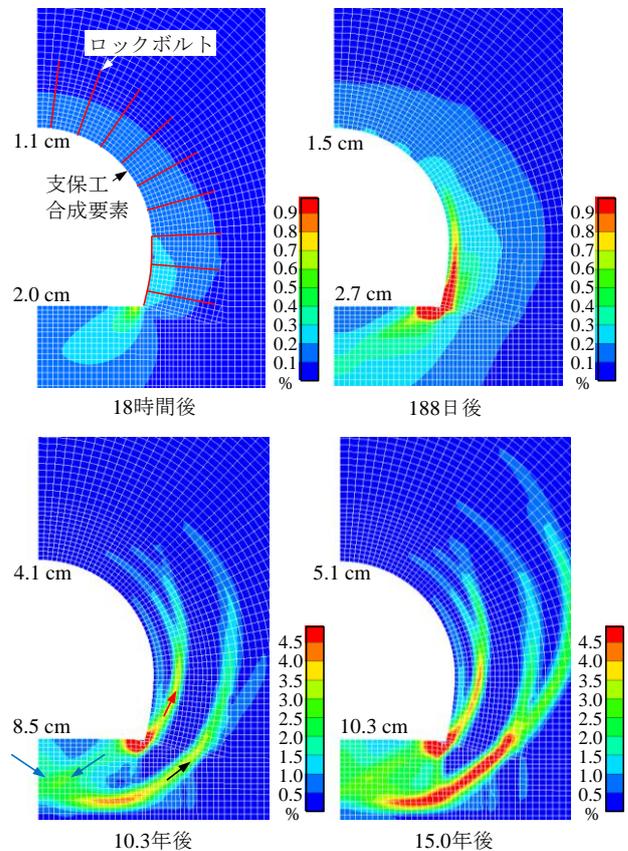


Fig. 11 最大せん断ひずみの分布 (支保あり)
Distribution of Maximum Shear Strain (Supported)

とともにせん断ひずみの大きい帯状の領域が伸長する、ひずみ軟化する地山に特徴的な挙動を再現できた。

- 4) 破壊後においてもクリープが生じると仮定することにより、長期にわたって少しずつ変位が大きくなるクリープ現象を再現できた。

以上から、ここで構築したHB破壊規準を適用したクリープモデルを組み込んだ有限差分法による解析結果の妥当性と、クリープ挙動の再現性の精度向上を確認できた。今後は現場に適用し、予測のためのノウハウの蓄積や予測精度の確認を行い、実用化を図る。

参考文献

- 1) 例えば、登坂敏夫，前田昌康，福田勝美，西村元男：膨張性軟岩における二次覆工の設計に関する考察，土木学会論文集，No. 623/VI-43，pp. 109-118，1999
- 2) 例えば、剣持三平，竹津英二，青木智幸，森田隆三郎，白旗秀樹：膨圧性泥質岩地山におけるトンネルの多重支保工の効果，土木学会論文集F Vol. 62 No. 2，pp. 312-325，2006
- 3) 土木学会：トンネル標準示方書 [共通編]・同解説 [山岳工法編]・同解説，p. 315，2016
- 4) 中岡健一，畑浩二，蔣宇静：岩石のクリープとひずみ軟化を評価する数値モデルの提案，土木学会論文集F1 (トンネル工学)，Vol. 70，No. 3 (特集号)，pp. L_43 - 56，2014
- 5) Hoek, E., Brown E. T. : Underground Excavations in Rock., 1980
- 6) Hoek, E. and Brown, E. T.: Practical Estimates of Rock Mass Strength, Int. J. of Rock Mech. Min. Sci., Vol. 34, No. 8, pp. 1165~1186. 1997
- 7) 羽柴公博，大久保誠介，福井勝則：岩石のピーク強度および残留強度の載荷速度依存性，資源と素材 Vol. 121. pp. 11-18，2005
- 8) 例えば，清田隆，Jerry A. Yamamuro，龍岡文夫：緩い飽和砂の三軸圧縮における排水・非排水クリープ特性の比較，第38回地盤工学研究発表会，2003
- 9) 中岡健一，畑浩二，蔣宇静：一般化Hoek - Brownの破壊規準に基づいた三次元弾塑性モデルの構築，第14回岩の力学シンポジウム，2017
- 10) 大久保誠介，福井勝則，羽柴公博：コンプライアンス可変型構成方程式の拡張とクリープ試験結果による検討，資源と素材，vol. 118 pp. 737-744，2017
- 11) 井上博之，野田兼司：軟岩を対象とした長期岩盤挙動研究，JNC TJ8400，2002
- 12) 高速道路総合技術研究所：トンネル数値解析マニュアル (2017年度版)，pp. 3-18，2017
- 13) 嶋本敬介，野城一栄，小島芳之，塚田和彦，朝倉俊弘：地山の吸水膨張による山岳トンネルの地盤隆起現象とその対策工に関する研究，土木学会論文集F1 (トン

ネル工学)，Vol. 68，No. 3，pp. 65-79，2012

- 14) 中岡健一，畑浩二，芥川真一：ひずみ軟化モデルの粘性改良土および砂質土への適用性に関する研究，トンネル工学論文集，Vol. 19，pp. 51-58，2009

付録

式(28)を計算すると，式(31)が得られる。

$$-Q^3 + Q^2[t_1\lambda + t_2] + Q[u_1\lambda^2 + u_2\lambda + u_3] + v_1\lambda^3 + v_2\lambda^2 + v_3\lambda + v_4 = 0 \quad (31)$$

ただし，

$$d\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} \quad (32)$$

$$t_1 = \sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33} \quad (33)$$

$$t_2 = \sigma^B_{11} + \sigma^B_{22} + \sigma^B_{33} \quad (34)$$

$$u_1 = \sigma'_{32}\sigma'_{23} + \sigma'_{12}\sigma'_{21} + \sigma'_{31}\sigma'_{13} - \sigma'_{33}\sigma'_{11} - \sigma'_{33}\sigma'_{22} - \sigma'_{11}\sigma'_{22} \quad (35)$$

$$u_2 = \sigma'_{23}\sigma^B_{32} + \sigma'_{32}\sigma^B_{23} + \sigma'_{21}\sigma^B_{12} + \sigma'_{12}\sigma^B_{21} + \sigma'_{13}\sigma^B_{31} + \sigma'_{31}\sigma^B_{13} - \sigma'_{11}\sigma^B_{33} - \sigma'_{22}\sigma^B_{33} - \sigma'_{33}\sigma^B_{11} - \sigma'_{33}\sigma^B_{22} - \sigma'_{22}\sigma^B_{11} - \sigma'_{11}\sigma^B_{22} \quad (36)$$

$$u_3 = \sigma^B_{23}\sigma^B_{32} + \sigma^B_{21}\sigma^B_{12} + \sigma^B_{13}\sigma^B_{31} - \sigma^B_{11}\sigma^B_{33} - \sigma^B_{22}\sigma^B_{33} - \sigma^B_{11}\sigma^B_{22} \quad (37)$$

$$v_1 = \sigma'_{11}\sigma'_{22}\sigma'_{33} + \sigma'_{32}\sigma'_{13}\sigma'_{21} + \sigma'_{31}\sigma'_{12}\sigma'_{23} - \sigma'_{32}\sigma'_{23}\sigma'_{11} - \sigma'_{12}\sigma'_{21}\sigma'_{33} - \sigma'_{31}\sigma'_{13}\sigma'_{22} \quad (38)$$

$$v_2 = \sigma'_{11}\sigma'_{22}\sigma^B_{33} + \sigma'_{22}\sigma'_{33}\sigma^B_{11} + \sigma'_{33}\sigma'_{11}\sigma^B_{22} + \sigma'_{12}\sigma'_{23}\sigma^B_{31} + \sigma'_{23}\sigma'_{31}\sigma^B_{12} + \sigma'_{31}\sigma'_{12}\sigma^B_{23} + \sigma'_{21}\sigma'_{13}\sigma^B_{32} + \sigma'_{32}\sigma'_{21}\sigma^B_{13} + \sigma'_{13}\sigma'_{32}\sigma^B_{21} - \sigma'_{11}\sigma'_{23}\sigma^B_{32} - \sigma'_{11}\sigma'_{32}\sigma^B_{23} - \sigma'_{22}\sigma'_{13}\sigma^B_{31} - \sigma'_{22}\sigma'_{31}\sigma^B_{13} - \sigma'_{33}\sigma'_{21}\sigma^B_{12} - \sigma'_{33}\sigma'_{12}\sigma^B_{21} - \sigma'_{12}\sigma'_{21}\sigma^B_{33} - \sigma'_{23}\sigma'_{32}\sigma^B_{11} - \sigma'_{31}\sigma'_{13}\sigma^B_{22} \quad (39)$$

$$v_3 = \sigma'_{11}\sigma'_{22}\sigma^B_{33} + \sigma'_{22}\sigma'_{33}\sigma^B_{11} + \sigma'_{33}\sigma'_{11}\sigma^B_{22} + \sigma'_{12}\sigma'_{23}\sigma^B_{31} + \sigma'_{23}\sigma'_{31}\sigma^B_{12} + \sigma'_{31}\sigma'_{12}\sigma^B_{23} + \sigma'_{13}\sigma'_{21}\sigma^B_{32} + \sigma'_{21}\sigma'_{13}\sigma^B_{32} + \sigma'_{32}\sigma'_{21}\sigma^B_{13} + \sigma'_{32}\sigma'_{13}\sigma^B_{21} - \sigma'_{11}\sigma'_{23}\sigma^B_{32} - \sigma'_{22}\sigma'_{31}\sigma^B_{13} - \sigma'_{33}\sigma'_{12}\sigma^B_{21} - \sigma'_{12}\sigma'_{21}\sigma^B_{33} - \sigma'_{23}\sigma'_{32}\sigma^B_{11} - \sigma'_{31}\sigma'_{13}\sigma^B_{22} \quad (40)$$

$$v_4 = \sigma^B_{11}\sigma^B_{22}\sigma^B_{33} - \sigma^B_{11}\sigma^B_{23}\sigma^B_{32} - \sigma^B_{22}\sigma^B_{13}\sigma^B_{31} - \sigma^B_{33}\sigma^B_{21}\sigma^B_{12} + \sigma^B_{12}\sigma^B_{23}\sigma^B_{31} + \sigma^B_{13}\sigma^B_{32}\sigma^B_{21} + \sigma^B_{21}\sigma^B_{13}\sigma^B_{32} \quad (41)$$

式(29)を計算すると式(42)が得られる。

$$-Q^3 + Q^2(T_1n + T_2) + Q(U_1n^2 + U_2n + U_3) + V_1n^3 + V_2n^2 + V_3n + V_4 = 0 \quad (42)$$

ただし，

$$T_1 = v_1^B + v_2^B + v_3^B \quad (43)$$

$$T_2 = \sigma_1^B + \sigma_2^B + \sigma_3^B \quad (44)$$

$$U_1 = -v_1^B v_2^B - v_2^B v_3^B - v_3^B v_1^B \quad (45)$$

$$U_2 = -v_1^B \sigma_2^B - v_1^B \sigma_3^B - v_2^B \sigma_3^B - v_2^B \sigma_1^B - v_3^B \sigma_1^B - v_3^B \sigma_2^B \quad (46)$$

$$U_3 = -\sigma_1^B \sigma_2^B - \sigma_2^B \sigma_3^B - \sigma_3^B \sigma_1^B \quad (47)$$

$$V_1 = v_1^B v_2^B v_3^B \quad (48)$$

$$V_2 = v_1^B v_2^B \sigma_3^B + v_2^B v_3^B \sigma_1^B + v_3^B v_1^B \sigma_2^B \quad (49)$$

$$V_3 = v_1^B \sigma_2^B \sigma_3^B + v_2^B \sigma_3^B \sigma_1^B + v_3^B \sigma_1^B \sigma_2^B \quad (50)$$

$$V_4 = \sigma_1^B \sigma_2^B \sigma_3^B \quad (51)$$

式(31)と式(42)を満たす Q は3つの主応力であり、同じ値である。そのため、それぞれの式は同じであるため、式(52)～式(54)が成り立つ。

$$T_1 n + T_2 = t_1 \lambda + t_2 \quad (52)$$

$$U_1 n^2 + U_2 n + U_3 = u_1 \lambda^2 + u_2 \lambda + u_3 \quad (53)$$

$$V_1 n^3 + V_2 n^2 + V_3 n + V_4 = v_1 \lambda^3 + v_2 \lambda^2 + v_3 \lambda + v_4 \quad (54)$$

また、式(25)から $\lambda = 0$ のとき $n = 0$ であるため、式(52)～式(54)は式(55)～式(57)のように変形できる。

$$T_1 n = t_1 \lambda \quad (55)$$

$$U_1 n^2 + U_2 n = u_1 \lambda^2 + u_2 \lambda \quad (56)$$

$$V_1 n^3 + V_2 n^2 + V_3 n = v_1 \lambda^3 + v_2 \lambda^2 + v_3 \lambda \quad (57)$$

式(55)において、 $T_1 \neq 0$ とすれば、

$$n = \frac{t_1}{T_1} \lambda \quad (58)$$

となる。 $T_1 = 0$ の場合、式(56)は n の二次方程式となっている。式(56)を n について解くと式(59)が得られる。

$$n = \frac{-U_2 + \sqrt{4u_1 U_1 \lambda^2 + 4u_2 U_1 \lambda + U_2^2}}{2U_1} \quad (59)$$

ここで、 $\lambda = 0$ のとき $n = 0$ であることを考慮して分子の根号にかかる符号は $+$ とした。式(59)を式(57)に代入すると式(60)が得られる。

$$(A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3) \sqrt{4u_1 U_1 \lambda^2 + 4u_2 U_1 \lambda + U_2^2} = v_1 \lambda^3 + v_2 \lambda^2 + v_3 \lambda \quad (60)$$

ここで、 A_1 、 A_2 、 A_3 は計算から求められる係数で、 λ に対しての定数である。式(60)は任意の λ に対して成立する必要があり、右辺と左辺は同じ式である。右辺が0になるときの λ を a とすると、左辺 F も $\lambda = a$ のとき0になることから、左辺は式(61)～式(64)のいずれかの形式である。

$$F = A_1 (\lambda - a) (\lambda - b) \sqrt{P} \quad (61)$$

$$F = A_1 (\lambda - a)^2 \sqrt{P} \quad (62)$$

$$F = (A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3) \sqrt{(\lambda - a) (\lambda - b)} \quad (63)$$

$$F = (A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3) \sqrt{(\lambda - a)^2} \quad (64)$$

ただし、根号の中を式(65)のように置おいた。

$$P = 4u_1 U_1 \lambda^2 + 4u_2 U_1 \lambda + U_2^2 \quad (65)$$

式(61)の場合、右辺も $\lambda = b$ のときに0となるため、式(60)は式(66)により表される。

$$A_1 (\lambda - a) (\lambda - b) \sqrt{P} = v_1 (\lambda - a) (\lambda - b) (\lambda - c) \quad (66)$$

この式の右辺と左辺は同じであるため、

$$A_1 \sqrt{P} = v_1 (\lambda - c) \quad (67)$$

となる。式(67)を全ての λ において成立するためには、 $P = 0$ となる λ は重根となり、根号を外せる形である必要がある。次に、式(62)の場合、式(68)のような形になり、同じように根号を外せる形となる。

$$A_1 (\lambda - a)^2 \sqrt{P} = v_1 (\lambda - a)^2 (\lambda - c) \quad (68)$$

式(63)の場合、 λ が a と b の間にある場合は根号の中 P が負値となる。式(63)の形では λ によっては n に解がない場合があるため適切ではない。また、式(64)は根号を外せる状態である。以上から、 P は式(69)に変形できる。

$$P = 4u_1 U_1 \left(\lambda + \frac{u_2}{2u_1} \right)^2 \quad (69)$$

ただし、

$$\frac{u_2^2}{u_1} = \frac{U_2^2}{U_1} \quad (70)$$

が成り立つ。式(69)を式(59)に代入し、 $\lambda = 0$ のとき $n = 0$ であることを考慮すれば、 n は式(71)に示すように、 λ に比例することになる。

$$n = \sqrt{\frac{u_1}{U_1}} \lambda \quad (71)$$

比例定数を a とおき、式(55)～式(57)に代入し、 λ の恒等式とすると、式(72)の関係が得られる。

$$t_1 = a T_1, \quad u_1 = a^2 U_1, \quad v_1 = a^3 V_1 \quad (72)$$

σ'_{ij} の不変量を I'_1 、 I'_2 、 I'_3 、 v_B の不変量を I_1^B 、 I_2^B 、 I_3^B とおくと、 av_B の不変量は aI_1^B 、 $a^2 I_2^B$ 、 $a^3 I_3^B$ となる。式(33)や式(43)などから式(73)が成り立つ。

$$I'_1 = a I_1^B, \quad I'_2 = a^2 I_2^B, \quad I'_3 = a^3 I_3^B \quad (73)$$

σ'_{ij} の3つの不変量は、それぞれ av_B の3つの不変量に等しいので、 σ'_{ij} の主応力を σ' とおくと、

$$\sigma' = av_B \quad (74)$$

となり、式(74)と $n = a\lambda$ を式(25)に代入すると、式(75)が得られる。

$$(\sigma^B + \lambda \sigma') \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} = \{\sigma_{ij}^B + \lambda \sigma'_{ij}\} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} \quad (75)$$

式(75)と式(25)と比較すると、 $n = \lambda$ 、 v_B は σ'_{ij} の主応力となる。式(75)を式(76)のように変形する。

$$\sigma^B \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} - \sigma_{ij}^B \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} = -\lambda \left(\sigma' \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} - \sigma'_{ij} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix} \right) \quad (76)$$

式(24)から得られる σ'_{ij} は λ に対して定数であり、 σ'_{ij} の主応力 σ' も定数であるため、式(76)の両辺は0であることが求められる。その場合、 σ_{ij}^B の主応力軸と、 σ'_{ij} ($= d\sigma_{ij}$)の主応力軸は一致する。